

퍼지신뢰성이론에 의한 피로수명 예측 Fatigue Life Prediction using Fuzzy Reliability theory

심확섭(경남대 대학원)*, 이지우(경남대 공대), 장건익(전주공전)
Hoag-seb Sim(Graduate School, Kyungnam Univ.) Chi-woo Lee(Kyungnam, Univ.)
Kum-ik Chang(Junju College)

ABSTRACT

Because of a sudden growth of the research of fatigue failure, recent machines or structures have been designed by damage tolerance design in many fields. Consequently, it is the most primary factor to clarify the specific character of fatigue failure in the design of machines or structures considering reliability. A statistical analysis is required to analyze the outcome of an experiment or a life estimate by reason of that fatigue failure contains lots of random elements.

Reliability analysis which has taken the place of the existing analyses in the consideration of the uncertainty of a material, is a very efficient way. Even reliability analysis, however, is not a perfect way to analyses the uncertainties of all the materials. This thesis would refer to a newly conceived data analysis that the coefficient of a system could cause the ambiguity of the relationship of an input and output.

key words : Reliability Analysis(신뢰성해석), Fuzzy Set Theory(퍼지집합이론), Fatigue Life Prediction(피로수명예측), Fuzzy Linear Regression Method(퍼지선형회귀법)

1. 서론

피로파손은 많은 랜덤요소를 내포하고 있으므로 실험결과 및 수명예측을 규명하기 위해서는 재료의 불확정성을 고려한 해석 방법으로 신뢰성해석이 기존의 방법을 대신하게 되었는데 이 신뢰성해석 방법은 재료의 불확정성을 다룬다는 측면에서 아주 효율적인 방법이다. 그러나 신뢰성해석으로도 재료에 대한 모든 불확정성을 해석에 이용하기에는 어려움이 따르는데, 그 이유는 신뢰성해석으로 다룰 수 있는 불확정성의 범위가 매우 제한적이고, 구조물에 대한 정보들이 반드시 객관적인 통계 자료로 주어지지 않는다는 데 있다. 주관적으로 주어진 정보를 기존의 신뢰성 해석에 도입하기 위해서 퍼지집합이론⁽¹⁻³⁾에서, 이러한 정보를 퍼지 선형 회귀법⁽⁴⁻⁵⁾을 사용할 수 있다.

표준회귀모델에서는 데이터와 모델로부터 얻은 추론치간의 차이를 관측오차로 생각하지만 퍼지 회귀모델에서는 데이터와 모델사이의 차이를 시스템 구조내의 모호성으로 가정한다.

시스템의 모호성을 표현하는 계수를 생각하고 이 계수들이 퍼지 수로 표현되는 시스템으로 취급하고자 한다. 계수를 퍼지 수로 표현한다는 것은 그 계수에 대한 가능성을 부여하는 것이기 때문에 이러한 시스템을 선형 가능성 시스템이라고 한다⁽⁷⁻⁸⁾.

본 연구에서는 이러한 입출력 관계의 모호성을 시스템의 계수에 기인하는 것으로 생각한 새로운 형태의 데이터 분석을 통해 회전굽힘피로시험데이터에 의한 피로수명예측을 이 방법에 의한 유용성을 검토하였다.

2. 퍼지 선형 회귀법

선형 가능성 시스템을 이용하여 선형 회귀모델을 설정하고 여기에 취급하는 데이터의 형태에 따라 표준 데이터와 출력이 퍼지 수인 퍼지 데이터로 나누어서 설명하면 다음과 같다.

2.1 표준 데이터

주어진 데이터는 $(y_i, x_{i1}, \dots, x_{in})^i \quad i = 1, \dots, N$ 이다, y_i 는 i 번째 표본에 대한 출력이고 x_{ij} 는 i 번째 표본에 대한 j 번째 입력 또는 j 번째 설명변수이며 변수는 $x_i = (x_{i1}, \dots, x_{in})^T$ 의 벡터로 나타낼 수 있다.

표준 회귀모델에서는 실제 데이터와 추론치 사이의 차이

$$y_i - \sum a_j x_{ij} = \epsilon_j; \quad j = 1, \dots, N \quad (1)$$

는 관측오차로 해석되고 회귀분석은 확률모델을⁽⁶⁾ 이용해서 수행된다.

