

비선형 슬라이딩 모드 제어를 적용한 원심력을 갖는 도립진자 제어기의 구현

A Implementation of an Inverted Pendulum with Centrifugal Force using the NonLinear Sliding Mode Control

황 윤 호(부산대 대학원), 원 태 현(부산대 대학원), 배 중 일(부경대), 이 만 형(부산대)
YunHo Hwang(Graduate School, Pusan Univ), TaeHyun Won(Graduate School, Pusan Univ),
JeongIll Bae(Pukung Univ), ManHyung Lee(Pusan Univ)

ABSTRACT

To stabilize a satellite, a spin stabilization method is used for attitude control. The spin stabilization uses the centrifugal force of a pendulum damper which is a tilted long boom, to stabilize the unstable satellite. In this paper, an inverted pendulum system is implemented which is similar to the spin stabilization method. Study on the velocity of the rotational axis and the inverted pendulum's angle stability is shown. We designed a controller using a 32bit TMS320C31 DSP for the CPU and also performances by PID control and Sliding Mode Control is compared.

Key Words : Inverted pendulum, Nonlinear sliding mode, Satillite

1. 서 론

위성체가 발사체에서 분리되어 전이 궤도를 거쳐 정해진 궤도에 도달하여 주어진 임무를 계획된 기간에 수행하는 동안 위성체가 제 기능을 발휘하고 정해진 임무를 수행하는 것은 위성체의 운동이 안정화 상태에 있는 것을 기본 전제로 하는 것이다. 안정화를 위해서 위성체의 자세를 제어하는 방식 중에는 스핀방식이 있는데, 이 방식은 위성체를 회전시킴으로써 자세의 안정화를 성취하는 것이다. 불안정한 위성체에 Pendulum Damper 등의 자세 안정화 기구를 이용한 스핀방식이 있는데, 기울어진 긴 막대(Boom)의 원심력을 이용한다. 따라서 본 연구에서는 위성체의 안정화 기구중에 스핀방식의 원리에서 착안하여 스핀방식과 근사한 원리를 적용한 원심력을 가지는 역진자 시스템을 구현하여 회전축의 속도와 역진자의 각도 안정화에 관하여 연구하였다. 또한 본 연구에서는 PID제어와 비선형 슬라이딩 모드 제어를 적용하고, 32비트 DSP인 TMS320C31을 CPU로 한 제어기를 구성하였다.

2. 시스템 및 모델링

그림 2-1 에서 보듯이 플랜트는 크게 회전판(Disk)과 그 위에 힌지된 도립진자, 서보 모터 및 동력전달장치(폴리 및 타이밍 벨트), 슬립링(Slip Ring), 축엔코더(Shaft Encoder), 프레임(Frame) 등으로 구성되어 있다. 도립진자는 안정화 기구(Boom)를 나타내며 초기시에는 수직 지지대로 떠받쳐져 $\theta_b = 36^\circ$ 를 유지하게 된다. 본 시스템의 모델링은 해밀톤 방정식을 이용하였다. 일반화된 좌표와 일반화된 운동량은 다음과 같다.

$$q = \begin{bmatrix} \theta \\ \theta_b \end{bmatrix}, p = \begin{bmatrix} p_\theta \\ p_{\theta_b} \end{bmatrix}$$

$$\dot{\theta} = \frac{1}{(I_M + I_c)} p_\theta \quad (2-1)$$

$$\dot{\theta}_b = \frac{1}{I_m} p_{\theta_b} \quad (2-2)$$

$$\dot{p}_\theta = 3\tau - \frac{C_\theta}{(I_M + I_c)} p_\theta \quad (2-3)$$

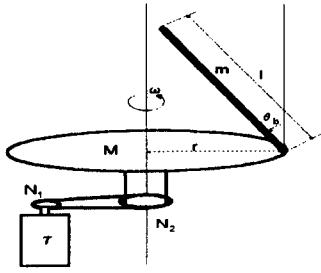


그림 2-1 플랜트 구성도

$$\dot{p}_{\theta_b} = \frac{1}{2} mgl \cdot \sin \theta_b + \frac{I_c'}{(I_M + I_c)^2} p_{\theta_b}^2 - \frac{C_{\theta_b}}{I_m} p_{\theta_b} \quad (2-4)$$

$$I_c = \frac{1}{12} m(l \cdot \sin \theta_b)^2 + m(r - \frac{1}{2} l \cdot \sin \theta_b)^2$$

$$I_c' = \frac{1}{2} ml(\frac{2}{3} l \cdot \sin \theta_b - r) \cdot \cos \theta_b$$

$$I_M = \frac{1}{2} Mr^2, I_m = \frac{1}{3} ml^2$$

여기서, C_{θ} 는 조인트에 있어서 회전판의 마찰 감쇠 계수이고, C_{θ_b} 는 조인트에 있어서 도립진자의 감쇠 계수이다.

