

# 평면 캠-링크 기구의 설계 소프트웨어 개발 Development of Planar Cam-Linkage Mechanism Design Software

양현익(한양대학교 기계공학과), 유호윤(한양대 대학원 기계설계학과)

Hyun Ik Yang(Hanyang University), Hoyune Yu(Hanyang Univ. Graduate School)

## ABSTRACT

For a linkage mechanism driven by cam, cam profile is the major design factor and is determined by the motion type of cam follower. If a cam mechanism has additional kinematic linkages besides cam and follower then the follower motion should be specified from the motion of end linkage member so that cam would be able to generate the desired end linkage motion.

In this paper, a cam-linkage mechanism is constructed with the combinations of modular linkage elements including cam and follower and as a result, a planar cam-linkage mechanism design software with the cam profile optimization function is developed and presented.

**Key Words** : cam, linkage mechanism, cam profile optimization, modular linkage elements

## 1. 서 론

캠 기구(Cam Mechanism)는 정속으로 회전하는 축으로부터 주기운동을 얻어내는 기구로서 다른 기계요소들과 마찬가지로 캠의 설계도 컴퓨터 관련 기술의 발전과 더불어 자동화되었으며, 그 결과로 국내외에서 다수의 연구가 행해지고 캠 설계의 자동화에 관련된 컴퓨터 프로그램들이 개발되었다.<sup>[3,4,6,10,12,13]</sup> 많은 경우 이러한 연구들은 주로 캠 설계 자체에 집중되어 왔기 때문에 캠의 외곽형상(Cam Profile)을 얻어내는 것이 주요 목표였으나, 캠의 관성력과 관계되는 크기의 최소화(Cam Size Minimization)나, 다양한 중동절의 형태나 운동에 대해서는 고려가 충분치 않은 경우가 많았다. 반면에 캠의 최적설계나 합성 등에 대해서는 별도로 많은 연구결과들이 발표되었다.<sup>[7,8,9]</sup>

캠을 가진 기구 중에는 캠과 중동절 이외의 다른 링크 기구를 거쳐 대상으로 삼는 최종단 링크(End Effector)가 구동되는 경우가 많이 있다. 이 경우 중동절 운동은 중간에 놓여 있는 기구를 거쳐 전달되기 때문에 캠의 설계는 중동 링크 기구의 설계와 함께 고려되는 것이 바람직하다.

Masao<sup>[2]</sup>는 모듈화(Modular)된 중동 링크 기구들끼리의 결합을 통한 캠-기구의 표현 가능성 및 형태에 따른 모듈의 분류를 제시했으며, 이 외에도 벡터들의 집합으로 링크 기구를 표현하고 해석하는 관련

연구들이 다수 이루어졌다.<sup>[5,11]</sup> 본 연구에서는 설계자가 의도하는 최종단 링크 기구의 운동을 보장하는 캠-링크 기구(Cam-Linkage Mechanism)를 상호간 공유하는 벡터들로 구성된 모듈들의 결합으로 표현하며 캠 형상 최적화 기능을 갖춘 캠-링크 기구 설계 소프트웨어(Cam-Linkage Mechanism Design Software)를 개발하고자 했다.

## 2. 기구 운동 해석

### 2.1. 모듈의 개념 및 정의

실용적으로 많이 쓰이는 링크 기구는 구성 형태에 따라 몇 개의 다른 독립적인 유형으로 나눌 수 있다. 이 독립적인 개개의 요소들이 모듈(Module)에 해당되며 모듈의 실제 모델(Physical Model)은 한 개 이상의 벡터를 가진 수학적 모델(Mathematical Model)과 대응된다. 수학적 모델 내부에는 모듈의 기하학적 형태, 운동 형태, 타모듈과 연결성 등에 대한 정보들이 들어있다. Fig. 1은 크랭크 슬라이더 모듈에 대한 수학적 벡터 모델의 예를 보인다.

