

2자유도 서보제어를 이용한 크레인의 Anti-sway 제어

Anti-sway Control for Crane System Using Two Degree of Freedom Servo Controller

이 진우* · 여 태경* · 김 성규* · 김 환성** · 김 상봉*

Jin Woo LEE*, Tae Kyung YEU*, Sung Kyu KIM*, Hwan Seong KIM**, and Sang Bong KIM*

*부경대학교 기계공학과, **부경대학교 해양산업개발연구소

ABSTRACT

In designing the anti-sway controller for crane system in the industrial field, one of the basic problem is to keep the stability of system, even if the mathematical model of the plant is not exact and disturbance exists. From this point of view, a two-degree-of-freedom(2DOF) servo controller effect to the system in which the integral compensation is effective only when a modeling error and/or a disturbance input exist. In this paper, the change of load weight and the variation of wire rope length considered as the structured uncertainty, and design the 2DOF servo controller using independently the informations of reference signal and control output with both feedforward and feedback. The effectiveness is proved through the results for the anti-sway system in the system with the position control of trolley.

1. 서론

산업 현장에서 사용되고 있는 크레인에 있어서 운전중이나 주행속도 증가시 발생하는 흔들림은 크레인의 구조물과 크레인에 스트레스를 가하여 크레인 자체와 구조물 및 크레인 요소 부품등의 수명을 단축시키고, 구조물 붕괴와 같은 대형사고를 유발할 수가 있으므로, 이러한 흔들림에도 불구하고 신속 정확하게 원하는 목표지점에서 중량물을 하역시키는 것은 크레인 시스템에서 요구되는 필수적인 사항이라 할 수 있다.

이러한 크레인 시스템에 대한 연구로써 丸子⁽¹⁾는 리니어 펄스모터를 이용한 천정 크레인의 흔들림 방지 제어를 트롤리나 화물의 질량 및 초기 상태에 관계없이 최적 레귤레이터법으로 실현하였으며, 美多⁽²⁾ 등은 일정한 로우프 길이에 대해서 트롤리 이송구간을 가속 - 최대등속 - 감속 3구간으로 나누고 가감속이 끝난 시점에서 흔들림이 없게 하는 시간 최적제어를 발표하였다. 그러나 이러한 연구들⁽¹⁾⁻⁽⁷⁾은 제어계 설계에 있어서 기본적인 문제의 하나인 제어대상의 수학적 모델링 오차나 외란등에 의한 불확실성을 고려하지 않았을 뿐 아니라, 이러한 불확실성이 존재한다고 할지라도 제어대상의 출력이 정상편차 없이 목표 신호에 추종할 수 있도록 제어를 설계하는 문제, 즉 로바스트성에 관한 문제를 고려하지 않아 실제 산업 현장에 적용하기에는 어려운 점이 있다.

본 논문에서는 상기에서 제시한 크레인 시스템의 요구조건을 만족하기 위하여 크레인 시스템의 호이스팅용 로우프의 길이 변화 및 화물중량의 변화 요소를 시스템의 불확실성으로 간주하고, 불확실성이 존재할 경우에도 크레

인 시스템의 로바스트성을 확보하도록 피이드 포워드와 피이드백 제어를 이용한 2자유도 적분형 제어계에 대해 고찰한다. 또한 이를 입증하기 위해서 실제의 천정 크레인 과 동일한 매카니즘을 갖는 축소된 천정크레인을 설계 제작하여 직접 실험을 통한 결과를 확인한다.

2. 시스템 모델링

본 논문에서는 호이스트(Hoist) 부분과 트롤리(Trolley) 부분으로 구성된 천정크레인을 모델로 하여 실험을 행하기로 한다. 트롤리는 수평방향의 레일을 통하여 이동하며, 호이스트는 수직방향으로 로프를 드럼에 감고 푸는 것에 의해 조정하게 된다. Fig. 2.1은 천정크레인의 개략도를 나타내고 있다. 여기서 각 파라미터는 다음과 같다.

