

치형오차와 치형수정을 고려한 헬리컬치차의 물림진동

Meshing Vibration of Helical Gears with Profile Error and Profile Modification

정태형(한양대), 명재형(한양대 대학원)

Tae Hyong Chong(Hanyang Univ.), Jae Hyong Myong(Hanyang Graduate School, Hanyang Univ.)

ABSTRACT

The vibration and noise of gears is caused by manufacturing error, alignment error in assembly, and the meshing stiffness of gears which changes periodically as the meshing of teeth proceeds. On a pair of power transmission helical gears with profile error, the relation between the characteristics of gear vibration and the profile error type have been investigated by simulating the vibrational acceleration level and calculating the natural frequency. The results show that the profile errors decrease the natural frequency by reducing the tooth stiffness and that the concave error type increase the vibrational level. And this paper describes the effect of the tip relief on the vibrational acceleration level which a pair of helical gears with concave error generates.

Key Words : Helical Gear(헬리컬 기어), Profile Error(치형오차), Profile Modification(치형수정), Tip Relief(이끝수정), Rotational Vibration(회전진동), Stiffness(강성)

1. 서 론

헬리컬 치차는 평치차에 비해서 저진동·저소음이므로, 동력전달용으로 광범위하게 사용되고 있으며, 최근에는 더욱 진동, 소음을 저감할 필요성이 요구되고 있다. 헬리컬 치차의 연구는, 그 접촉선이 치차축에 대해서 기울어져 있어 평치차에 비해서 해석이 복잡하며, 치차기술이 선진국에 비해서 낙후된 국내에서는 그다지 활발한 연구가 진행중이지 않은 실정으로 헬리컬 치차의 물림진동해석법의 확립이 시급하다.

헬리컬 치차의 진동은 제작오차, 조립오차, 그리고, 치차의 치의 물림이 진행되는 동안의 치의 강성의 변화에 기인한다^{[1]~[4]}고 알려져 있으므로, 치차의 물림부분의 진동을 해석하는데 각종오차와 치의 강성의 변화를 고려하는 것은 당연하나, 물림해석시에 이들의 취급이 용이하지 않은 특징이 있다.

본 연구에서는 치형오차와 치형수정을 포함한 동력전달용 헬리컬 치차를 대상으로 하여 헬리컬치차의 회전방향진동에만 주목하기로 한다. 우선, 물림시 작부터 물림끝까지 진행하면서 각 접촉선에서 치형오차와 치형수정량을 고려하여 변형량과 하중분포를 구하는 물림해석을 통하여 스프링강성, 진동기진력, 원주방향진동가속도를 구하고 압력각오차, 중첩오차, 중첩오차가 치차의 물림진동에 미치는 영향을 조사하고, 치형수정을 통하여 어느정도 진동성능을 향상시킬 수 있는가를 조사한다.

2. 해석방법

2.1 진동모델

토크 T_Q 를 전달하고 있는 1쌍의 헬리컬치차의 회전방향의 운동방정식은, 작용선상의 방정식으로 치환하여, 치를 스프링으로 하고 치차본체를 질량으로 하는 1자유도의 비선형운동방정식으로 식(1)과 같이 표현할 수 있다.

$$M\ddot{\Delta} + D\dot{\Delta} + K(t, \Delta)\Delta = W + F(t, \Delta) \quad (1)$$

여기서, Δ 는 상대변위, M 은 작용선방향의 환산 질량, D 는 감쇠계수, $K(t, \Delta)$ 는 물려있는 치쌍의 합성스프링강성, W 는 치면의 법선방향으로 작용하는 정하중, $F(t, \Delta)$ 는 오차와 치형수정에 의한 강제 외력이다. 이 식을 풀어서 진동가속도를 구할 수 있다.

2.2 스프링강성

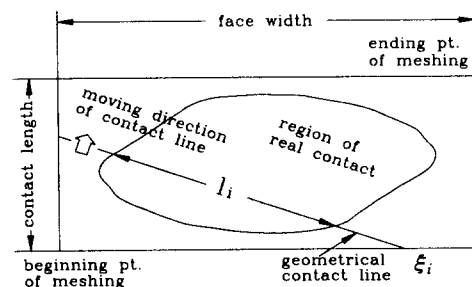


Fig. 1 Real contact on the plane of action

헬리컬치차의 1개의 접촉선 l_i 상에서

$$\int_{l_i} K_b(x_i, \xi_i) \cdot p_i(\xi_i) \cdot d\xi + K_c(x_i) \cdot p(x_i) = (\Delta - e_i(x_i)) \cos \beta_g \quad (2)$$

이 성립한다.

