

내부 유동유체에 의한 송수관의 동적안정성과 진동제어 Vibration Control and Dynamic Stability of Pipes by means of Internal Flowing Fluid

류 봉 조* (대전산업대), 정 승 호(한국원자력연구소), 강 용 철, 엄 재 섭(대전산업대 대학원)
Bong-Jo Ryu* (Taejon National Univ. of Tech.), Seong-Ho Jung (KAERI),
Yong-Chul Kang and Jae-Sub Eom (Graduate School, T.N.U.T.)

ABSTRACT

The present paper deals with the dynamic stability and vibration suppression of a cantilevered flexible pipe with a concentrated mass under an internal fluid flow. The equations of motion are derived by energy expressions using Hamilton's principle, and some analytical results using Galerkin's method are presented. Finally, the vibration suppression technique by means of an internal fluid flow is demonstrated experimentally.

key words : Vibration Suppression (진동 억제), Elastic pipe (유연 송수관), Dynamic Stability (동적안정성), Internal Flowing Fluid (내부유동유체)

1. 서 론

유체가 흐르는 유연 송수관(elastic pipe)의 유체 유발진동(flow induced vibration)에 관한 연구는 해양개발이나 원자력 발전설비 관련자들 및 기타 많은 연구자들의 관심의 대상이 되어져 왔다.^(1,2) 특히, 외팔송수관(cantilevered pipe)내를 흐르는 유동유체에 의한 송수관의 불안정 현상은 탄성 안정성 관점에서 매우 중요하다. 왜냐하면 외팔 송수관의 경우는 비보존계(nonconservative system)가 되고 플러터(flutter)불안정에 의해 파이프가 안정성을 잃게되기 때문이다. Chen⁽³⁾은 양단이 단순 지지된 송수관 내를 흐르는 유체의 유속이 시간에 따라 변동되는 경우에 있어서 송수관의 파라메타 불안정(parametric instability)에 관한 연구를 하였다. Sugiyama와 그의 공동연구자들⁽⁴⁾은 스프링 지지되고 내부감쇠를 갖는 송수관에 있어서 스프링의 위치변화에 따른 송수관의 불안정 형태의 변화를 실험적으로 검증하였다. 이상의 연구들의 대부분은 내부 유체가 흐르는 송수관의 동적 안정성과 불안정 현상에 대한 수치해석 및 실험 연구들이었으나 최근 이들 송수관의 진동을 억제시키는 송수관 제어에 관한 연구들도 이루어져왔다. Tani 와 Sudani⁽⁵⁾는 D.C.모터를 이용한 tendon 구조를 사용하여 수평외팔 파이프의 유체유발진동을 제어하는 연구를 하였다. Sugiyama 와 그

의 공동연구자들⁽⁶⁾은 최근, 내부 유동유체에 의한 외팔 수직 송수관의 안정성에 대한 연구를 하였으나 임계유속 이상에서의 플러터 현상을 실험적으로 검증은 하지 못하였다. 따라서 본 연구에서는 Sugiyama의 모델을 확장시켜 집중질량을 갖고 내부 유체유동이 있는 외팔 수직 송수관의 동적 안정성에 대한 수치 및 실험적 연구를 병행하고, 외부 외란에 의한 송수관의 플러터 진동을 최대안정유속으로 제어하는데 본 연구의 목적이 있다.

2. 이론 해석

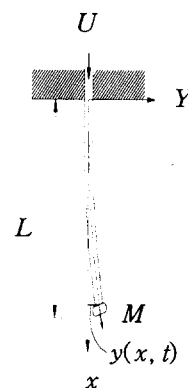


Fig. 1 A mathematical model of the pipe.

Fig.1은 내부유동유체가 흐르는 외팔 수직송수관의 수학적 모델을 나타낸다. Fig.1에서 송수관의 전체길이는 L , 유동유체의 유속은 U , 말단질량의 크기는 M 이며, x 와 Y 는 각각 송수관의 축방향 및 횡방향 좌표를 나타내고 $y(x, t)$ 는 횡방향 변위를 나타낸다.