### 2.2. 모듈로 구성된 기구의 해석

캠은 캠 축의 회전 주기에 연동 하여 최종단 출력 링크에게 설계자가 의도한 특정 위치(Position) 혹은

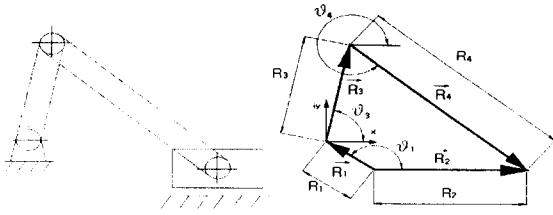


Fig. 1 The physical and mathematical model

운동(Motion)을 부여 할 수 있어야 한다. 본 연구에서는 특정 캠 회전각에 대한 최종단 출력 링크의 위치를 지정함으로써 운동을 부여한다. 캠-링크 기구의 설계 시에는 원하는 운동에 적합한 구조를 가진 종동 링크 기구들을 정의하고, 종동 링크 기구 운동형태를 정의하면 이 운동은 인접한 결합된 모듈의 운동정보로 입력되고 이 결과는 결합된 다음 모듈에서 연속적으로 사용된다. 이런 방식으로 최종단 링크 운동에 상응하는 캠 종동절(Cam Follower)의 운동이 계산되며 종동절 운동은 캠 합성(Cam Synthesis)을 수행하는 입력 자료가 된다. 캠 합성이 끝나면 계산된 캠의 형상(Cam Profile)에 근거해 전체 기구에 대한 기구학적 해석(Kinematic Analysis)을 한다.

### 2.3. 모듈의 분류 및 해석

본 논문에서 대상으로 삼은 모듈들은 2차원 평면 상 운동을 하는 것들이며 Fig. 2부터 9까지에 나타나 있다. 모듈들의 분류는 Masao<sup>[2]</sup>의 분류를 따랐으며, 본 논문에서는 식의 유도과정이나 미지수의 해는 기재를 생략했다.

