

복합병렬형 로봇의 최적설계 Optimal Design of a Hybrid Parallel Robot

김 찬 수 (호남대 공대)
Chan Soo Kim (Honam Univ)

ABSTRACT

Optimal design of a hybrid parallel robot is investigated. In order to optimize the mechanism, new performance measures are introduced since use of the previous methods suffer from lack of the physical meaning due to the dimensional inhomogeneity. To overcome the problem, an Euclidean norm definition of each output space with homogeneous dimension is used to find input-output norm relation and derive new performance measures for each output spaces, that is, translational and rotational velocity, and force and torque space. For illustration, the derived performance measures is applied to find the isotropic design of a Stewart platform robot which has condition number measures equal to one.

Key Words: optimal design(최적설계), performance measures(성능계수), hybrid parallel robot (복합 병렬 로봇), manipulability, condition number, isotropic design

1. 서 론

대부분의 산업용 로봇은 모든 액추에이터가 직렬로 연결된 직렬형 구조를 갖고 있다. 이러한 구조의 로봇은 일반적으로 넓은 작업 공간과 원활한 작동성을 갖고 있으나 강성이 낮으므로 가반하중이 적고 정밀성이 떨어지며 동적특성이 상대적으로 열악하다. 반면에 액추에이터를 병렬로 연결한 병렬형 로봇은 높은 강성을 가지므로 가반하중이 크고 상대적으로 좋은 동적특성을 지니며 정밀한 운동에 적합한 구조로 알려졌다.

또한 직렬로 연결된 구동기가 병렬로 작용하는 구조를 갖는 로봇을 구성할 수 있는데, 이러한 로봇을 복합 병렬 로봇이라 한다. 보행 로봇, multifingered gripper, Stewart platform [4] 등이 이러한 복합 병렬 구조에 속하는 로봇이다. 본 논문에서는 이러한 복합 병렬 구조의 로봇의 최적 설계를 위한 지표로 사용할 수 있는 성능계수를 유도하여 제시한다. 여러 저자에의하여 제시되었던 성능계수가 [5,6,10] 명확한 물리적 의미를 갖지 않는 문제를 해결하기 위하여, 출력 공간을 동질성을 지니

는 공간으로 분할하여, 그 분할된 각각의 공간에서 성능계수를 유도함으로써 성능계수의 물리적 의미를 명확히 하였다. 또한, 유도된 성능계수를 Stewart platform에 적용하여 isotropic 설계를 유도하여 예시하였다.

2. 성능계수 (Performance Measures)

2.1 입력공간과 출력 공간의 norm 관계

n 개의 구동기가 직병렬 복합 구조로 연결된 6차원 공간에서 작동되는 로봇에 대하여 구동기의 구동속도 $\dot{J} \in R^n$ 와 end-effector의 screw $S \in R^6$ 는 [3] 자코비안 $J \in R^{n \times 6}$ 에 의하여 다음 식(1)과 같이 쓸 수 있다 [7].

$$\dot{J} = J \dot{N} S \tag{1}$$

위 식에서 N 는 ray 좌표계의 screw를 axis 좌표계로 변환하는 연산자로 Lipkin과 Duffy는 이 변

환을 correlation이라 하였고 [8] 아래와 같은 6×6 행렬로 표시할 수 있다.

$$H = \begin{bmatrix} O_3 & I_3 \\ I_3 & O_3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

식(1)의 HS 는 end-effector의 병진운동 속도 v 와 회전속도 w 로 분할될 때 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{x} \equiv HS \equiv \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} \quad (3)$$

한편 구동기에 작용하는 힘 f 와 end-effector에 작용하는 wrench S_w 의 [3] 관계는 다음과 같다.

$$S_w = J^T f \quad (4)$$

위의 식(4)는 에너지 보존법칙을 사용하여 쉽게 증명될 수 있다 [9].