3. 비선형 슬라이딩 모드

비선형인 n차의 단일입출력(SISO) 제어 시스템의 형태는 다음과 같다.

$$\dot{x}^{(n)}(t) = f(X; t) + b(X; t)u + d(t) \quad (3-1)$$

이때, $X = [x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}]^T$ 는 상태벡터이고 u 는 제어입력이고 모델링의 불확실성의 범위는 다음과 같다.

$$|f - \hat{f}| \leq F(X; t) \quad (3-2)$$

$$\frac{1}{\beta(X; t)} \leq \frac{\hat{b}}{b} \leq \beta(X; t) \quad (3-3)$$

$$|d| \leq D(X; t) \quad (3-4)$$

여기서, \hat{f} 와 \hat{b} 는 각각 f 와 b 의 공칭값이다.

추종오차는 다음과 같이 정의하자.

$$e = X - X_d = [e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)}]^T \quad (3-5)$$

여기서, $X_d = [x_d, \dot{x}_d, \dots, x_d^{(n-1)}]^T$, 그리고 x_d 의 n번째 미분치는 $V(t)$ 에 의해 경계되어진다. 바꿔 말하면, $|x_d^{(n)}| \leq V(t)$. 상태공간 R^n 에서 시변 슬라이딩 평면을 $H(t)$ 라고 정의하자.

$$H(t): \{X | s(X; t) = 0\} \quad (3-6)$$

$$\text{이때, } s(X; t) = (\frac{d}{dt} + \lambda)^{(n-1)} e, \lambda > 0 \quad (3-7)$$

식 (3-1)의 궤도를 따라 시간 t 에 관하여 $s(X; t)$ 를 미분하면 다음과 같다.

$$\dot{s} = f + bu + d - x_d^{(n)} + \sum_{k=1}^{n-1} \binom{n-1}{k} \lambda^k e^{(n-k)} \quad (3-8)$$

초기조건은 다음과 같다.

$$e(0) = 0 \quad (3-9)$$

슬라이딩 모드 제어 시스템에 있어서, 먼저 등가 제어 법칙(u_{eq})을 찾아야 한다. u_{eq} 는 $X \in H(t)$ 일 때마다 슬라이딩 평면 위에 시스템의 상태를 유지하도록 한다. 등가 제어 입력은 다음의 조건에 의해 구해진다.

$$\dot{s}|_{u=u_{eq}} = 0 \quad (3-10)$$

식 (3-8)을 식 (3-9)에 대입하면, 그리고 모든 불확실성, 외란, 그리고 $|x_d^{(n)}| = 0$ 을 가정하면, 다음의 결과를 얻는다.

$$\hat{f} + \hat{b}u + \hat{d} + \sum_{k=1}^{n-1} \binom{n-1}{k} \lambda^k e^{(n-k)} = 0 \quad (3-11)$$

식 (3-11)을 풀면

$$u_{eq} = (\hat{b})^{-1} \hat{u} \quad (3-12)$$

여기서,

$$\hat{u} = -\hat{f} - \hat{d} - \sum_{k=1}^{n-1} \binom{n-1}{k} \lambda^k e^{(n-k)} \quad (3-13)$$

그래서, 주어진 $s(X; t) = 0, t \geq 0$ 에 대하여 슬라이딩 평면 위에서 시스템의 다이내믹은 다음과 같다.

$$\dot{x}^{(n)}(t) = \sum_{k=1}^{n-1} \binom{n-1}{k} \lambda^k e^{(n-k)} \quad (3-14)$$

도달 제어 법칙을 구하기 위해 리아프노브 함수 candidate를 다음과 같이 선택하자.

$$V = \frac{1}{2} s^2(X; t) \quad (3-15)$$

만약 양의 상수 η 가 존재하면,

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (s^2(X; t)) \leq -\eta s, \forall X \in R^n - H \quad (3-16)$$

