

공작기계 시스템의 모델링과 동적 특성 분석

Modelling and dynamic analysis of electro-mechanical system in machine tools

박용환*, 신흥철, 문희성, 최종률((주)현대정공)

ABSTRACT

Recent trend in machine tools is pursuing the high precision and high speed facility and its architecture is being more complicated. With this tendency, it is required the more precise dynamic analysis of electro-mechanical system in machine tools. In this paper, the exact mathematical model of feed and spindle system of a typical machine tools was induced. The feed system is modeled as 7-mass system including the workpiece and the spindle system as 4-mass system. The simulation results show that the induced model depicts the characteristics of real system very well. The effects of each mechanical element to dynamic motion of a machine are analyzed by simulation with the induced model. It is anticipated that the induced model can be used in the analysis of various machine architectures and in the design stage of new machine tools.

Key Words : mathematical model, electro-mechanical system, machine tool, dynamic analysis, feed system, spindle system

1. 서론

일반적으로 공작기계는 다수의 기계요소로 이루어진 동력전달 메커니즘을 갖는다. 이송부의 경우에는 모터에서 발생된 구동력이 coupling, ballscrew, nut 등을 통하여 table 에 전달되며, 스핀들부의 경우에는 모터의 구동력이 기어 또는 벨트 등에 의하여 가공물 또는 가공물과 연결된 스핀들 몸체로 전달된다.

최근의 공작기계는 고정도, 고속의 추세로 향하고 있으며, 종래의 단순 가공기 형태에서 벗어나 다양한 가공 능력을 제공하는 기계 형태로 발전하고 있다. 이러한 발전과 더불어 공작기계의 이송부와 스핀들의 운동 특성에 대한 보다 면밀한 분석이 요구되고 있으며, 이에 본 논문에서는 기존의 단순한 2-mass 모델링 기법에서 벗어나 보다 공작기계 이송부와 스핀들부의 동적 특성을 잘 반영할 수 있는 수학적 모델을 유도하였다.

제안된 모델은 공작기계의 각 기계요소가 기계의 운동에 미치는 영향에 대한 근거를 제시하고, 기계 설계 단계에서 미리 최종 기계의 운동 특성을 예견하게 할 수 있을 것으로 사료된다.

2. 이송부의 모델링

그림 1은 일반적인 공작기계 이송부의 기계 구조를 간략히 나타낸 것이다. 모터의 회전운동은 ballscrew, nut 에 의하여 직선운동으로 변환된다.

그림 2는 그림 1의 이송 기계부에 대한 모델을

나타낸 것이다. Workpiece 를 포함하여 7개의 질량체로 이루어진 7-mass 시스템으로 모델링하였으며, coupling 과 ballscrew 는 저장성의 특징을 갖고 있어 탄성에 의한 영향을 분석하기 위하여 그림과 같이 두 개의 질량체로 나누어 모델링하였다. 그림에서 $J_{(i)}$, $D_{(i)}$, $C_{(i)}$ 는 각 기계 요소의 moment of inertia, damping coefficient, stiffness 를 나타내며, $\theta_{(i)}$ 는 각 기계 요소의 각변위량[rad]을 나타낸다. Table 은 직선 운동을 하므로 다음과 같이 모터축으로 환산된 회전운동 질량체로 표현하였다.

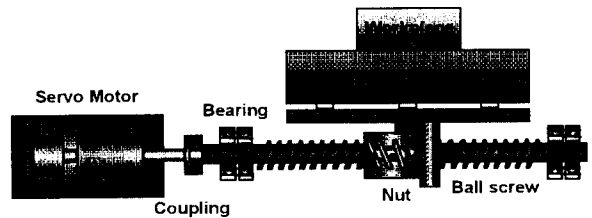


그림 1. 이송부의 기계 구조

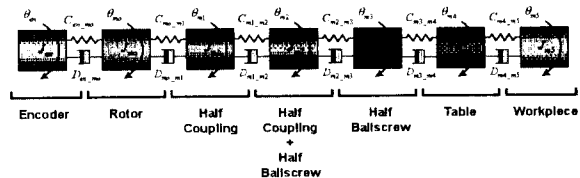


그림 2. 이송부의 모델

$$J_t = M_t \left(\frac{h}{2\pi} \right)^2 \quad (1)$$

여기서 M_t 는 table의 질량, h 는 ballscrew의 pitch를 나타낸다. Workpiece의 경우도 유사하게 표현된다. 또한 Ballscrew와 table 간의 환산 stiffness는 다음과 같이 표현된다.

$$C_t = \alpha \cdot (C_s + C_n + C_{br}) \cdot \left(\frac{h}{2\pi} \right)^2 \quad (2)$$

상기식에서 계수 α 는 보정 계수를 나타내며, C_s, C_n, C_{br} 은 각각 ballscrew, nut, bearing의 축방향 stiffness를 나타낸다.