Fig.1에 보인 수학적 모델에 대해 에너지 표현식과 확장된 Hamilton원리를 이용하여 변분을 정리한 후, 운동방정식과 경계조건을 무차원식을 사용하여 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau^2} + 2u\beta^{\frac{1}{2}} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \tau \partial \xi} + u^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} + \psi \left\{ \frac{\partial \eta}{\partial \xi} - (1-\xi) \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} \right\} + \frac{\partial^4 \eta}{\partial \xi^4} + \gamma \frac{\partial^5 \eta}{\partial \xi^4 \partial \tau} + \nu \frac{\partial \eta}{\partial \tau} - M \frac{\partial^2 \eta}{\partial \xi^2} = 0 \quad (1)$$

$$\eta(0, \tau) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \eta(0, \tau)}{\partial \xi} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial^3 \eta(1, \tau)}{\partial \xi^3} + \gamma \frac{\partial^4 \eta(1, \tau)}{\partial \tau \partial \xi^3} - M^* \frac{\partial^2 \eta(1, \tau)}{\partial \tau^2} - M \frac{\partial \eta(1, \tau)}{\partial \xi} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 \eta(1, \tau)}{\partial \xi^2} + \gamma \frac{\partial^3 \eta(1, \tau)}{\partial \tau \partial \xi^2} = 0 \quad (5)$$

식(1)-(5)에서 무차원화된 좌표들과 무차원 변수들은 다음과 같다.

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad \tau = \frac{t}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad \eta = \frac{y}{L} \quad (6)$$

$$\beta = \frac{m_f}{m}, \quad u = UL \sqrt{\frac{m_f}{EI}}, \quad \psi = \frac{mgL^3}{EI}, \quad M^* = \frac{M}{mL}, \quad \gamma = \frac{E^*}{EL^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad \nu = \frac{CL^2}{mEI}, \quad M = \frac{MgL^2}{EI} \quad (7)$$

식(1)의 무차원화된 운동방정식의 해 $\eta(\xi, \tau)$ 를 유체가 없는 경우 경계조건을 만족시키는 외팔보의 자유진동에 대한 고유함수(eigen-function) $\phi_j(\xi)$ 를 이용하여

$$\eta(\xi, \tau) = \sum_{j=1}^{\infty} a_j(\tau) \phi_j(\xi) \quad (8)$$

라 가정한다. 여기서,

$$\phi_j(\xi) = \cosh s_j \xi - \cos s_j \xi - \sigma_j (\sinh s_j \xi - \sin s_j \xi) \text{이고,}$$

s_j 는 외팔보의 자유진동의 j 번째 고유치(eigenvalue)

이며, σ_j 는 다음과 같다.

$$\sigma_j = \frac{\cosh s_j + \cos s_j}{\sinh s_j + \sin s_j} \quad (9)$$

이제 식(8)을 식(1)에 대입하고 Galerkin 적분을 행하면 다음과 같은 행렬형태의 미분방정식을 얻게된다.

$$[A]\{\dot{a}\} + [B]\{\dot{a}\} + [C]\{a\} = \{0\} \quad (10)$$

식(10)의 행렬 미분방정식은 고유치 문제를 해결하기 위해 다음과 같은 식으로 변환된다.

$$\{\dot{Z}\} = [P]\{Z\} \quad (11)$$

여기서,

$$\{Z\} = \begin{Bmatrix} \dot{a} \\ a \end{Bmatrix}, [P] = \begin{bmatrix} -[A]^{-1}[B] & -[A]^{-1}[C] \\ [I] & [0] \end{bmatrix} \quad (12)$$

이고, $[I]$ 는 단위행렬을 나타낸다.

일반적으로 감쇠(damping)가 있는 경우의 고유치 λ_i 는 다음과 같은 복소수 형태로 표시된다.

$$\lambda_i = \alpha_i \pm i\omega_i \quad (13)$$

만일 α_i 가 $\alpha_i > 0$ 이면 계는 불안정하고 $\alpha_i < 0$ 이면 계는 안정하게 된다. 따라서 $\alpha_i = 0$ 일때에는 안정과 불안정의 경계가 되는 임계(critical)값이며 이때의 유속값을 임계유속(critical fluid velocity)이라 규정한다. 특히, 계의 안정성의 정도는 $\alpha_i < 0$ 이면서 α_i 의 절대값이 최대가 되는 때에 가장 안정하다고 볼 수 있고, 최대로 안정할때의 유속을 최대안정유속(optimum stabilizing fluid velocity)이라 규정한다.

3. 수치해석결과

수치해석에 이용된 무차원 변수값은 실험에서 사용된 실리콘송수관(silicon pipe)에 관계된 제원들의 값이며, Galerkin 방법으로 해를 얻었다. 한편, 수치해석에 사용된 송수관의 제원은 Table 1에 나타낸 바와 같다.