(1) 선형 가능성 스템은 다음과 같은 형태을 모델로 한다.

$$Y_i = A_0 + A_1 x_{i1} + \dots + A_n x_{in} \quad (2)$$

여기서, 퍼지계수 A_i 는 대칭 퍼지수 $(a_i, c_i)_L$ 이다.

(2) 퍼지계수 A_i 는 주어진 데이터 (y_i, x_i) 가 추론된 퍼지수 Y_i 안에 포함되는 정도 h 에 의해 결정된다.

즉, 퍼지수 A_i 는

$$\mu_{Y_i}(y_i) \geq h; i = 1, \dots, N, \quad (3)$$

인 관계를 만족한다. 여기서 Y_i 는 추론된 퍼지수이다.

(3) Y_i 의 전체 폭을 최소화시키는 퍼지계수 A_i 가 결정된다. 즉,

$$J(c) = \sum c^t |x_i|, \quad (4)$$

여기서, $c = (c_1, \dots, c_n)'$ 이고, $c^t |x_i|$ 는 Y_i 의 폭이다. $J(c)$ 는 기존 회귀모델 해석시의 오차의 합에 해당한다. 위의 사실들에 의하면 선형 가능성 회귀문제는 식(3)의 제한 조건하에서 식(4)의 목적함수를 최소화시키는 $A_i = (a_i, c_i)$ 을 구하는 문제로 축소된다. 즉, 이 문제는 다음식(5)의 선형 프로그래밍문제를 푸는 것이 된다.

$$\begin{aligned} \min J(c) &= \sum c^t |x_i| \\ \epsilon, c \\ y_i &\leq x_i^t \alpha + |L^{-1}(h)| c^t |x_i| \\ y_i &\geq x_i^t \alpha - |L^{-1}(h)| c^t |x_i| \\ c &\geq, \quad i = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (5)$$

2.2. 퍼지 데이터

여기에 사용된 데이터를 (Y_i, x_i) , $i = 1, \dots, N$ 이라고 하면 Y_i 는 퍼지출력을 나타내고 $Y_i = (y_i, e_i)_L$ 로 표현된다. 퍼지 데이터 (Y_i, x_i) 가 주어지면 식(6)을 만족하는 \underline{A} 과 \overline{A} 를 구하는 것이다.

$$\begin{aligned} Y_i = \underline{A}_1 x_{i1} + \dots + \underline{A}_n x_{in} \subset Y_i \subset \overline{A}_1 x_{i1} + \\ \dots + \overline{A}_n x_{in} = \overline{Y}_i \end{aligned} \quad (6)$$

$$\min J(c) = \sum c^t |x_i|$$

$$Y_i = \overline{A}_1 x_{i1} + \dots + \overline{A}_n x_{in} \supset \overline{Y}_i; i = 1 \dots N$$

min문제에서는 퍼지출력 \overline{Y}_i 가 하향식으로 추론되므로 이것을 \overline{Y}_i 의 항을 최소화시키는 방향으로 실행하였다.

$$\begin{aligned} \min J(c) &= \sum c^t |x_i| \\ \epsilon, c \\ y_i &\leq x_i^t \alpha + |L^{-1}(h)| c^t |x_i| \\ y_i &\geq x_i^t \alpha - |L^{-1}(h)| c^t |x_i| \\ c &\geq, \quad i = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (7)$$

3. 퍼지추론

퍼지추론⁽⁸⁾에는 2가지의 방법이 있는 데는 직접법은, A'와 A→B로부터 직접 B'을 추론하는 방법이고, 간접법은, 명제의 퍼지진리치를 해석하여 추론하는 방법이다. 여기서 직접법을 이용하고 그 구조는 다음과 같은 형식을 이용한다.

if X = 적다 then 파손확률 = 낮다

if X = 많다 then 파손확률 = 높다

이러한 형은 if-then...으로 표현되며, if~의 부분을 전제 조건으로, 전건부 또는 조건부(condition part)라 하고, then이하 부분을 결론 또는 후건부, 조작부(operation part)라고 한다. 추론 방법으로는, 이들 형식에 대하여 실제의 관측데이터를 어떻게 조합하여 결론을 도출하느냐 하는 것이다. 퍼지추론의 대표적인 예로서, 「min-max중심법」이 가장 많이 이용되며, 그 구조는 다음과 같다.