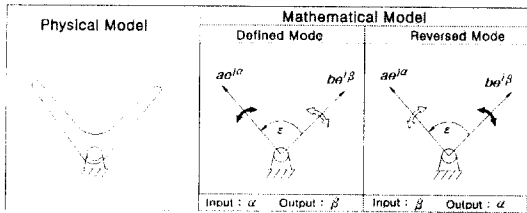


Fig. 2 Fork-Bar module

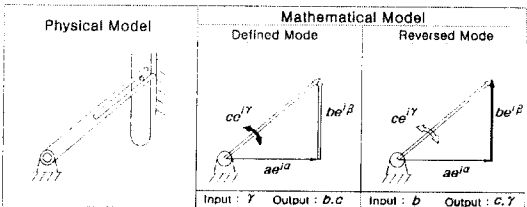


Fig. 3 Double slider module

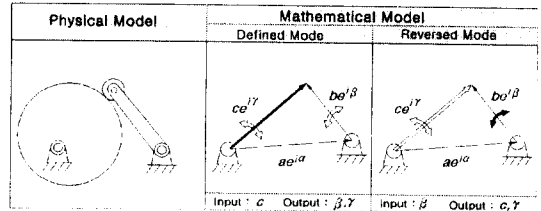


Fig. 4 Oscillating follower cam module

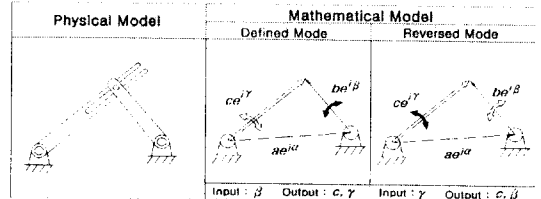


Fig. 5 Inverted slider-crank module

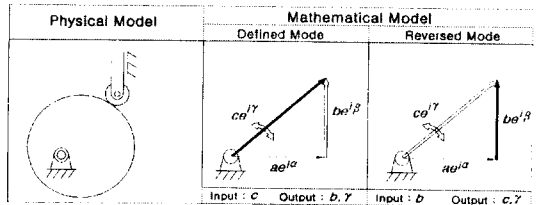


Fig. 6 Translating follower cam module

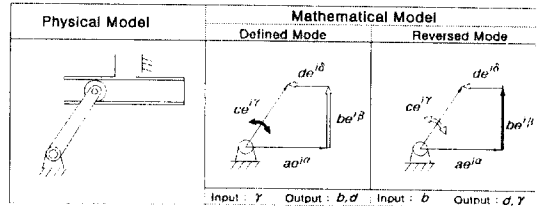


Fig. 7 Scotch yoke module

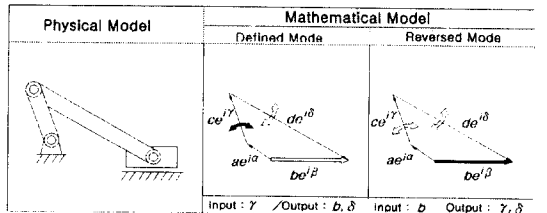


Fig. 8 Crank-Slider module

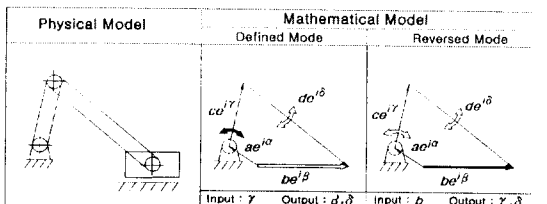


Fig. 9 Four bar linkage module

### 3. 캠의 설계

병진 종동절(Translating Follower)이나 요동 종동절(Oscillating Follower)을 가진 캠의 이전 설계방법은 설계자가 미리 캠의 기초원(Base Circle) 반경을 결정 한 후 기초원 주위로 캠 반경 방향으로 종동절의 변위를 둘러싸는 것이었는데, 기초원의 크기가 지나치게 크면 제작비 및 전체 캠-링크 기구의 관성을 증대시키며, 반대로 너무 작아도 종동절 운동이 캠 형상을 따라가지 못하거나 언더커팅(Undercutting)이 생길 수 있다. 따라서 적절한 크기의 캠 기초원 반경의 선정이 요구되며, 종동절에 전달되는 힘이 과도하지 않도록 압력각(Pressure Angle)을 일정한 범위 내에 들게 하거나, 언더커팅이 생기지 않을 수 있는 최소 기초원의 반경을 찾는 연구들이 행해져 왔다.<sup>[1,4,9]</sup>

#### 3.1. 요동 종동절 캠의 합성

Fig. 10, 11은 각각 평면, 로울러 요동 종동절 캠(Flat-Faced, Roller Oscillating Follower Cam)의 개요를 나타내고 있으며 요동 종동절의 변위는 상수  $\beta$ 와 캠 회전 구간 내에서 최소값이 0인 positive-semidefinite함수  $\sigma(\psi)$ 의 합으로 표시된다.<sup>[1]</sup>

$$\begin{aligned} \phi(\psi) &= \beta + \sigma(\psi), & \phi'(\psi) &= \sigma'(\psi), \\ \phi''(\psi) &= \sigma''(\psi), & 0 \leq \psi &\leq 2\pi \end{aligned} \quad (1)$$

평면 요동 종동절 캠의 경우에는 Fig. 10의 기하학적 형상에서 얻을 수 있는 관계식에 순간중심에 대한 케네디 정리(Kennedy Theorem)를 적용하고 운동 변수인  $\phi(\psi)$ 와 이것의 시간 미분의 항들로 정리하면 극좌표로 표시한 캠의 반경  $\rho$ 와 각도  $\theta$ 를 얻을 수 있다.