- m_T : 트롤리의 중량
- m_H : 호이스트계의 중량
- m_L : 중량물의 중량
- f_H : 호이스트계에 가하는 힘
- f_T : 트롤리계에 가하는 힘
- r : x 축 방향의 이동거리
- h : y 축 방향의 이동거리
- l : 로프의 길이
- C_T : 트롤리의 레일에 발생하는 점성마찰계수
- C_H : 호이스트의 드럼에 발생하는 점성마찰계수
- C_L : 로프의 점성마찰계수
- ϕ : 화물의 흔들림 각변위

2.1 트롤리계의 운동방정식

Fig. 2.1에 기초하여 다음과 같은 운동방정식을 고려하기로 한다.

Fig. 2.1의 좌표계에 있어서 중량물의 진자적 운동에 의

해 트로리에 작용하는 힘을 H 라 하면 트로리의 운동방정

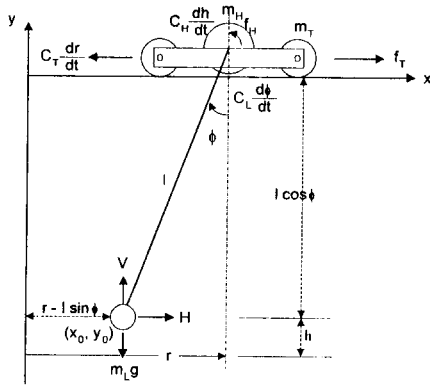


그림 2.1 Crane system

식은 다음과 같이 주어진다.

$$m_T \frac{d^2 r}{dt^2} + C_T \frac{dr}{dt} = f_T + H \quad (2.1)$$

2.2 호이스트계의 운동방정식

중량물을 호이스팅 하는데 필요한 힘을 f_H , 드럼을 포함한 호이스트계의 질량을 m_H , 드럼과 와이어로프 사이의 마찰손실을 C_H 라 하면, 호이스트계의 운동방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$m_H \frac{d^2 h}{dt^2} + C_H \frac{dh}{dt} + m_L g h = f_H \quad (2.2)$$

2.3 중량물에 대한 운동방정식

중량물의 운동에 의해 x 축 방향으로 작용하는 힘 H 와 y 축 방향으로 작용하는 힘 V 에 대하여 다음과 같은 운동방정식이 유도된다.

$$I \frac{d^2 \phi}{dt^2} + C_L \frac{d\phi}{dt} = -V \sin \phi + H \cos \phi \quad (2.3)$$

여기서 (x_0, y_0) 을 중량물의 중심좌표라 하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$x_0 = r - l \sin \phi \quad (2.4)$$

$$y_0 = -l \cos \phi \quad (2.5)$$

또한, 중량물의 운동에 의한 수직력과 수평력을

$$m_L \frac{d^2 x_0}{dt^2} = H \quad (2.6)$$

$$m_L \left(g - \frac{d^2 y_0}{dt^2} \right) = V \quad (2.7)$$

으로 나타낼 수 있다.

2.4 시스템의 모델링

트로리와 호이스트 및 중량물에 의한 운동방정식으로부터 시스템의 운동방정식을 구하도록 하자. 먼저 (2.4)와 (2.5)를 두번 미분하여 (2.6)과 (2.7)식에 대입하면

$$H = m_L \frac{d^2 r}{dt^2} + m_L l \sin \phi \left(\frac{d\phi}{dt} \right)^2 - m_L l \cos \phi \frac{d^2 \phi}{dt^2} \quad (2.8)$$

$$V = -m_L l \cos \phi \left(\frac{d\phi}{dt} \right)^2 - m_L l \sin \phi \frac{d^2 \phi}{dt^2} + m_L g \quad (2.9)$$

으로 되며, (2.8)식과 (2.9)식을 (2.1)식과 (2.3)식에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$(m_T + m_L) \frac{d^2 r}{dt^2} + C_T \frac{dr}{dt} + m_L l \sin \phi \left(\frac{d\phi}{dt} \right)^2 - m_L l \cos \phi \frac{d^2 \phi}{dt^2} = f_T \quad (2.10)$$

$$(I + m_L l^2) \frac{d^2 \phi}{dt^2} - m_L \frac{d^2 r}{dt^2} l \cos \phi + C_H \frac{d\phi}{dt} = -m_L g l \sin \phi \quad (2.11)$$