여기서, $p_i(\xi_i)$ 는 l_i 상의 점 ξ_i 에서의 분포하중의 크기, $K_b(x_i, \xi_i)$ 는 ξ_i 점에 작용하는 단위하중에 의해서 생기는 x_i 점의 굽힘 및 전단변형과 치의 기저부의 기울기에 의한 변형, $K_c(x_i)$ 는 x_i 점의 단위하중에 의한 접촉접근량, Δ 는 구동치차에 대한 피동치차의 회전지연을 작용선상으로 환산한 값, $e_i(x_i)$ 는 x_i 점에서의 구동치차와 피동치차의 오차의 합(이것을 합성오차라고 부른다), β_g 는 기초원통에서의 비틀림각이다.

1쌍의 전달하중 W_j 는

$$W_j = \int p(\xi) d\xi \quad (3)$$

이므로, 동시에 맞물리는 n 쌍의 치의 분담하중의 합의 축직각 방향 성분이 전달하중 W 와 같으므로,

$$W = \sum_{j=1}^n W_j \cos \beta_g \quad (4)$$

로 표현된다. 식(2)와 식(4)를 연립시켜 풀면, 하중과 변위와의 관계를 명확히 할 수 있다. 따라서, 작용면상에서의 각 치차쌍의 스프링강성 K_j 는 하중을 변위로 미분하여

$$K_j = \frac{dW_j}{d\Delta} \quad (5)$$

로 구하고, 합성스프링강성 $K(t, \Delta)$ 는

$$K(t, \Delta) = \sum_{j=1}^n K_j \quad (6)$$

평균스프링강성 \bar{K} 는

$$\bar{K} = \frac{1}{T_z} \int_0^{T_z} K(t, \Delta) dt \quad (6)$$

로 구하였다. 여기서, T_z 는 물림주기이다.

2.3 치형오차와 치형수정량의 취급방법

본 연구에서, 치형오차는 압력각오차, 중凸오차, 중凹오차를 고려하였다.

(1) 압력각오차 : 압력각오차는 치형검사곡선상에서 직선으로 표시된다.

(2) 중凸오차, 중凹오차 : 중凸형의 치형을 하고 있는 경우를 중凸오차라 말하고, 치형검사곡선상에서 포물선으로 표시하고, 중凹형의 치형을 하고 있는 경우를 중凹오차라고 말하고, 그 형상은 중凸형과 대칭된 곡선으로 표시한다.

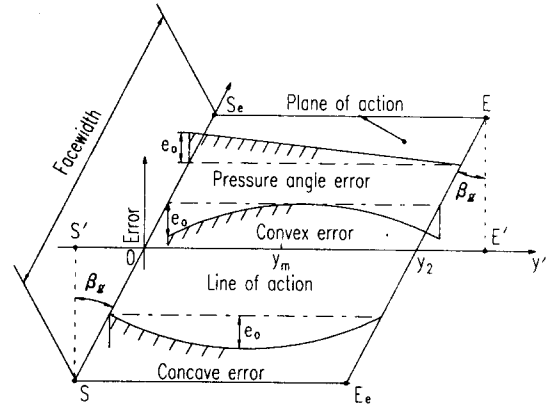


Fig. 2 Profile error type

본 연구에서 치형수정의 방법은 이끝수정(tip relief)만을 적용한다. 이끝수정량은 작용평면상에서 치형오차와 합쳐져서 합성오차의 형태로 표시되어 진동방정식에서 강제항으로 나타나게 된다. 치형수정량은 오차량으로 환산하여 계산하며 Fig. 3에서 \overline{PB} 는 이끝수정길이, \overline{QB} 는 이끝수정량이다.