Fig.2와 3은 말단질량이 없는 경우에 있어서, 송수관과 유체의 중력을 고려하지 않은 경우에 대한 고유치 변화를 나타낸다. Fig.2의 경우 $u_{cr} = 6.20$, $u_{opt} = 3.53$ 이고, Fig.3의 경우는 $u_{cr} = 7.38$, $u_{opt} = 4.16$ 이다. 즉

중력의 영향을 고려함으로써 인하여 임계유속값과 최적 유속값이 증가된다. Fig.4에서 Fig. 7은 $M^*=0.4, 0.6$ 인 경우에 대해 송수관과 유체의 중력을 고려하지 않은 경우와 고려한 경우에 대한 고유치 변화를 나타낸다. 중력을 고려함으로써 인하여 임계 유속값과 최적 유속값이 증가됨을 알 수 있다. 한편, 말단질량의 크기가 증가함에 따라, 중력을 고려한 경우는 M^* 의 증가에 따라, 임계유속값과 최적유속값의 감소를 가져오나, 중력을 고려한 경우에 있어서는 $M^*=0.0$ 부터 $M^*=0.4$ 까지 임계 유속값은 M^* 의 증가에 따라 증가되다가 $M^*=0.4$ 부터 $M^*=0.6$ 까지에서 다시 감소하는 경향을 나타냄을 알 수 있다.

Table 1. Details of the pipes conveying fluid.

Materials	Silicon rubber
Length L	545(mm)
Outer diameter d_0	13.5(mm)
Inner diameter d_i	6.7(mm)
Young's modulus E	9.72(MPa)
Viscous damping coefficient E^*	1.723×10^{10} ($N \cdot \text{sec}/\text{m}^2$)
Pipe mass per unit length m_p	0.139 (kg/m)
Fluid mass per unit length m_f	0.0352 (kg/m)
External damping coefficient C	0.0 ($N \cdot \text{sec}/\text{m}$)

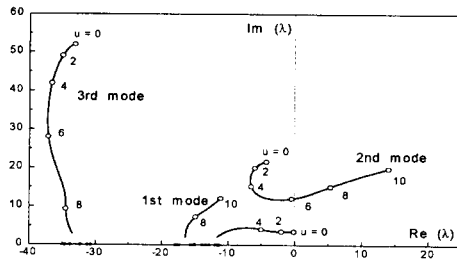


Fig.2 Eigenvalue curves without gravity ($M^*=0.0$).

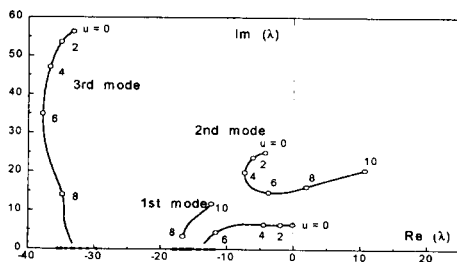


Fig.3 Eigenvalue curves with gravity ($M^*=0.0$).

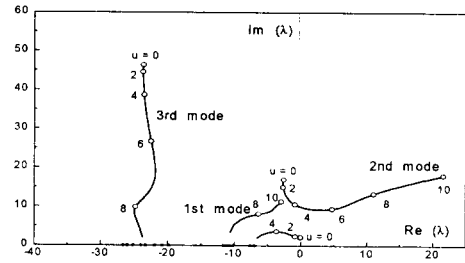


Fig.4 Eigenvalue curves without gravity ($M^*=0.4$).

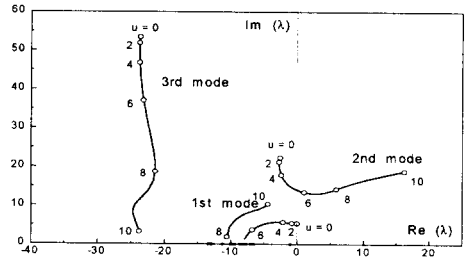


Fig.5 Eigenvalue curves with gravity ($M^*=0.4$).

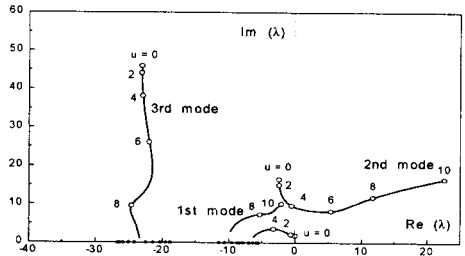


Fig.6 Eigenvalue curves without gravity ($M^*=0.6$).