식(2.10)과 (2.11)을 $\phi \cong 0$ (중량물의 안정점)으로 하여 선형근사화 하여 $\left(\frac{d\phi}{dt} \right)^2 \cong 0$, $\sin \phi \cong \phi$, $\cos \phi \cong 1$),

$$x_1 \cong r, \quad x_2 \cong h, \quad x_3 \cong \phi, \quad x_4 \cong \frac{dr}{dt}, \quad x_5 \cong \frac{dh}{dt},$$

$x_6 \cong \frac{d\phi}{dt}$ 으로 상태변수를 두어 정리하면 다음과 같은 상태방정식으로 변환시킬 수 있다.

$$\frac{dx_p}{dt} = A_p x_p + b_p u \quad (2.12a)$$

$$y = C_p x_p \quad (2.12b)$$

여기서,

$$x_p = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6]^T, \quad u = \begin{bmatrix} f_T \\ f_H \end{bmatrix},$$

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{m_L^2 g l^2}{\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{mg}{m_H} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{m_L l (m_T + m_L) g}{\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{C_T (I + m_L l^2)}{\Delta} & 0 & -\frac{m_L l C_H}{\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{C}{m_H} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{C_T m_L l}{\Delta} & 0 & -\frac{C_H (m_T + m_L)}{\Delta} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_b = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ I + m_L l^2 & 0 \\ \Delta & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_H} \\ \frac{m_L l}{\Delta} & 0 \end{bmatrix}, \quad C_b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

단 $\Delta = I(m_T + m_L) + m_T m_L l^2$

본 논문에서 이용되는 크레인 시스템의 파라미터는 측정에 의한 방법과 스텝응답법에 의해 각각 구해졌으며, 표 2.1과 같다.

표 2.1 Parameter of crane system

Symbol	Nom. Value	Units	Symbol	Nom. Value	Units
m_T	10.5	Kg	C_T	8.851	
m_H	0.6	Kg	C_H	13.6768	
m_L	0.47	Kg	C_L	0.9422	
l	1	m	g	9.8	m/sec ²

2.5 불확실성

크레인 시스템의 파라미터는 파라미터 계측법 및 동정법의 정도와 시간변화에 의한 오차가 발생한다. 특히 파라미터 변동은 크레인 제어에 밀접한 관계가 있으며, 이 관계에 대해 크레인의 로프의 길이와 화물의 중량변동을 파라미터변동으로 고려하자. 즉, 로프의 길이는 공칭값 1[m]를 중심으로 ± 0.5 [m]를 변화시키고, 화물의 중량은 공칭값 0.46 [Kg]을 중심으로 ± 0.3 [Kg]으로 변동한다고 가정한다. 위치 변동치를 이용하여 표 2.2와 같은 섭동모델을 정의하자. 표 2.2에 대해 l_{\min} 와 l_{\max} 는 로프의 길이 변동의 최소치와 최대치를 나타내고, $m_{L_{\min}}$ 와 $m_{L_{\max}}$ 는 화물의 하중변동의 최소치와 최대치를 나타낸다. 본 논문의 제어목적은 표 2.2과 같은 파라미터 변동이 있는 경우에도 시스템이 안정하며, 주어진 성능을 만족하는 제어를 설계하는 것이다.

표 2.2 Perturbed models

Pert. Model	Pert. Value	Pert. Model	Pert. Value
Model 1	l_{\min}	Model 5	$l_{\min}, m_{L_{\min}}$
Model 2	l_{\max}	Model 6	$l_{\min}, m_{L_{\max}}$
Model 3	$m_{L_{\min}}$	Model 7	$l_{\max}, m_{L_{\min}}$
Model 4	$m_{L_{\max}}$	Model 8	$l_{\max}, m_{L_{\max}}$

3. 2자유도 서보계 시스템 설계법

다음의 선형시불변 시스템을 고려하자

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (3.1a)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (3.1b)$$

여기서, $u \in R^m$ 는 입력벡터, $y \in R^n$ 는 출력벡터이며 A, B, C 는 적당한 차수의 정정행렬이다.