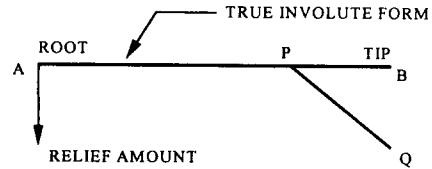


Fig. 3 Profile modification

2.4 무차원화한 진동방정식

$$\Delta_s = W \bar{K}, \xi = \Delta / \Delta_s, \omega_e^2 = \bar{K} / M, \tau = t \omega_e,$$

$$\kappa(\tau) = K(t, \Delta) / \bar{K}, \varphi(\tau) = F(t, \Delta) / W,$$

$$\omega = \omega_z / \omega_e,$$

$$\kappa(\tau) = 1 + \kappa^* = 1 + \sum_{m=1}^{\infty} (a_m \cos m\omega\tau + \beta_m \sin m\omega\tau),$$

$$\varphi(\tau) = \varphi_0' + \varphi^* = \varphi_0' + \sum_{m=1}^{\infty} (\eta_m \cos m\omega\tau + \gamma_m \sin m\omega\tau),$$

$$\xi^* = \xi - 1 - \varphi_0', \quad \varphi_0 = 1 + \varphi_0'$$

로 놓으면, 식 (1)은

$$\xi^{*2} + 2\zeta\sqrt{\kappa(\tau)}\dot{\xi}^* + \kappa(\tau)\xi^* = \varphi^* - \kappa^*(1 + \varphi_0') \quad (7)$$

$$= \sum_{m=1}^{\infty} ((\eta_m - a_m \varphi_0) \cos m\omega\tau + (\gamma_m - \beta_m \varphi_0) \sin m\omega\tau)$$

로 된다. 식(7)의 우변은 평균치가 0인 주기함수로 되고, $\kappa(\tau)$ 의 평균치는 1이므로, 그 해는

$$\ddot{\xi}^* + 2\zeta \dot{\xi}^* + \xi^* = \varphi^* - \kappa^*(1 + \varphi_0^*) \quad (8)$$

의 해로 근사할 수 있게 된다^{[5][6]}. 현실 크기의 진동 가속도는

$$\ddot{Z} = \frac{W}{M} \ddot{\xi} \quad (9)$$

로 구하였다. 실제 계산에 있어서는 한 물림주기를 16등분하여 각각의 물림 위치에서 $\kappa(\tau)$, $\varphi(\tau)$ 를 구하고 한 물림주기의 계산이 끝난지점에서 FFT(Fast Fourier Transform)법으로 Fourier 계수를 구하였다.

3. 치형오차가 진동거동에 미치는 영향

3.1 스프링강성의 변화

본 연구에서 대상으로 한 헬리컬 치차는 물림주기 동안 2~3의 치쌍이 동시에 물리므로 물림시작부터 물림끝까지 진행하면서 치의 스프링강성이 변화를 하게 된다. Fig. 4는 오차가 없는 치차쌍에 대해서 물림 주기 동안의 스프링강성의 변화를 나타낸 것이다.

회전방향 각고유진동수는 $\omega_e = \sqrt{\frac{K}{M}}$ 이므로 \overline{K} 가 변화하면 ω_e 도 변하게 된다. Fig. 5는 압력각오차(pressure angle error), 중conv오차(convex error), 중凹오차(concave error)의 최대값을 0~40 μm 까지 변화시키면서 평균스프링강성 \overline{K} 를 구한 것이다. 중conv오차의 경우보다 중凹오차의 경우가 \overline{K} 를 더욱 떨어뜨리는 것을 볼 수 있다. 이와 같이 치형오차의 형태에 따라서 \overline{K} 의 변화의 정도가 다르게 나타나고, 이것은 결국 ω_e 의 값에도 영향을 주게 된다. Fig. 6을 보면, \overline{K} 의 변화가 가장 큰 중凹오차의 고유치가 다른 치형오차의 형태의 경우보다 오차가 없을 때의 고유치에서 좌측으로 더 이동한 것을 볼 수 있다.