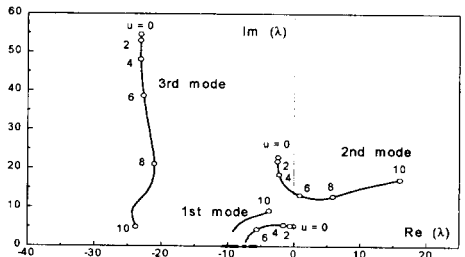
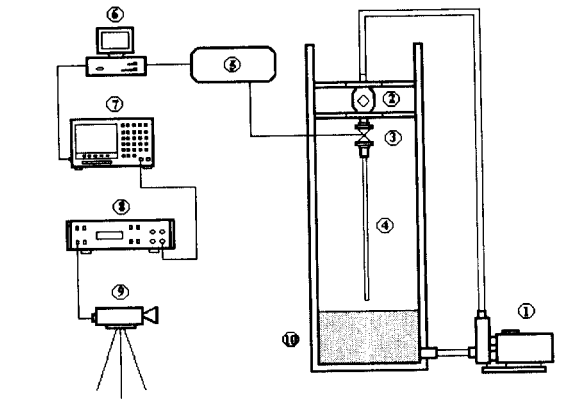


Fig.7 Eigenvalue curves with gravity ($M^*=0.6$).

4. 실험

4.1 실험 장치

실험장치의 개략도는 Fig. 8과 같다.



① Motor ② Flow meter ③ Electronic valve ④ Silicon pipe
 ⑤ A/D, D/A board ⑥ Computer ⑦ F.F.T. analyzer
 ⑧ Vibrometer controller ⑨ Laser sensor ⑩ Water

Fig. 8 Experimental setup for pipe systems.

4.2 송수관의 안정성 실험

수치해석에서 얻은 송수관의 안정성에 대한 결과를 실험을 통해 검증하기 위해 먼저 빈송수관에 말단질량이 없는 경우와 있는 경우에 대해 고유진동수를 측정하여 Table 2에 나타내었다. 실험에서의 고유진동수 값은 수치 시뮬레이션에서 중력을 고려한 고유진동수 값과 근사하게 일치함을 알 수 있다.

Table 2. Comparison of natural frequencies between experiment and numerical analysis.

		Numerical analysis		Experiment
		Without gravity	With gravity	
$M^*=0.0$	First	0.62 (Hz)	1.04 (Hz)	0.95 (Hz)
	Second	3.77 (Hz)	4.25 (Hz)	3.90 (Hz)
$M^*=0.2$	First	0.45 (Hz)	0.91 (Hz)	0.85 (Hz)
	Second	3.14 (Hz)	3.76 (Hz)	3.35 (Hz)
$M^*=0.4$	First	0.38 (Hz)	0.86 (Hz)	0.80 (Hz)
	Second	2.96 (Hz)	3.74 (Hz)	3.40 (Hz)
$M^*=0.6$	First	0.33 (Hz)	0.83 (Hz)	0.80 (Hz)
	Second	2.88 (Hz)	3.81 (Hz)	3.55 (Hz)

Table 3은 말단질량이 없는 경우와 $M^*=0.4$ 인 경우에 대해 수치해석으로부터 산출된 임계 및 최적 유속값에 대해, 실험을 통해서도 예측된 안정 및 임계현상이 일어나는지를 조사하였다.

Table 3. Experimental and numerical fluid velocity for critical and stable state.

	Numerical analysis		Experiment	Phenomenon
	Without gravity	With gravity		
$M^*=0.0$ ($M=0g$)	7.399(m/s)	8.807(m/s)	8.75(m/s)	critical
	4.213(m/s)	4.965(m/s)	4.85(m/s)	stable
$M^*=0.4$ ($M=38g$)	5.096(m/s)	6.672(m/s)	6.59(m/s)	critical
	1.874(m/s)	2.757(m/s)	2.71(m/s)	stable

4.3 송수관의 진동억제 실험

센서로부터 외란에 의한 송수관의 변위가 어떤 상위 설정값(upper threshold value) 이상이 되면 전자밸브를 열어 최적유속을 지닌 유량으로 유체를 송수관 내부로 흘려보내고, 어떤 하위설정값(lower threshold value) 이하에서는 전자밸브를 작동시키지 않는 on-off 조절을 컴퓨터가 하게 된다. 변위센서가 진동신호를 감지하면, 그 아날로그(analog)신호는 A/D 변환기를 통해 디지털(digital)신호로 변환되며, 컴퓨터는 이 디지털 신호를 읽어 전자밸브를 제어하게 된다.