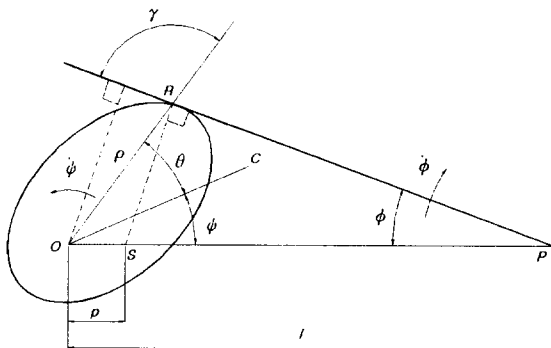


Fig. 10 A cam with flat faced oscillating follower

$$\rho = \frac{\sqrt{l^2 \phi'^2 \cos^2 \phi + [(1 + \phi')(l \sin \phi + e)]^2}}{1 + \phi'} \quad (2.a)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left[ \frac{(1 + \phi')(l \sin \phi)}{l \phi' \cos \phi} \right] - (\psi + \phi) \quad (2.b)$$

평면 요동 종동절의 경우 곡률이 음인 곳에서는 종동절이 캠의 형상을 따라가지 못하므로 전 구간에서 곡률은 양의 값이어야 한다. 곡률반경을 운동 변수들의 항으로 표시하면 다음과 같다.

$$r = \left| \frac{\phi'' \cos \phi}{(1 + \phi')^3} + \frac{(1 + 2\phi') \sin \phi}{(1 + \phi')^2} \right| \quad (3)$$

식 (4)와 같이 식 (3)의 함수에 항상 양이 되도록 조건을 부여하면 캠의 최소 크기를 결정하는  $\beta$ 를 구할 수 있다. 식 (4)에서  $r_m(\beta)$ ,  $r_M(\beta)$ 는 각각 global minimum, global maximum을 나타낸다.

$$[r_m(\beta)][r_M(\beta)] > 0 \quad (4)$$

Fig. 11과 같은 로울러 요동 종동절 캠의 경우, 기하학적 관계만 가지고 캠의 형상을 얻을 수 있다.

$$\rho(\psi) = \sqrt{l^2 + e^2 - 2el \cos \psi} \quad (5.a)$$

$$\theta(\psi) = \tan^{-1} \left( \frac{e \sin \psi}{l - e \cos \psi} \right) - \psi \quad (5.b)$$

종동절에 로울러가 있는 경우, 음의 곡률이 어느 정도 허용되므로 최대 허용 압력각  $\alpha$ 를 기준으로 삼는데, 캠 회전시  $\alpha$ 가 최대값을 가질 때의 캠 회전각  $\psi$ 를 구하는 것이 용이하지 않으므로  $\alpha$ 에 대한 특정 함수를 최대화(Extremize)시키는 방법을 사용하는데 식 (6)에서와 같이 정의된 구간에서 단일 값을 갖는  $\tan \alpha$ 를 사용하게 된다.  $\tan \alpha$ 의 극값은  $\psi$ 에 대해 일차 미분하면 얻을 수 있으며 정리된 관계식은 식 (7)과 같이 표현된다.

$$-\tan \alpha_M \leq \tan \alpha \leq \tan \alpha_M \quad (6)$$

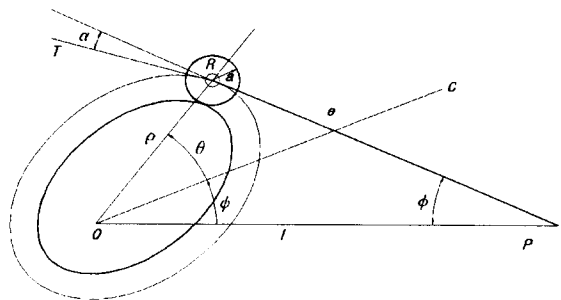


Fig. 11 A cam with roller oscillating follower

$$\frac{d \tan \alpha}{d \psi} = \frac{1}{D} [N'(\psi) - \tan \alpha D'(\psi)] = 0$$