그러면, 상태 궤적은 슬라이딩 평면 H 에 도달할 것이다. 불확실성과 외란이 존재하는 식 (3-16)의 도달조건을 만족하기 위해 다음과 같이 정의한다.

$$u = u_{eq} + u_d \quad (3-17)$$

이때 u_d 는 채터링 경감을 위해서 경계층을 둔다.

$$u_d = -(\hat{b})^{-1} K \text{sat}\left(\frac{s}{\epsilon}\right) \quad (3-18)$$

여기서, $\epsilon > 0$ 는 경계의 폭이다. 그리고 $\text{sat}\left(\frac{s}{\epsilon}\right)$ 는 다음과 같다.

$$\text{sat}\left(\frac{s}{\epsilon}\right) = \begin{cases} 1 & ; \text{if } s > \epsilon \\ 0 & ; \text{if } -\epsilon \leq s \leq \epsilon \\ -1 & ; \text{if } s < -\epsilon \end{cases} \quad (3-19)$$

식 (3-1)에 식 (3-8)과 식 (3-16)을 대입하고 식 (3-2,3,4)의 상한 경계치를 대입하면 K 값의 범위는 다음과 같다.

$$K \geq \beta(F + \eta + D + v) + (\beta - 1)|\hat{u}| \quad (3-20)$$

본 연구에서는 초기에는 큰 K 값을 정하고 경계층 내에서는 작은 값을 선택하여 채터링 경감을 더 효과적으로 하였다.

4. 모의 시험 및 실험 결과

식 (2-1,2,3,4)를 비선형함수의 일반적인 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u$$

$$y = x_1$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{mgl}{2I_m} \sin x_1 - \frac{C\theta_b}{I_m} x_2 \end{bmatrix}$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} \frac{9f^2}{I_m} \frac{I_c'}{(I_M + I_c)^2} \end{bmatrix}$$

비선형 슬라이딩 모드에서 제어입력은

$$u = \sqrt{\delta^{-1}[-\dot{f} + \lambda\dot{x} - Ksat(s)]}$$

$$\text{이때, } \begin{cases} K = 10 & ; \text{if } s > \varepsilon \text{ or } s < -\varepsilon \\ K = 4 & ; \text{if } -\varepsilon \leq s \leq \varepsilon \end{cases}$$

$$\lambda = 8.6, \varepsilon = 0.3$$

본 연구에서는 도립진자의 목표각도(θ_b)를 20° 와 10° 로 하였으며 그 결과 그래프는 다음과 같다.

그림 4-1,2,3,4는 PID제어를 적용하였는데, 각각의 계인은 Ziegler-Nichols 방법을 이용하여 구하였고, 그림 4-5,6,7,8의 비선형 슬라이딩 모드 제어의 결과와 비교할때 상승시간 및 정상상태오차 측면에서 본 시스템에서는 비선형 슬라이딩 모드 제어가 더 우수함을 확인하였다. 또 목표각도가 클수록 정상상태 오차가 커짐을 볼 수 있는데 시스템의 불안정정도가 커짐을 알 수가 있다.