식(1)로부터 구동기 입력 공간의 유클리디안 norm과 end-effector 출력 공간의 유클리디안 norm은 다음과 같은 관계에 있음을 유도할 수 있다.

$$\frac{1}{\sigma_1} \leq \frac{\|\dot{x}\|}{\|f\|} \leq \frac{1}{\sigma_6} \quad (5)$$

$$\sigma_6 \leq \frac{\|S_w\|}{\|f\|} \leq \sigma_1 \quad (6)$$

여기서 σ_1, σ_6 는 J 의 singular value $\sigma_1, \dots, \sigma_6$ 중 최댓값 σ_1 과 최솟값 σ_6 을 의미한다.

2.2 성능계수 (Performance Measures)

로봇의 성능 계수로서 자코비안의 condition number와 최소 singular value, manipulability등이 여러 연구자에 의하여 제시되었다 [2, 5, 6, 10]. 식(5)와 (6)에서 보여주는 바와 같이 최소 및 최대 singular value는 입력공간과 출력공간의 norm 비율의 상한과 하한을 결정시켜준다. 상대적으로 큰 값의 최소 및 최대 singular value는 식(6)에 의하여 로봇의 가만하중이 상대적으로 큰 반면 식(5)에 의하여 상대적으로 적은 작동성을 지니고 있음을 알 수 있다. Yoshikawa는[10] manipulability를 end-effector의 위치와 방향을 임의로 변화시키기

원활한 정도로 정의하고 그 계수를 아래와 같이 나타내었다.

$$M = \sigma_1 \sigma_2 \dots \sigma_6 \quad (7)$$

manipulability M 은 원활한 작동성과 가만하중을 나타내는 계수로 사용될 수 있음을 식(5)와 (6)을 통하여 알 수 있다. 여기서 어느 로봇에 대하여 작동성과 가만하중은 서로 역수의 관계에 있으므로 그 둘은 동시에 극대화 될 수 없음을 주목할 필요가 있다.

한편, 최대 및 최소 singular value의 비율로 정의되는 condition number는

$$\text{cond}(J) = \frac{\sigma_1}{\sigma_6} \quad (8)$$

입력과 출력공간 norm 비율의 균일성을 의미한다. 즉, condition number가 1일 때 (isotropic이라 함) 식(5)와 (6)의 상하한이 일치하므로 임의의 입력에 대하여 출력의 크기는 모든 방향으로 동일함을 의미하며, condition number가 1로부터 멀어질수록 임의의 입력에 대한 최대 출력과 최소 출력의 차이가 더욱 크게됨을 의미한다.

이상의 고려로부터 manipulability는 입력과 출력공간 norm 비율의 크기를 condition number는 임의의 입력에 대한 출력공간의 균일성을 나타내는 성능 계수로서 의미를 지님을 알 수 있다.

2.3 분할 출력 공간의 성능 계수

출력 공간의 6개 원소는 3개의 병진과 3개의 회전 운동에 대한 원소 또는 3개의 힘과 3개의 토크 원소로 구성되어 서로 다른 단위를 지니는 공간이기 때문에 출력공간 전체에 대한 norm의 물리적인 의미가 모호한 문제가 있다. 이러한 문제를 해결하는 하나의 방법은 출력공간을 서로 동일한 단위를 갖는 부분 공간으로 분할하여 각 부분공간에서 유클리디안 norm 정의를 기반으로하여 입출력공간의 norm 관계를 유도하는 것이다. 속도 출력공간을 병진 속도 v 와 회전속도 공간 w 로 분할하고 wrench 공간을 힘 F 와 토크 T 로 분할할 때 식(1)과 (4)는 각각 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$l = [J_1 J_2] \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$F = J_1^T f, \quad T = J_2^T t \quad (10)$$

여기서 $J_1 \in R^{n \times 3}, J_2 \in R^{n \times 3}$

이제, 입력공간에 대한 분할된 출력공간 norm의 관계는 행렬 J_1, J_2, N_v, N_w 에 대한 각각의 singular value $\beta, \gamma, \sigma^2, a^2$ 에 의하여 주어질 수 있다. 여기서

$$N_v = J_1^T P_2^+ J_1, \quad N_w = J_2^T P_1^+ J_2 \quad (11)$$

P_1^+, P_2^+ 는 각각 J_1, J_2 의 영공간에 대한 직교사영 연산자로 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} P_1^+ &= I - J_1(J_1^T J_1)^{-1} J_1^T \\ P_2^+ &= I - J_2(J_2^T J_2)^{-1} J_2^T \end{aligned} \quad (12)$$