위의 시스템에 대해 스텝상의 m 차원의 목표신호를 다음과 같이 고려하자.

$$r(t) = \begin{cases} r_+ & (t \geq 0) \\ r_- & (t < 0) \end{cases} \quad (3.2)$$

여기서 목표신호에 추종하는 제어계가 구성 가능하기 위한 조건은 (A, B) 가 가안정이며

$$\text{rank} \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + m$$

이다

다음의 Fig. 3.1과 같은 2자유도 서보계를 고려하자.

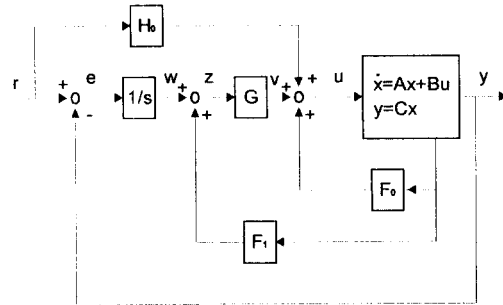


Fig. 3.1 Two degree of freedom servo system

여기서, 파라미터 F_1, H_0 는

$$F_1 = C(A + BF_0)^{-1} \quad (3.3)$$

$$H_0 = \{-C(A + BF_0)^{-1}\}^{-1} \quad (3.4)$$

으로 설계하였으며, 시스템 행렬이 안정하게 되기 위해서는 G 를 다음과 같이 선택하였다.⁽⁸⁾

$$G = R^{-1} (F_1 B)^T W \quad (3.5)$$

그러나 위의 방법을 행렬 A, B, C 에 불확실성이 주어지는 경우 계인 G 의 선택에 의해 불안정하게 될 수 있으므로 본 연구에서는 다음의 2자유도 서보계를 구성하기로 한다.⁽⁹⁾

먼저 시스템 (3.1)식에 대해 불확실성 및 외란을 다음과 같이 고려한다.

$$\dot{x}(t) = (A_0 + A_\delta)x(t) + (B_0 + B_\delta)u(t) + Dd(t) \quad (3.7a)$$

$$y(t) = (C_0 + C_\delta)x(t) \quad (3.7b)$$

여기서 A_0, B_0, C_0 는 A, B, C 의 공칭값을, $A_\delta, B_\delta, C_\delta$ 는 불확실성을, 변수 d 는 외란을 나타낸다.

위의 불확실성을 지닌 시스템에 대해 안정화 될 수 있

는 계인 G 를 구하는 법은 다음과 같이 정리할 수 있다.

먼저, 시스템 행렬의 공칭치 $\bar{A}_0(w)$ 와 불확실성 $\bar{A}_\delta(w)$ 및 $\bar{P}(w)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$\bar{A}_0(w) = \begin{bmatrix} A_0 + B_0 F_0 & B_0 G_0 W \\ 0 & F_1 B_0 G_0 W \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$\bar{A}_\delta(w) = \begin{bmatrix} A_\delta + B_\delta F_0 & B_\delta G_0 W \\ F_1(A_\delta + B_\delta F_0) - C_\delta & F_1 B_\delta G_0 W \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$\bar{P}(w) = \begin{bmatrix} I & F_1^T \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P & 0 \\ 0 & W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ F_1 & I \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

여기서 P 는 리아프노프 부등식

$$P(A_0 + B_0 F_0) + (A_0 + B_0 F_0)^T P < 0 \quad (3.10)$$

의 정정해이다.

Lemma 1⁽⁹⁾: 부등식

$$\bar{P}(I) \bar{A}_0(I) + \bar{A}_0^T(I) \bar{P}(I) < 0 \quad (3.11)$$

이 성립한다고 하자. 이때

$$\begin{aligned} & \bar{P}(I) [\bar{A}_0(I) + \bar{A}_\delta(I)] \\ & + [\bar{A}_0(I) + \bar{A}_\delta(I)]^T \bar{P}(I) < 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

를 만족하는 임의의 $A_\delta, B_\delta, C_\delta$ 에 대한 식 (3.5)의 2자유도 적분형 서어보게는 임의의 가조정 계인 W 에 대하여

$$G = G_0 W, \quad G_0 = -R^{-1} (F_1 B_0)^T \quad (3.13)$$

G 를 선택하면 시스템이 로바스트 안정으로 된다.