그림 2의 모델에 대한 운동 방정식으로부터 각 질량체의 회전각과 회전속도를 상태변수로 한 상태 방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$\dot{X} = AX + BT_{mo} \quad (3)$$

$$X = \begin{pmatrix} \Theta \\ \dot{\Theta} \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} I_{7 \times 7} & 0_{7 \times 7} \\ -J^{-1}C & -J^{-1}D \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0_{7 \times 1} \\ J^{-1}F \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\Theta = \begin{pmatrix} \theta_{en} \\ \theta_{mo} \\ \vdots \\ \theta_{ms} \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} J_{en} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & J_{mo} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & J_{ms} \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$D = \begin{pmatrix} D_{en_mo} & -D_{en_mo} & \cdots & 0 \\ -D_{en_mo} & D_{en_mo} + D_{mo_m1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & D_{m4_m5} \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$C = \begin{pmatrix} C_{en_mo} & -C_{en_mo} & \cdots & 0 \\ -C_{en_mo} & C_{en_mo} + C_{mo_m1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & C_{m4_m5} \end{pmatrix} \quad (7)$$

각 질량체의 inertia와 stiffness는 각 질량체를 원통형의 질량체로 간략화하여 구하였다.

2. 스피들부 모델링

공작기계의 스피들부는 기계적 구조 문제로 통상

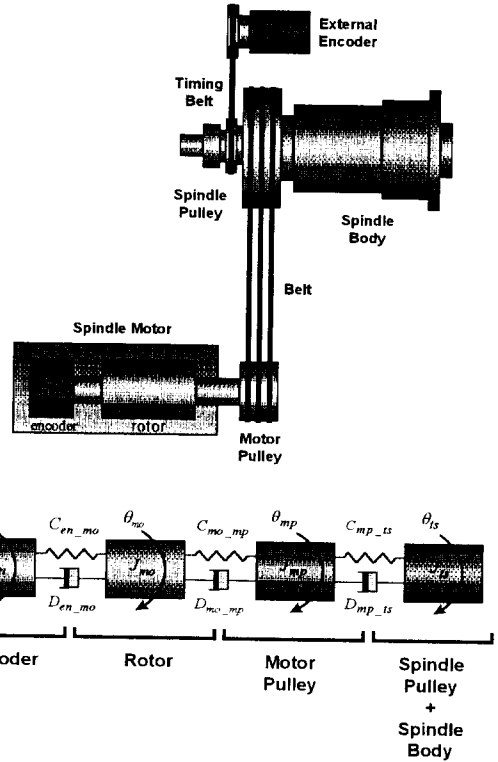


그림 3. 스피들부의 구조와 모델

기어 또는 벨트를 이용하여 동력을 전달한다. 본 논문에서는 가장 일반적으로 사용되는 벨트 구동 방식의 스피들부에 대하여 모델링을 하였다.

그림 3은 벨트 구동 방식의 스피들부의 기계 구조와 이의 모델을 나타낸 것이다. 스피들부는 이송부에 비하여 단순한 형태를 가지므로 그림과 같이 4-mass 시스템으로 모델링하였다.

그림 3과 같이 스피들부를 모델링하기 위해서는 먼저 벨트에 의한 동력 전달 과정에 대한 운동 모델이 필요하다. 그림 4는 두 개의 pulley에 연결된 벨트의 모델을 나타낸 것이며, 이때 벨트는 pulley 간의 간격을 조정하여 적당한 초기 장력 F_0 로 충분히 인장되어 있다고 가정하였다. 그림에서 θ_{mp} , θ_{sp} 는 각각 모터축과 스피들 몸체측의 pulley의 회전각 변위, J_{mp} , J_{sp} 는 pulley의 inertia, r_{mp} , r_{sp} 는 pulley의 반지름, 그리고 C_{bt} , D_{bt} 는 각각 벨트의 tensile stiffness, damping coefficient를 나타낸다.

그림 4의 벨트 모델에 대한 운동방정식을 유도하면 다음과 같다.