규칙 1 : A1 and B1 ⇒ C1

규칙 2 : A2 and B2 ⇒ C2

.....

규칙 n : An and Bn ⇒ Cn

결론 : C'

관찰정보[x_0 and y_0]와 각 규칙 「Ai and Bi ⇒ Ci」($i = 1, 2, \dots, n$)으로부터 얻어지는 추론 결과(퍼지집합 C'i)는 다음 식(8)과 같이 표현된다.

$$\mu C'i(z) = \min(\mu Ai(x_0), \mu Bi(y_0), Ci(z)) \quad (8)$$

각각 결론부가 구해진 후, 최종적인 결론이 되는 C'는

$$C' = \max(C'1, C'2, \dots, C'n) \quad (9)$$

로 되며, 대표치 z_0 을 비퍼지화하여 구한다. 비퍼지화(defuzzification) 방법으로는 다음 식(10),(11)과 같으며,

$$\text{중심법: } \sum B(y) y dy / \sum B(y) dy \quad (10)$$

$$\text{면적법: } \sum b_i S_i / \sum S_i \quad (11)$$

여기서, b_i 는 결론부의 대표점, S_i 는 결론부의 면적이다. 그 외의 비퍼지화 방법으로는 최대평균법, 최대중앙점, 높이법, 최대높이법 등이 있다. 본 연구에서는 삼각형의 멤버집합수를 이용하여 연산에 용이한 식 (10)의 중심법을 사용하였다.

피로수명 추론은 1항목 또는 복수개 항목의 조합에 의한다. 피로반복수 x_1 이 약간 부정이라면, 파손확률이 불명, 수치가 긍정에 가까우면, 파손된 가능성이 크게 되는데 이것을 if-then 규칙으로 표시하면, 다음과 같이 기술할 수 있다.

if x_1 is PL, then Y is PL

if x_1 is PM, then Y is PM

if x_1 is PS, then Y is PS

if x_1 is ZR, then Y is ZR

if x_1 is NS, then Y is NS

if x_1 is NM, then Y is NM

if x_1 is NL, then Y is NL

여기서 x_1 은 항목의 피로반복수, Y는 이상에 대한 파손확률이다.

5. 적용 예

본 실험에 사용된 재료는 SM45C 탄소강으로 재료의 화학적성분과 기계적 특성은 Table 1, 2같다.

피로시험은 Ono형회전굽힘피로시험기로 상온에서 최대 굽힘모멘트 10 kgf·m 으로 회전속도는 3000rpm으로 실험되었으며 일정진폭피로시험결과들은 Table 3~6 나타내었다.

Table 1 Mean chemical compositions of material (Wt. %)

Material	C	Si	Mn	P	S	Cu	Ni
SM45C	0.45	0.243	0.753	0.0173	0.0667	0.0133	0.01

Table 2 Mean mechanical properties of material (kgf/mm²)

Material	σ_Y	σ_u	ϵ (%)	σ_Y : Yield strength σ_u : Ultimate strength ϵ : Percent of elongation
SM45C	34.1	63.3	22.0	

Table 3 Fatigue life at stress 20 (kgf/mm²)

No.	y_i	x_1	x_2
1	237000	12.94	16.67
2	296000	31.47	33.33
3	1350000	50	50
4	4020000	68.53	66.67
5	4380000	87.06	83.33

Table 4 Fatigue life at stress 22.5 (kgf/mm²)

No.	y_i	x_1	x_2
1	150000	10.91	14.29
2	174000	26.55	28.57
3	262000	42.18	42.86
4	319000	57.82	57.14
5	741000	73.45	71.43
6	772000	89.09	85.71

Table 5 Fatigue life at stress 25 (kgf/mm²)

No.	y_i	x_1	x_2
1	102000	15.91	20
2	240000	38.64	40
3	314000	61.36	60
4	407000	84.09	80