$$N(\psi) \equiv \sigma'' + \sigma' [\sin \sigma + \omega \cos(\sigma - \sigma_M)] \quad (7)$$

$$D(\psi) \equiv \sigma' [\cos \sigma - \omega \cos(\sigma - \sigma_M)]$$

$$D(\psi) \equiv \sin \sigma + \omega \cos(\sigma - \alpha_M)$$

$$w \equiv \frac{v}{u} = \frac{\rho_{\min}}{e}$$

최대 압력각은 캠에 대해 종동절이 가장 낮은 위치에 있을 때 발생하므로 이때의 기하학적 관계와 식 (7)을 이용해서 최소 캠 반경을 나타내는  $\rho_{\min}$ 을 구할 수 있다.

### 3.2. 병진 종동절 캠의 합성

Fig. 12, 13은 각각 평면, 로울러 병진 종동절 캠 (Flat-Faced, Roller Translating Follower Cam)의 개요를 나타내고 있으며 요동 종동절의 변위는 상수  $b$ 와 캠 회전 구간 내에서 최소값이 0인 positive-semidefinite 함수  $\sigma(\psi)$ 의 합으로 표시된다.

$$\begin{aligned} s(\psi) &= b + \sigma(\psi), \quad s'(\psi) = s'(\psi), \\ s''(\psi) &= \sigma''(\psi), \quad 0 \leq \psi \leq 2\pi \end{aligned} \quad (8)$$

평면 병진 종동절 캠은 Fig. 12의 기하학적 관계와 캠과 종동절의 접촉점에서 각각의 순간속도가 같다는 것을 이용해서 캠의 형상을 얻을 수 있다.

$$\rho(\psi) = \sqrt{s^2(\psi) + s'^2(\psi)} \quad (9.a)$$

$$\theta(\psi) = \tan^{-1} \left[ \frac{s(\psi)}{s'(\psi)} \right] - \psi \quad (9.b)$$

평면 병진 종동절 캠의 언더커팅은 곡률이 무한대일 때 발생하므로 이때의 캠 회전각을  $\psi^*$ 라 하면

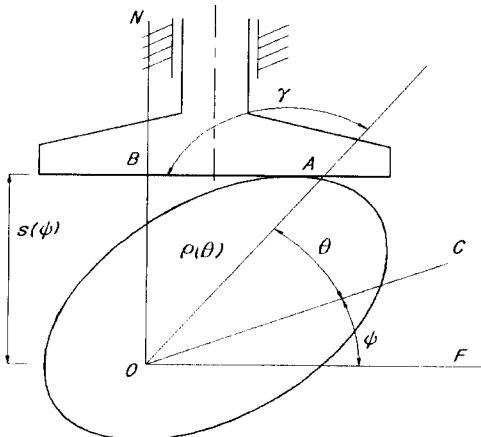


Fig. 12 A cam with flat faced translating follower

이 조건은 다음과 같이 쓸 수 있으며 상수  $b$ 의 최소값인  $b_0$ 를 구할 수 있다.

$$\sigma''(\psi^*) + \sigma(\psi^*) + b_0 = 0 \quad (10)$$

로울러를 가진 병진 종동절 캠의 경우에는 Fig. 13에서와 같은 기하학적 관계에서 식 (11.a, b)와 같이 캠의 외곽 형상을 얻을 수 있다.

$$\rho(\psi) = \sqrt{s^2(\psi) + e^2} \quad (11.a)$$

$$\theta(\psi) = \tan^{-1} \left[ \frac{s(\psi)}{e} \right] - \psi \quad (11.b)$$

캠의 최소 크기를 결정하는 기준으로서, 기구에 전달되는 힘을 일정 한도내에 들게 하기 위해 압력각의 허용 범위를 제한하며 로울러 요동 종동절 캠과 마찬가지로  $\alpha$  대신  $\tan \alpha$ 의 극값을 찾게 된다. Fig. 13의 기하학적 관계와 운동 변수들의 향으로 정리된 관계식은 다음과 같다.