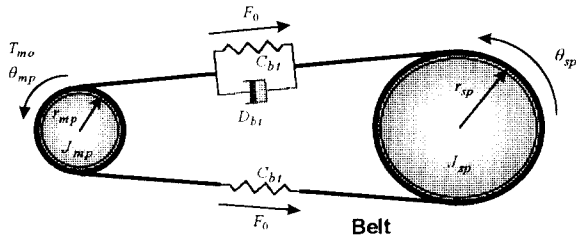


그림 4 벨트의 모델

- 스펀들 모터측

$$J_{mp} \ddot{\theta}_{mp} + C_{mp_ts} (\dot{\theta}_{mp} - \dot{\theta}_{ts}) + D_{mp_ts} (\dot{\theta}_{mp} - \dot{\theta}_{ts}) = T_{mo} \quad (8)$$

- 스펀들 몸체측

$$J_{ts} \ddot{\theta}_{ts} + C_{mp_ts} (\dot{\theta}_{ts} - \dot{\theta}_{mp}) + D_{mp_ts} (\dot{\theta}_{ts} - \dot{\theta}_{mp}) = 0 \quad (9)$$

여기서

$$J_{ts} = \frac{J_{sp}}{\nu_0^2}, \quad \theta_{ts} = \nu_0 \theta_{sp}, \quad \nu_0 = \frac{r_{sp}}{r_{mp}} \quad (10)$$

$$C_{mp_ts} = 2 \cdot r_{mp}^2 C_{bt} \quad (11)$$

상기식과 다른 질량체의 운동 방정식으로부터 이송부 모델링 과정과 유사하게 스펀들 기계부에 대한 상태 방정식을 유도할 수 있다.

4. 실험 및 시뮬레이션

제안된 공작기계 모델의 검증과 각 기계 요소가 기계의 운동에 미치는 영향을 분석하기 위하여 당사의 시험기에 대하여 실측 실험과 제안된 모델에 근거한 시뮬레이션을 수행하였다.

일반적으로 공작기계의 운동제어는 직렬형 구조의 제어기에 의하여 이루어지는데, 이러한 제어 구조에서는 기계부의 특성이 모터의 속도 loop에 가정 영향을 미친다. 그림 5는 이러한 직렬형 구조의 제어 형태를 블록도로 나타낸 것이며, 그림에서 기계부

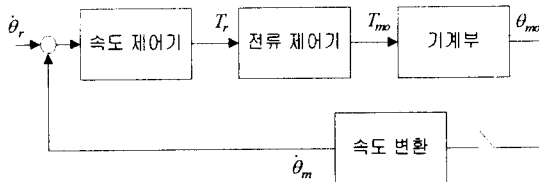


그림 5 직렬형 제어기 구조

표 1. 이송부 기계 요소의 parameter 계산값

Motor Inertia [Kgm ²]	30.0e-4
Encoder Inertia [Kgm ²]	2.5e-6
Coupling Inertia [Kgm ²]	4.0e-4
Ballscrew Inertia [Kgm ²]	11.0e-4
Table Inertia [Kgm ²]	12.0e-4
Motor Stiffness [Nm/rad]	9.05e4
Encoder Stiffness [Nm/rad]	2.8e3
Coupling Stiffness [Nm/rad]	1.03e4
Ballscrew Stiffness [Nm/rad]	1.2568e4
Table Stiffness [Nm/rad]	3.6985e2

표 2. 스펀들부 기계 요소의 parameter 계산값

Motor Inertia J_{mo} [Kgm ²]	0.085
Encoder Inertia J_{en} [Kgm ²]	2.5e-6
Motor측 Pulley Inertia J_{mp} [Kgm ²]	0.01184
Spindle Total Inertia J_{ts} [Kgm ²]	0.0623
Motor Torsional Stiffness C_{mo_mp} [Nm/rad]	239520
Encoder Torsional Stiffness C_{en_mo} [Nm/rad]	2800
Motor측 Pulley 반지름 r_{mp} [m]	0.0625
Spindle측 Pulley 반지름 r_{sp} [m]	0.104

블럭이 2 절과 3 절에서 유도한 기계부의 상태 방정식과 대응된다. 시뮬레이션은 전류제어기와 속도 제어기를 digital PID 제어기로 모델링하여 수행하였다. 표 1 과 표 2 는 각각 당사 시험기의 이송부와 스펀들부의 각 기계 요소의 파라미터를 계산하여 정리한 것이다.

그림 6 은 시험기 이송부의 속도 loop 의 주파수 응답을 실측정한 결과와 시뮬레이션을 통하여 얻은 결과를 함께 도시한 것이다. 그림에서 가는 선이 실측정을 통하여 얻은 결과이고, 굵은 선이 시뮬레이션을 통하여 얻은 결과이다. 두 결과를 비교해 보면, 시뮬레이션으로부터 얻은 결과가 실측정 결과를 유사하게 모의하고 있는 것을 확인할 수 있다. 이는 본 논문에서 유도된 수학적 모델이 타당함을 말해준다.