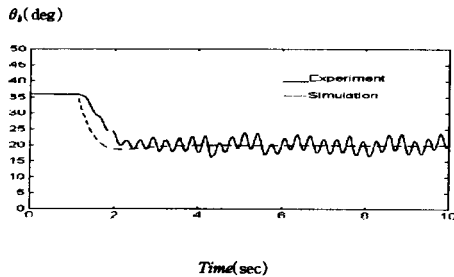


그림 4-1 목표각도 20° 일 때 역진자 각도

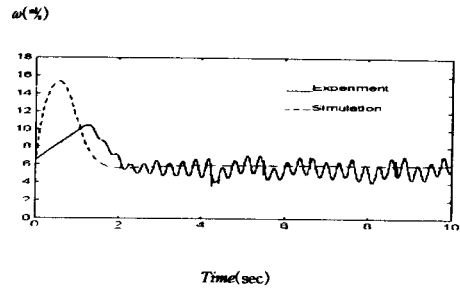


그림 4-2 목표각도 20° 일 때 역진자 회전 속도

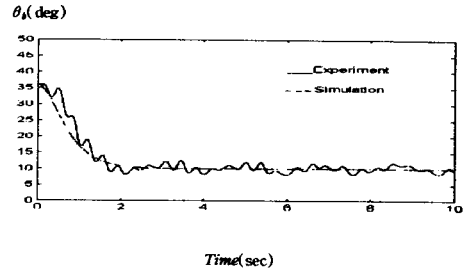


그림 4-3 목표각도 10° 일 때 역진자 각도

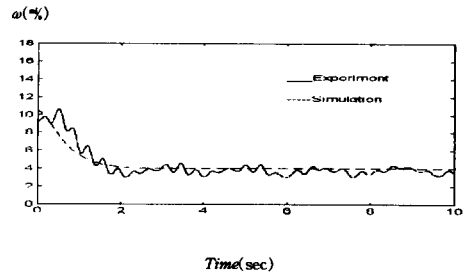


그림 4-4 목표각도 10° 일 때 역진자 회전 속도

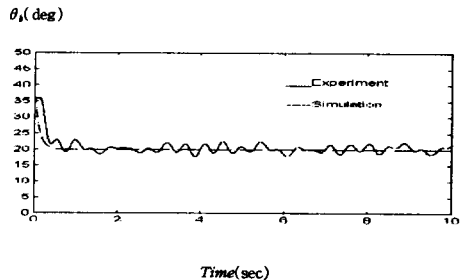


그림 4-5 목표각도 20° 일 때 역진자 각도

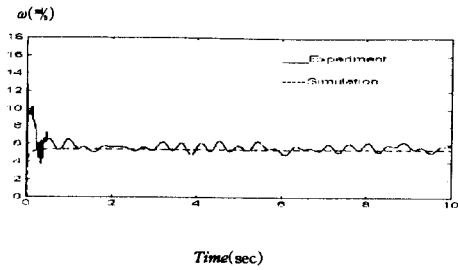


그림 4-6 목표각도 20° 일 때 역진자 회전 속도

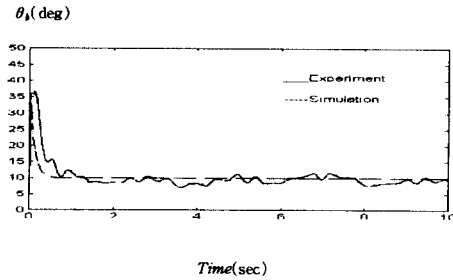


그림 4-7 목표각도 10° 일 때 역진자 각도

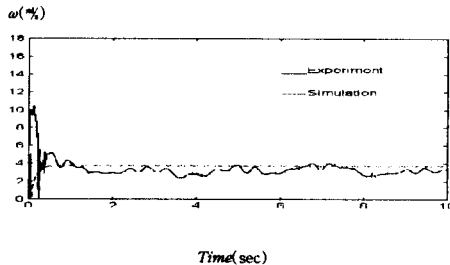


그림 4-8 목표각도 10° 일 때 역진자 회전 속도

5. 결론

본 연구에서는 위성체의 자세제어 방법 중에서 스펀방식의 원리에서 착안된 원심력을 갖는 독립진자 시스템을 구현하고 모델링을 통하여 PID제어 및 비선형 슬라이딩 모드제어를 적용하여 컴퓨터 모의 시험 및 TMS320C31을 메인 프로세서로한 전용제어기를 구성하여 실험하였다. 그결과 원심력을 갖는 독립진자 시스템의 제어에서 PID제어 보다 비선형 슬라이딩 모드제어가 더 우수한 성능을 발휘하였고, 독립진자의 각도가 클수록 시스템은 불안정정도가

심함을 확인할 수가 있었다. 앞으로 정상상태오차를 줄이기 위한 연구가 필요하리라 본다.

참고 문헌

1. J.-J. E.Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991.
2. R. Palm, D. Driankov and H. Hellendoorn, *Model Based Fuzzy Control*. Munich, Springer,1996
3. C.-C. Kung and C.-C. Liao, "Fuzzy-Sliding Mode Controller Design For Tracking Control of Non-Linear System," in Proc. 1994 Amercian Control Conf., Baltimors, Maryiand · June 1994, pp.180-184
4. G. F. Franklin, J. D. Powell, and A.Emami-Naeini,*Feedback Control of Dynamic Systems*, 3rd ed. New York: Addison-Wesley, 1994
5. 박귀태, 이상락, C 언어로 쉽게 쓰는 TMS320C31, 고려대학교, 대영사,1995
6. Texas Instruments, *TMS320C3X User's Guide*, Texas Instruments, 1992