구동기에 임의의 단위 입력이 주어질 때, 즉 $\| \dot{l} \| = 1$ 또는 $\| f \| = 1$ 일 때, 각각의 분할 출력공간인 병진속도, 회전속도, 힘, 토크 출력공간의 순서로 다음 관계를 만족함을 유도할 수 있다.

$$v: \sum_{i=0}^3 \sigma_i^2 v_i^2 \leq 1 \quad (13)$$

$$w: \sum_{i=0}^3 \alpha_i^2 w_i^2 \leq 1 \quad (14)$$

$$F: \sum_{i=0}^3 \frac{F_i^2}{\beta_i^2} \leq 1 \quad (15)$$

$$T: \sum_{i=0}^3 \frac{T_i^2}{\gamma_i^2} \leq 1 \quad (16)$$

식 (13)으로부터 (16)에 의하여 각각의 출력 공간에 대한 성능계수 manipulability M_i 및 condition number C_i 는 각각 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} v: \quad M_v &= \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3, & C_v &= \sigma_1 / \sigma_3 \\ w: \quad M_w &= \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3, & C_w &= \alpha_1 / \alpha_3 \\ F: \quad M_F &= \beta_1 \beta_2 \beta_3, & C_F &= \beta_1 / \beta_3 \\ T: \quad M_T &= \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3, & C_T &= \gamma_1 / \gamma_3 \end{aligned} \quad (17)$$

식(17)에 의하여 정의된 성능 계수는 각각의 해당 출력공간에서 최적 설계를 위한 계수로 사용될 수 있다. 즉 각각의 condition number 계수가 작업 공간을 통하여 1에 근접할수록 해당 출력 공간의 균

일성이 최적인 설계로 간주할 수 있다. 또한, 속도의 출력공간에 대하여 manipulability 계수값이 적을수록 원활성이 높은 설계로 힘의 출력공간에 대하여 manipulability 계수 값이 클수록 가반하중이 큰 설계로 간주될 수 있다.

3. Stewart Platform에 대한 적용

Stewart platform은 base와 end-effector로 사용되는 platform을 직렬 링크로 구성된 6개의 다리를 병렬로 연결한 구조를 갖는 복합 구조의 한 특수한 예이다 (Fig. 1 참조). 각각의 다리는 양 끝단의 spherical 조인트와 중간에 prismatic joint가 직렬로 연결된 구조를 갖는다. 각각의 prismatic joint가 구동기로 사용될 때 joint 속도와 platform 원점의 속도의 관계는 식 (1)로 주어지고 이때 자코비안은 다음과 같다 [4].

$$J = \begin{bmatrix} e_1^T (\mathbf{p}_1 \times e_1)^T \\ \vdots \\ e_6^T (\mathbf{p}_6 \times e_6)^T \end{bmatrix} \quad (18)$$

여기서 e_i 는 i 번째 다리의 벡터 $\mathbf{p}_i + \mathbf{o} - B_i$ 를 base 고정 기준좌표계에서 표현한 단위 벡터이며 \mathbf{p}_i 는 platform 원점으로부터 각각의 다리가 platform에 연결된 joint까지의 벡터를 base 고정 기준좌표계에서 표현한 위치 벡터이다.