$$\tan \alpha = \tan(\psi + \theta + \gamma) = \frac{s^2 s' + e(e s' - \rho^2)}{\rho^2 s} \quad (12)$$

위의 식 (12)를  $\psi$ 에 대해 미분하고 정리하면 식 (13)과 같이 최대 압력각 발생시의 캠 회전각  $\psi^*$ 를 구할 수 있다.

$$\sigma''(\psi^*) = \pm \tan \alpha_M \sigma'(\psi^*) \quad (13)$$

또한 최대 압력각 발생시의 기하학적인 변수들은 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} c_0 &= \frac{k_1}{2 \tan \alpha_M}, \quad e_0 = \frac{k_1}{2}, \quad b_0 = \frac{k_1}{2 \sin \alpha_M} \\ k_1 &\equiv \sigma'(\psi^*) - \tan \alpha_M \sigma(\psi^*) \end{aligned} \quad (14)$$

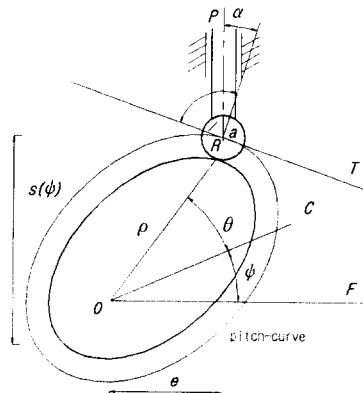


Fig. 13 A cam with roller translating follower

#### 4. 캠-링크 기구 설계 소프트웨어 개발

##### 4.1. 캠의 자료 구조

캠의 특성을 표현하는 변수들은 여러 가지가 있으나, 종동절 운동이 상승(Rise), 정류(Dwell), 하강(Fall)등을 표현하는 2개 이상의 구간(Segments)을 갖고 주기적으로 반복된다는 점은 공통적으로 적용되며, 각 구간에는 운동 특성을 나타내는 캠 곡선이 부여되는데, 곡선이 적용되는 해당 구간의 시작과 끝, 곡선의 종류, 상승 혹은 하강량에 대한 정보들이 필요하게 된다. 설계 혹은 가공을 위해 컴퓨터로 캠의 형상을 처리하게 되는 경우에는 좌표들이 불연속적(Discrete)인 형태로 존재하기 때문에 각각의 구간들은 계산의 정밀도 및 하드웨어의 용량에 따라 유한한 개수만큼 다시 분할되게 된다.

본 연구에서 개발한 소프트웨어는 기본적으로 위의 방법에 따라 Fig. 14에서 나타난 바와 같이 계층적(Hierarchical), 동적(Dynamical)인 구조로 캠을 표현하고 있다.

##### 4.2. 모듈의 자료 구조

모듈은 단순 병진, 왕복운동을 하는 단일 요소이거나 혹은 독립적인 폐루프(Closed Loop)링크 기구일 수 있다. 모듈을 표현하는 기본 정보는 벡터이며 이 외에도 다른 용도로 사용되는 부가 정보들을 갖고 있다. 모듈 또한 캠과 마찬가지로 계층적인 구조를 가지고 있으며 개개의 벡터가 링크 바(Linkage Bar)를 표현한다. 벡터는 직교 좌표계와 극좌표계에서 표현될 수 있도록 구성되었으며, 폐루프 기구에서 주동(Driving)과 종동(Driven) 벡터 해당 여부, 타모듈과의 결합 가능 여부, 운동가능 여부, 운동 형태등을 구별할 수 있는 상태변수(Flag)들이 포함되었다. Fig. 15은 3가지 모듈들을 구성 벡터들의 집합으로 재구성한 예이다.