Table 6 Fatigue life at stress 27.5 (kgf/mm²)

No.	y_i	x_1	x_2
1	60600	12.94	16.67
2	67400	31.47	33.33
3	157000	50	50
4	171000	68.53	66.67
5	196000	87.06	83.33

Table 7 Fatigue life at stress 20 (kgf/mm²)

No.	y_i	x_1	x_2
1	43800	10.91	14.29
2	52800	26.55	28.57
3	67400	42.18	42.86
4	83300	57.82	57.14
5	104000	73.45	71.43
5	161000	89.09	85.71

이 데이터를 이용하여 피로 반복수를 나타내는 선형 가능형 함수를 가정하면

$$Y_i = A_0 + A_1 x_{i1} + A_2 x_{i2}$$

여기서, A_0 는 퍼지상수이다. 그리고 퍼지계수가 삼각형 이라면 $L(x) = 1 - |x|$ 이라면 식(7)에서 A 를 구한다.

응력 20 (kgf/mm²) 일 때

$$A_0^* = (0, 0)_L, A_1^* = (0, -23860)_L, A_2^* = (50090, 70040)_L$$

응력 22.5 (kgf/mm²) 일 때

$$A_0^* = (0, 0)_L, A_1^* = (0, -244990)_L, A_2^* = (89800, -254710)_L$$

응력 25 (kgf/mm²) 일 때

$$A_0^* = (0, 0)_L, A_1^* = (0, 771.0)_L, A_2^* = (5233.3, 788.5)_L$$

응력 27.5 (kgf/mm²) 일 때

$$A_0^* = (0, 0)_L, A_1^* = (0, -5303)_L, A_2^* = (2352, 6879)_L$$

응력 30 (kgf/mm²) 일 때

$$A_0^* = (0, 0)_L, A_1^* = (0, -8598.5)_L, A_2^* = (1691.2, 9312)_L$$

응력 35 (kgf/mm²) 일 때

$$A_0^* = (0, 0)_L, A_1^* = (0, -2647.3)_L, A_2^* = (827.3, 2894)_L$$

응력 40 (kgf/mm²) 일 때

$$A_0^* = (0, 0)_L, A_1^* = (0, -855.1)_L, A_2^* = (457.4, 1044)_L$$

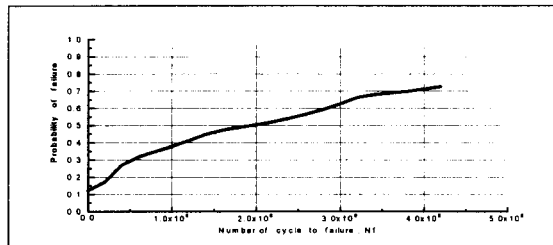


Fig 1. Fatigue Probability of Stress 20 (kgf/mm²)

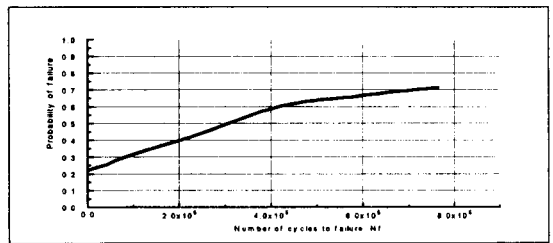


Fig 2. Fatigue Probability of Stress 22.5 (kgf/mm²)

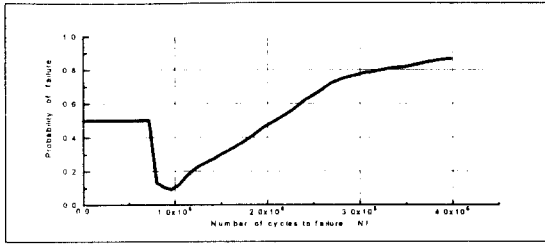


Fig 3. Fatigue Probability of Stress 25 (kg_f/mm^2)