4. 시뮬레이션

표 2.1의 파라미터를 이용하여 공칭시스템을 구하였으며 섭동모델 δ 에 대하여 시뮬레이션을 행하였다. 이때 F_0 는 최적제어법으로 구하였으며, 적분형 서보계인 G 는 $W = 100$ 으로 하여 구하였다.

시뮬레이션 결과는 Fig. 4.1과 Fig. 4.2에 보이고 있으며, 각각 트롤리의 이동거리와 진자의 흔들림을 나타내고 있다.

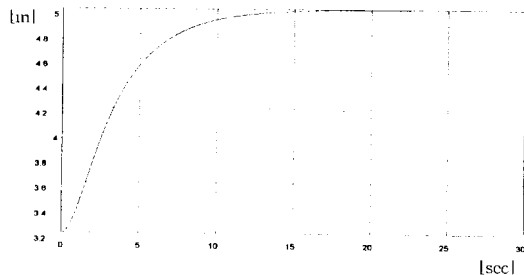


Fig. 4.1 Distance of trolley

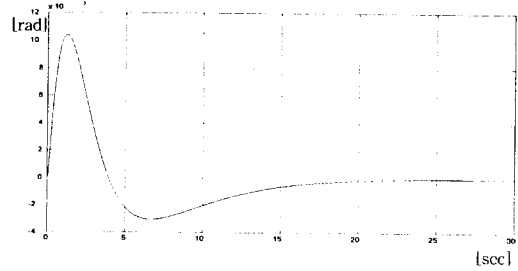


Fig. 4.2 Angle of pendulum

5. 결 론

본 논문은 크레인의 화물 이동시 발생되는 흔들림을 방지하기 위한 연구로서 적분형 보상기의 계인과는 독립적인 2자유도 서어보게에 대한 로바스트 안정조건을 적용하여 행하였다. 먼저, 수학적 모델링 오차 및 로우프의 길이와 부하 변동에 따른 불확실성을 구조적 불확실성으로 간주하였으며, 이러한 불확실성에 대해서도 흔들림을 최소화 할수 있는 것을 시뮬레이션을 통하여 입증하여, 실제 응용성에 기대가 크게 모아진다.

Reference

- (1) 丸子, "パルスモータを用いたクレーンの振れ止め制御", 長岡技術科學大學卒業論文, 1979
- (2) T. Mita and T. Kanai, "Optimal Control of the Crane System using the Maximum Speed of the Trolley", 計測自動制御學會論文集, Vol. 15, No. 6, pp. 125-130, 1979 (日本)
- (3) 홍금식, 손성철, 이만형, "컨테이너 크레인의 흔들림 제어 (Part I): 모델링, 제어전략, 기준선도를 통한오차 피드백 제어", 제어·자동화·시스템공학, 제3권, 제1호, pp. 23-31, 1997
- (4) 김상봉, 이진우, "최적제어법에 의한 타워크레인의 자동화에 관한 연구", 한국산업안전학회, 제8권 제14호 pp. 213-222, 1993
- (5) 이동철, 신민생, 하주식, 김상봉 "디지털 재설계법에 의한 크레인계의 제어", 대한기계학회논문집, 제16권 제1호, pp. 41-52, 1992
- (6) 김상봉, 신민생, 김환성, 정용길, "이동크레인의 제어에 관한 연구", 한국정밀공학회지, 제9권 제1호, pp. 47-56, 1991
- (7) 신민생, 이동철, 김상봉, "컨테이너 크레인의 자동화에 관한 기초적 연구", 한국박용기관학회지, 제18권 제2호, pp. 83-90, 1994
- (8) 池田, 藤崎, "2自由度積分型最適サ-ボ系の構成", 計測自動制御學會論文集, Vol. 27, pp. 907-914, 1991(日本)
- (9) 金, 池田, 藤崎, "2自由度積分型サ-ボ系のロバスト安定性と積分補償のハトゲイン化", 第17回 Dynamical system theory, pp. 325-330, 1994