3.2 회전방향 진동가속도

Fig. 6에서 오차가 없을 때와 각각의 오차의 형태에 따라서 회전방향 진동가속도를 비교해보면, 오차가 없을 때보다 압력각오차의 경우는 $\omega = 1$ 인 경우의 진동가속도가 약간 증가하고, 중conv오차의 경우는 진동가속도를 더 낮게 하나, 중凹오차의 경우는 오차가 없는 경우보다 상당히 진동가속도를 증가시키는 것을 알 수 있다. 압력각오차는 치면의 접촉부분과 하중분포를 이끌과 이뿌리중 한쪽으로 편중되도록 하므로 오차가 없는 경우보다 약간의 진동가속도의 증가를 가져온 것이고, 중conv오차는 치면의 접촉

부분과 하중분포를 피치점 부근으로 집중시키는 역할을 하므로 진동가속도를 줄이는 결과로 나타나며, 중凹오차는 치면의 접촉부분과 하중분포를 이끌과 이뿌리부분으로 이동시키므로 진동가속도를 증가시키는 유해한 결과를 보인 것이다.

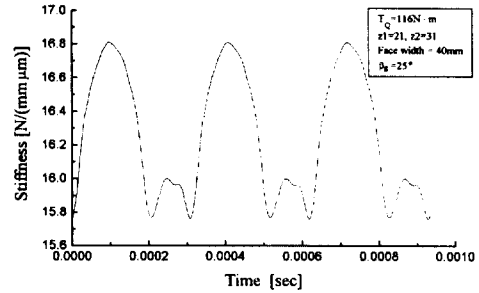


Fig. 4 Tooth stiffness

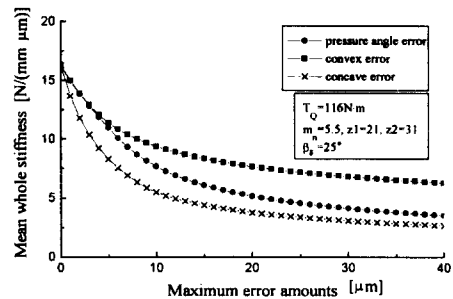


Fig. 5 Mean tooth stiffness and profile error

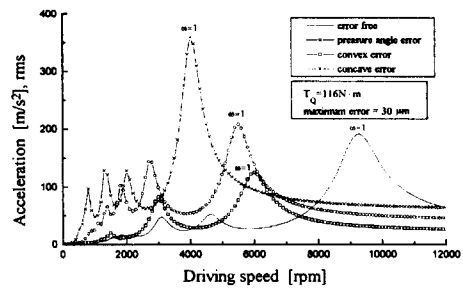


Fig. 6 Natural value and profile error

Fig. 7은 구동치차에 대한 피동치차의 회전지연, 즉 전달오차의 물림주기 동안의 진동가속도의 변화를 $\omega = 1$ 일 때 각각의 오차형태에 대해서 구한 것이다. 이 결과도 마찬가지로 중conv오차는 오차가 없는 경우보다 진동가속도를 줄여주며, 중凹오차는 진동가속도를 증가시키는 것을 볼 수 있다.

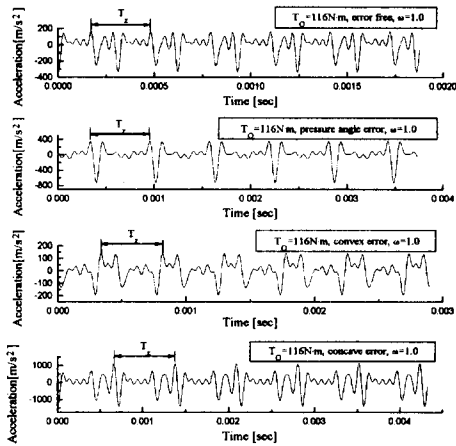
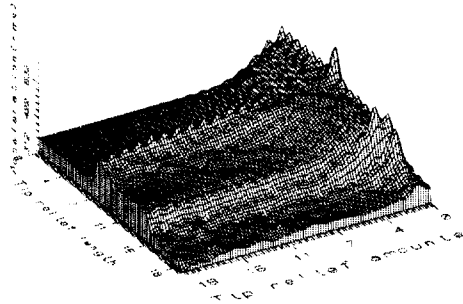


Fig. 7 Vibrational acceleration



(unit : $\times 0.0868\text{mm}$)