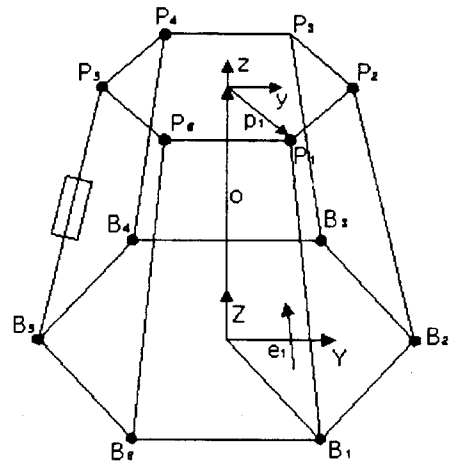


Fig. 1 Stewart Platform

3.1 설계변수의 단순화

설계 문제의 단순화를 위하여 base에 연결된 조인트 B_i 와 platform에 연결된 조인트 P_i 는 각각 semi-regular hexagon의 각 꼭지점에 위치하는 구조를 갖는 것으로 한다 (Fig. 2 참조). 이러한 구조일 때 설계 변수는 각각 base와 platform의 semi-regular hexagon을 외접하는 원의 반지름 R 과 r , 두 semi-regular hexagon의 half angle ϕ 와 θ , 중립 위치에서의 platform의 높이 h 이다. 여기서 base의 반지름 R 로 다른 설계 변수를 정규화하면 설계변수는 platform의 semi-regular hexagon을 외접하는 원의 반지름 r , 두 semi-regular hexagon의 half angle ϕ 와 θ , 중립 위치에서의 platform의 높이 h 등 4개로 감소시킬 수 있다.

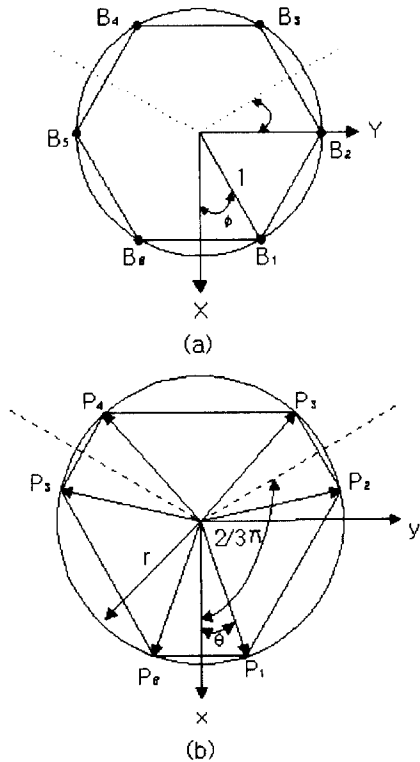


Fig. 2 (a) 외접 단위 원에서 half-angle ϕ 를 갖는 semi-regular hexagon (b) 반지름이 r 인 외접원에서 half-angle θ 를 갖는 semi-regular hexagon

3.2 중립위치에서 isotropic 설계

Condition number가 1을 만족하는 설계를 isotropic 설계라 하며 [1], 이때 로봇은 성능의 균일성 측면에서 최적인 설계를 갖는다. 이러한 isotropic 최적 설계의 예시를 위하여 중립 위치에서 isotropic 설계 문제를 고려한다. 3.1절에서 설정한 설계 변수를 이용하여 식(18)의 자코비안을 구성하고 식(17)로 주어진 성능 계수를 유도하면 다음과 같다.

$$M_v = \frac{3\sqrt{6}hsin^2(\theta-\phi)}{l^3} \quad (19)$$

$$C_v = \frac{Max(|sin(\theta-\phi)|, \sqrt{2}h)}{Min(|sin(\theta-\phi)|, \sqrt{2}h)}$$

$$M_w = \frac{3\sqrt{6}r^3|sin^3(\theta-\phi)|h^2}{l^3(l^2-h^2)} \quad (20)$$

$$C_w = \frac{Max(h, \sqrt{2(l^2-h^2)})}{Min(h, \sqrt{2(l^2-h^2)})}$$

$$M_F = \frac{3\sqrt{6}(l^2-h^2)h}{l^3} \quad (21)$$

$$C_F = \frac{Max(\sqrt{l^2-h^2}, \sqrt{2}h)}{Min(\sqrt{l^2-h^2}, \sqrt{2}h)}$$

$$M_T = \frac{3\sqrt{6}r^3h^2|sin(\theta-\phi)|}{l^3} \quad (22)$$

$$C_T = \frac{Max(h, \sqrt{2}|sin(\theta-\phi)|)}{Min(h, \sqrt{2}|sin(\theta-\phi)|)}$$