주파수 응답을 살펴 보면, 크게 두 개의 기계적 공진 모드가 존재하는 것을 볼 수 있다. 이 두개의 공진 모드는 기계의 운동에 직접적으로 영향을 미치게 되는데, 특히 2 차 공진모드의 경우에는 지령 입력과 feedback 입력이 서로 위상이 반전되는 주파

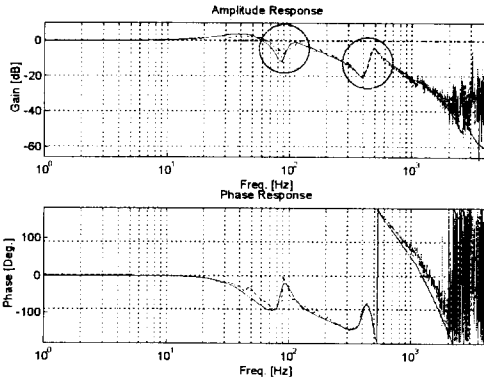


그림 6. 이송부의 주파수 응답 비교

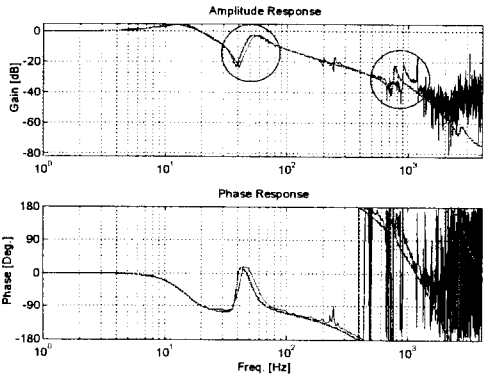


그림 7 스펀들부의 주파수 응답 비교

수 영역대에 존재하기 때문에 속도 제어기의 tuning을 통하여 충분히 그 영향을 충분히 감쇄시켜 주어야 한다. 통상적으로 속도 loop의 bandwidth는 기계부의 1차 공진주파수보다 낮은 주파수 영역에서 설정되도록 하여야 한다.

이송 메커니즘을 구성하는 각 기계 요소가 이송부의 운동에 미치는 영향을 분석하기 위하여 기계 요소의 각 파라미터를 변동시키면서 시뮬레이션을 수행한 결과, 1차 공진 모드는 table의 무게와 ballscrew 등의 직선 방향 stiffness에 의하여 결정된다는 것을 확인하였다. 또한 2차 공진 모드 경우에는 coupling, ballscrew의 특성에 민감하게 영향을 받는 것으로 나타났다.

그림 7은 시험기의 스펀들 시스템의 주파수 응답을 비교한 결과이다. 스펀들부의 경우에는 큰 질량을 갖는 스펀들 몸체에 비해 모터와 스펀들 몸체를 연결해 주는 벨트가 상대적으로 stiffness가 작기 때문에 1차 공진 모드가 낮은 주파수 영역에서 형성되는 것을 볼 수 있다. 따라서 스펀들부의 경우에는

속도 loop의 bandwidth 설정시 제한이 따를 것으로 예상할 수 있다.

시뮬레이션으로부터 각 기계 요소의 영향을 분석해 본 결과, 스펀들부의 경우 1차 공진 모드는 스펀들 몸체의 inertia와 벨트의 stiffness에 의하여 영향을 받고, 2차 공진 모드는 모터축 pulley와 모터 회전축의 stiffness에 의존하나 그 영향은 그리 크지 않은 것으로 나타났다.

5. 결론

본 논문에서는 일반적인 공작기계의 이송부와 스펀들부의 기계 메커니즘에 대한 수학적 모델을 유도하였다. 제안된 모델은 공작기계의 이송부와 스펀들부의 동적 운동 특성을 실제와 가깝게 묘사할 수 있도록 각각 7-mass 시스템과 4-mass 시스템으로 기계부를 모델링하였다. 실측 실험과 시뮬레이션을 통하여 유도한 모델의 타당성을 검증하였고, 시뮬레이션을 통하여 각 기계 요소의 파라미터가 기계의 운동에 미치는 영향을 분석하였다.

제안된 모델을 이용하여 다양한 기계 구조의 운동에 대한 사전 분석을 수행할 수 있을 뿐 아니라, 기계 설계시 각 기계 요소의 선정 과정에서 적절히 사용될 수 있을 것으로 사료된다.

참고 문헌

- [1] Jens Hamann, "Reduzierung von Torsionsschwingungen an Werkzeugmaschinen durch geeignete Wahl der mechanischen Übertragungselemente", SIEMENS.
- [2] Peter Wanke, "Identifikation und Fehlerfrüherkennung an Haupt- und Vorschubantrieben von Bearbeitungszentren"
- [3] Kakino, "NC 공작기계 이송계의 Total Tuning에 관한 연구", 일본 정밀공학회지, 1994.
- [4] Klaus Peter Gebauer, "Fehlerfrüherkennung an CNC-Drehmaschinen", Carl Hanser Verlag München Wien, 1992.
- [5] Peter Wanke und Thomas Reiß, "Identifikation und Fehlerfrüherkennung an Haupt- und Vorschubantrieben von Bearbeitungszentren"
- [6] MITSUBOSHI BELT MANUAL