Fig. 8 Tip relief modification and acceleration

4. 치형수정에 의한 진동가속도의 변화

Fig. 8과 Fig. 9는 진동가속도를 증가시키는 중凹오차가 있는 치차쌍에 대해서 이끝수정을 통하여 진동가속도의 크기를 줄일 수 있다^{[7][8]}는 것을 설명하고 있다. Fig. 8은 이끝수정량과 이끝수정길이를 $0 \sim 0.3 \times m_n$ 까지 변화시키면서 진동가속도의 실효치의 최대값을 이끝수정평면상에 표시한 것이다. 이끝수정길이가 $15 \sim 19 (\times 0.0868\text{mm})$ 인 곳이 상대적으로 낮은 진동가속도를 보여주며, Fig. 9를 보면, 이끝수정을 한 치차쌍의 고유진동수가 스프링강성의 증가로 우측으로 이동하였고 ω_z 가 $\frac{1}{3} \omega_e$, $\frac{1}{4} \omega_e$ 인 곳의 진동가속도를 감소시켜주는 것을 볼 수 있다.

5. 결 론

치형오차와 이끝수정을 포함한 헬리컬 치차쌍의 물림해석을 통하여 물림주기 동안의 변화하는 스프링강성을 구하여 회전방향 고유진동수와 진동가속도를 구하였고, 압력각오차, 중凸오차, 중凹오차의 형태에 따라 진동가속도에 미치는 영향이 상이하며,

중凸오차는 진동가속도를 감소시키고 중凹오차는 진동가속도를 증가시키는 유해한 오차임을 알았다.

또한, 진동성능을 향상시키기 위한 치형수정의 효과를 알아보기 위하여 진동가속도를 증가시키는 중凹오차를 가지고 있는 헬리컬 치차쌍에 대해서 치형수정평면상에 진동가속도의 실효치의 최대치를 도식한 결과, 적절한 치형수정을 통하여 진동가속도를 감소시킬 수 있음을 알았다.

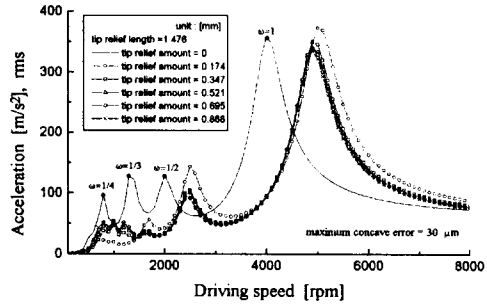


Fig. 9 Effect of tip relief on gears with concave error

참고문헌

- [1] 久保, 梅澤, 昭 52-7, “誤差をもつ圓筒齒車の荷重傳達特性に関する研究(第1報)”, 日本機械學會論文集, 43卷 371號, pp. 2771-2783.
- [2] 久保·外 3名, 昭 59-3, “はすば齒車の應力狀態に及ぼす齒形·齒すじの影響”, 日本機械學會論文集, 50卷 451號, pp. 520-528.
- [3] 久保, 清野, 昭 55-1, “誤差をもつ圓筒齒車の荷重傳達特性に関する研究(第2報)”, 日本機械學會論文集, 46卷 401號, pp. 86-98.
- [4] 청태형, 명재형, “헬리컬 기어의 진동에 관한 연구”, KSME 1994년도 생산 및 설계공학부문 학술대회 및 학술 강연회 논문집, pp. 49~54
- [5] 久保, 清野, 藤野, 昭 61-4, “齒車に起因する機械振動の解析法(第1報)”, 日本機械學會論文集, 52卷 476號, pp. 1420-1425.
- [6] 久保, 清野, 藤野, 昭 61-7, “齒車に起因する機械振動の解析法(第2報)”, 日本機械學會論文集, 52卷 479號, pp. 1992-1998.
- [7] Terauchi et.al, 1982, “On the Effect of the Tooth Profile Modification On the Dynamic load and the sound level of the Spur Gears”, Bulletin of the JSME, Vol 25, pp. 1474 ~ 1481
- [8] Sato et.al, 1983, “Effects of Contact Ratio and Profile Correction on Gear Rotational Vibration”, Bulletin of the JSME, Vol 26, pp. 2010 ~ 2016