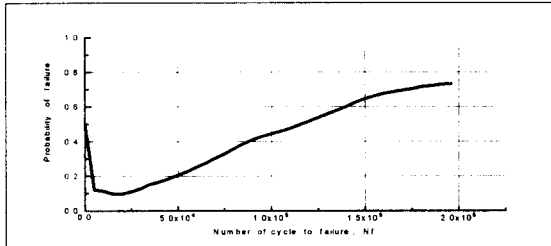


Fig 4. Fatigue Probability of Stress 27.5 (kg_f/mm^2)

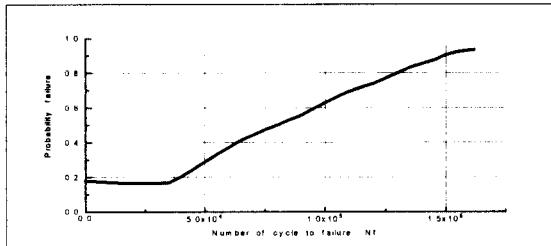


Fig 5. Fatigue Probability of Stress 30 (kg_f/mm^2)

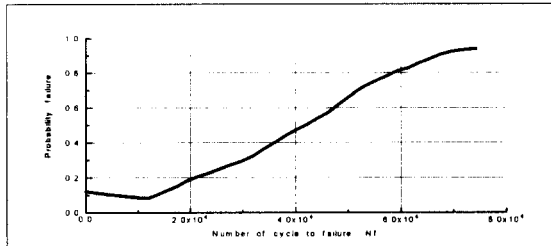


Fig 6. Fatigue Probability of Stress 35 (kg_f/mm^2)

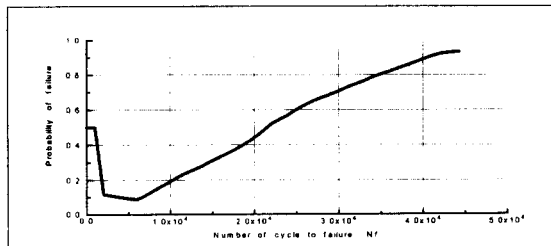


Fig 7. Fatigue Probability of Stress 40 (kg_f/mm^2)

5. 결론

퍼지집합이론의 가능성함수, 소속도함수의 방법을 취하므

로서 객관적 및 주관적 신뢰성데이터를 사용하여 새로운 신뢰성해석법을 제안하고 수치 예에 의해 그유효성을 확인하였다. 이 방법의 특징으로서 이하 사항을 열거한다.

- (1) 주관적인 데이터를 퍼지선형회귀법을 통하여 파손확률을 표현할 수 있었다.
- (2) 불확정요인의 각 평가만이 연산을 행한 결과를 얻으므로 지금까지 방법과 같은 특별한 값으로 되는 평가에 결과를 좌우되는 경우가 적다.
- (3) 퍼지선형회귀법으로 소속도함수를 정의하였을 때 지금까지 보다 그 정의가 명확하고 그 값의 결정도 쉽게 된다.
- (4) 주관적인 데이터 평가의 결과를 가능성함수인 애매모함한형으로 표현됨을 알 수 있다.

참고문헌

- (1) Asai, K., and Negoita, C. V., eds., Introduction to Fuzzy Systems Theory, Ohmsha, Tokyo (1978) (in Japanese).
- (2) Dubois, D., and Prade, H., Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications, Academic Press, Cambridge, mass. (1980).
- (3) Sugeno, M., "Fuzzy Theory [I]," Journal of the Society for Instrument and Control Engineers, 22(4), pp. 84-86 (1983) (in Japanese).
- (4) Tanaka, H., Uejima, S., and Asai, K., "Linear Regression Analysis with Fuzzy Model," IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics, SMC-12, 6, pp. 903-907 (1982).
- (5) Tanaka, H., Shimomura, T., Watada, J., and Asai, K., "Fuzzy Linear Regression Analysis of the Number of Staff in Local Government," FIP-84 at Kauai, Hawaii, July 22-26 (1984).
- (6) Zadeh, L. A., "Probability Measures of Fuzzy Events," Journal of Mathematical Analysis and Applications, 22, pp. 421-427 (1968).
- (7) 이광형, 오길록 "퍼지이론 및 응용", 홍릉과학출판사, (1991)
- (8) 김도현의 6역 "퍼지 시스템", 에드텍, pp 67~81 (1994)