캠 자료형						
부가정보	각속도	구간(Segments) 정보				
		구간 시작 위치	구간 종료 위치	캠 곡선 종류	캠 곡선 시작 위치	캠 곡선 종료 위치
형상	속도	가속도	지크			

Fig. 14 Hierarchical array structure of a cam

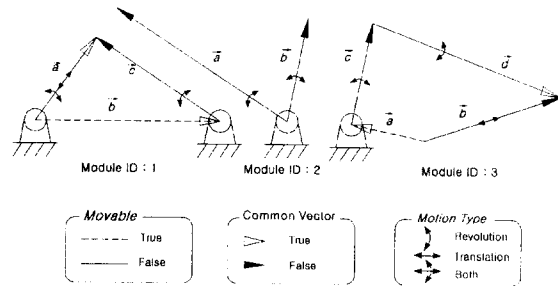


Fig. 15 An example module vector components

##### 4.3. 모듈집합의 모델링

둘 이상의 모듈이 상호 결합할 때 본 소프트웨어의 기구학적 구속조건이 요구하는 조건들은, 1. 결합하고자 하는 두 모듈의 공통 벡터들은 운동 형태가 같아야 하고, 2. 입,출력 벡터가 아닌 벡터는 (Fig. 15에서 백색 화살표) 타모듈과 결합을 위한 공통 벡터로 사용될 수 없으며, 3. 두 모듈의 공통벡터간 입, 출력 속성이 서로 달라야 한다는 것이다.

이 조건들은 모듈간 계산의 순서를 명확히 하고 실수로 결합 모듈의 구성이 부적절하게 것을 막기 위해 사용된다. 이 때 기준이 되는 모듈을 선정하게 되는데, 이는 피결합 모듈이 기준 모듈의 원점에 따라 이동하여 서로 공통된 원점을 갖게 되며 피결합 모듈의 공통 벡터 형상을 변경하는 결과를 가져온다.

##### 4.4. 소프트웨어의 개요 및 응용예

본 소프트웨어로 캠-링크 기구 설계를 하는 경우, 1. 모듈 형상 정의, 2. 모듈간 결합 정보 입력, 3. 최

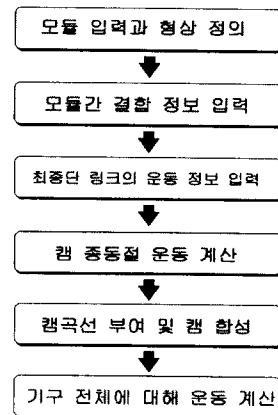


Fig. 16 Overall Cam-Linkage Design Process

종단 링크의 운동 정보 입력, 4. 캠 중동절 운동 계산 5. 캠 합성 및 전체 기구 운동 해석의 절차를 따르게 된다. Fig. 16은 모듈 형상 정의 단계를, Fig. 17은 완성된 캠-기구의 예를 보이고 있다.