여기서 l 은 중립위치에서 다리의 길이로 설정된 설계 변수의 향으로 다음과 같이 주어진다.

$$l = \sqrt{r^2 - 2\cos(\theta-\phi)r + 1 + h^2} \quad (23)$$

식(19), (20), (21), (22)로부터 병진 속도, 회전 속도 공간, 힘 및 토크 공간에 대한 isotropic 설계는 각각 다음의 관계식이 만족될 때 얻어짐을 유도할 수 있다.

$$v: h = \frac{|sin(\theta-\phi)|}{\sqrt{2}} \quad (24)$$

$$w: r^2 - 2\cos(\theta-\phi)r + 1 = h^2/2 \quad (25)$$

$$F: r^2 - 2\cos(\theta-\phi)r + 1 = 2h^2 \quad (26)$$

$$T: h = \sqrt{2}|sin(\theta-\phi)| \quad (27)$$

위의 식(24)를 식(25)에 대입하여 정리하면 두 식을 동시에 만족하는 설계는, 즉 병진속도 공간과 회전속도 공간에 대하여 모두 isotropic 설계 조건을 만족하는 설계는 존재하지 않음을 알 수 있다. 한편 힘과 토크 공간 모두에 대한 isotropic 설계조건은 식(26)과 (27)로부터 다음과 같음을 쉽게 유도할 수 있다.

$$r=2\sin(\theta-\phi+\pi/6), \quad h=\sqrt{2}\sin(\theta-\phi) \quad (28)$$

4. 결 론

본 논문에서는 복합 병렬형 로봇의 최적 설계를 위한 기준으로 사용될 수 있는 새로운 성능 계수를 유도하여 이를 제시하였다. 전체의 출력 공간을 각각 동일한 단위를 갖는 4개의 공간으로 분할하여 분할된 공간에서의 norm에 근거하여 각각의 manipulability와 condition number 성능 계수를 유도하였다. 이러한 성능 계수를 Stewart platform의 isotropic 설계 문제에 적용하여 각각의 출력 공간에 대한 isotropic 설계 조건을 제시하였다. 또한, 이 로봇이 중립 위치에 있을 때 병진속도 공간과 회전속도 공간 모두에 대한 isotropic 설계는 존재하지 않음을 보였다. 향후, 본 논문에서 제시한 다양한 성능계수를 이용하여 복합 병렬 로봇의 최적 설계 문제에 적용을 하기위한 지속적인 연구가 필요하다.

후 기

본 연구는 한국학술진흥재단 지방대육성과제의 일부로 수행되었습니다. 동 재단의 관계자 분들께 감사드립니다.

참고문헌

1. Jorge Angeles, "The Design of Isotropic manipulator architectures in the presence of redundancies," The Int. J. of Robotics Research, 11(2), 1992.
2. H. Asada and J. A. C. Granlto, "Kinematic and Static Characterization of Wrist Joints and Their Optimal Design," Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 244-250, 1985.
3. R. S. Ball, "The Theory of Screws," Cambridge University Press, 1900.
4. E. F. Fichter, "A Stewart Platform-based

- Manipulator: General Theory and Practical Construction," The International Journal of Robotics Research, 5(2), 1986.
5. C. M. Gosselin, "Dexterity Indices for Planar and Spatial Robotic Manipulator," Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 650-655, 1990.
6. C. A. Klein and B. E. Blaho, "Dexterity Measures for the Design and Control of Kinematically Redundant Manipulators," The Int. J. of Robotics Research, 10(4), 1991.
7. V. Kumar, "Instantaneous Kinematics of Parallel-Chain Robotic Mechanisms," Journal of Mechanical Design, pp. 349-358, 1992
8. H. Lipkin and J. Duffy, "Elliptic Polarity of Screws," Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, Sept. 1987.
9. K. J. Waldron and K. H. Hunt, Series-parallel Dualities in Actively Coordinated Mechanisms, The Fourth International Symposium on Robotics Research, pp 175-180, 1988
10. T. Yoshikawa, "Manipulability of Robotic Mechanisms," The Int. J. of Robotics Research, 4(2), 1985.