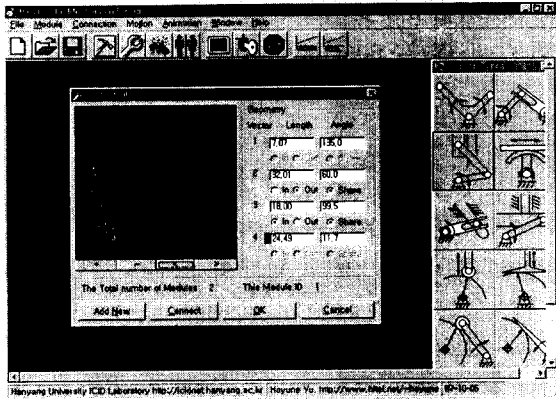


Fig. 16 Module definition screen

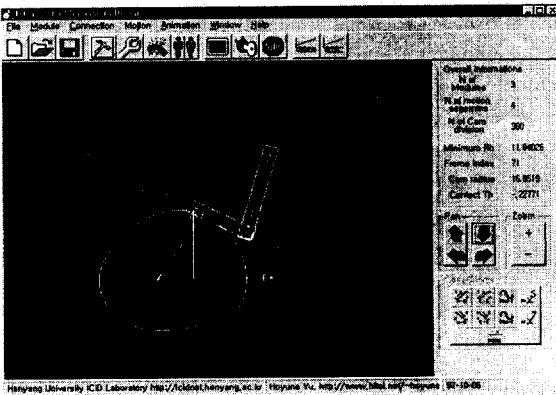


Fig. 17 An example cam-linkage mechanism screen

## 5. 결론

본 연구에서는 캠과 중동절 그리고 중동 링크들이 결합되어 있는 캠-링크 기구의 설계 소프트웨어를 개발했다. 캠 기구를 포함한 여러 형태의 링크 기구들의 구조를 모듈화 하여 캠-링크 기구를 모듈들이 기구학적 구속조건에 의해 결합된 형태로 구성했으며, 설계자가 정의한 최종단 링크 기구의 운동을 얻게 하는 최적의 캠 합성을 수행하는 동시에 전체 링크 기구의 기구학적 해석이 이루어지도록 했다.

본 연구는 그간 독립적으로 행해지던 캠과 링크 기구의 해석 및 설계를 단일화하고자 했으며, 개발한 소프트웨어는 사용이 쉬우면서도 실무적으로 즉

시 사용할 수 있는 실용적인 것이 되도록 구성했다. 따라서 사용 가능한 링크 기구 모듈의 추가 같은 성능 개선의 뒷받침이 지속된다면, 캠을 사용하는 기구의 설계 작업 능력 및 생산성 향상에 기여할 수 있으리라 본다.

## 참고 문헌

- [1] J. Angeles, C. S. López-Cajún. Optimization of Cam Mechanisms. Kluwer Academic Publishers, 1991
- [2] Masao Nishioka. Modular Structure of Spatial Cam-Linkage Mechanism. Mech. Mach. Theory, Vol. 31, No. 6, pp. 813-819, 1996,
- [3] A. G. Erdman, G. N. Sandor. CAMSYN. Mechanism Design Vol. 1, 2th edition, pp. 394-397, Prentice-Hall Inc.
- [4] Robert. L. Norton. DYNACAM. U.S.A : Design of Machinery, McGraw-Hill.
- [5] Ray P.S. Han, Richard Tsuyuki. Kinematic Simulations of Planar Mechanisms. Advances in Engineering Software, 16, pp. 209-217, Elsevier Science Publishers Ltd., 1993
- [6] S. Homan Kumar. Computer-aided Design of Work Dependent Cams for Single Spindle Automats. Mech. Mach. Theory, Vol. 24, No. 6, pp. 463-371, 1989,
- [7] F. Y. Chen, Mechanics and Design of Cam Mechanisms, Pergamon Press, 1982
- [8] J. Angeles and C. S. López-Cajún. Optimal Synthesis of Cam Mechanisms. Mech. and Mach. Theory, Vol. 23, No. 1, pp. 1-6, 1988
- [9] S. A. El-shakery, Y. Terauchi. A Computer-aided method for optimum design of plate cam size avoiding undercutting and separation phenomena II. Mechanism and Machine Theory, Vol. 19, No. 2, pp. 235-241, 1984
- [10] 신동희. 『캠의 설계 및 가공을 위한 자동화 시스템의 개발』 부산대학교 정밀기계공학과, 1993
- [11] 신중호. 『비결합 다관절 평면기구의 컴퓨터 원용 운동해석을 위한 컴포넌트 모듈기법』 대한기계학회논문집 제 17권 제 8호, pp. 1883-1892, 1993
- [12] 김상욱. 『캠의 자동설계 프로그램 개발에 관한 연구』 단국대학교 메카트로닉스 공학과, 1996
- [13] 씨앤티 코리아. 『CAMTEC 1.0』 기계설계 기술, pp. 104-105, 1995.