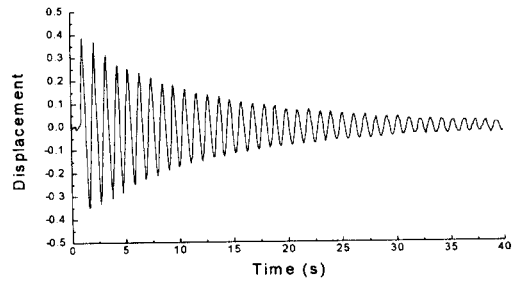


Fig. 9 Displacement change of the pipe without control ($M^*=0.0$)

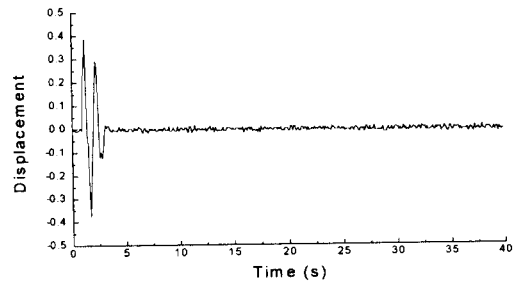


Fig. 10 Displacement change of the pipe with control ($M^*=0.0$)

Fig.9는 외부로부터 외란이 주어진 경우 인위적인 제어가 없는 경우의 송수관의 임펄스 응답을 보여준다. 외란에 의한 진동은 천천히 감쇠되지만 어느정도 연속적이다. Fig.10은 내부유동유체를 이용해 on-off 제어를 통한 송수관의 임펄스 응답을 보여준다. Fig.11과 Fig.12는 $M^*=0.4$ 인 경우에 대해, 각각 제어가 되지 않은 임펄스 응답과 제어된 임펄스 응답을 나타낸다. Fig.10과 Fig.12를 통해 알 수 있는 것은 말단질량이 있는 경우의 파이프의 제어응답이 말단질량이 없는 경우에 비해 다소 느린 것이다. 이는 말단질량의 회전관성효과 때문인 것으로 사료된다.

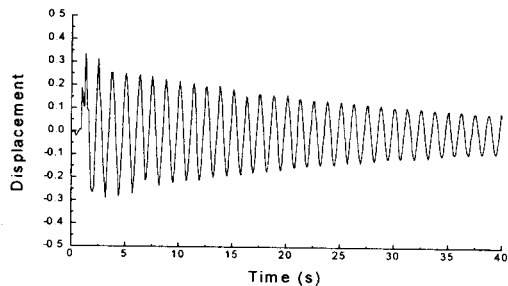


Fig. 11 Displacement change of the pipe without control ($M^*=0.4$)

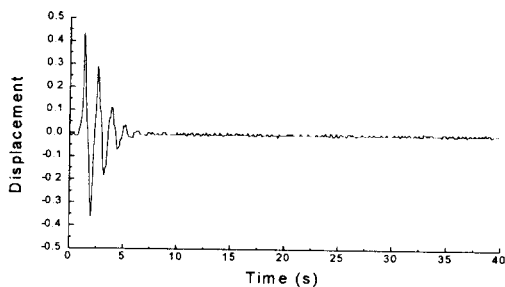


Fig. 12 Displacement change of the pipe with control ($M^*=0.4$)

5. 결 론

첫째, 내부유동을 갖는 수직 외팔 송수관의 수학적 모델에 대해 수치해석을 통한 임계유속값의 예측이 실험을 통하여 검증되었으며, 이 경우 반드시 송수관과 유체의 중력효과도 고려하여야 한다.

둘째, 중력을 고려한 경우의 임계유속값이나 최적 유속값은 그렇지 않은 경우에 비해 증가되며, 말단 질량이 존재하는 경우 중력을 고려한 경우는 말단 질

량크기의 증가에 대해 $M^*=0.4$ 까지는 임계유속값이 감소되나 $M^*=0.4$ 에서 $M^*=0.6$ 으로의 변환에 있어서는 다시 증가된다.

셋째, 송수관의 외부로부터 외란이 있는 경우 내부유동유체의 작용에 의해 송수관을 안정화시킬 수 있는 제어방법을 실험을 통하여 실현하였으며, 유체를 이용한 제어는 무한 자유도를 갖는 연속체 구조물에 있어서는 구조물 전체에 대해, 유체가 분포 actuator와 같은 역할을 하게됨으로 인하여 제어에 있어 흔히 나타날 수 있는 spillover 현상을 피할 수 있고, 부드러운 제진 작용이 이루어 질 수 있다.

References

1. H. Ashley and G. Haviland, "Bending Vibrations of a Pipe Line Containing Flowing Fluid", *Journal of Applied Mechanics*, Vol.17, pp.229-232, 1950.
2. T.B. Benjamin, "Dynamics of a System of Articulated Pipes Conveying Fluid(I.Theory)", *Proceedings of the Royal Society(London), Series A*, Vol.261, pp.457-486, 1961.
3. S.S. Chen, "Dynamic Stability of Tube Conveying Fluid", *Journal of Engineering Mechanics Division, Proceedings of the ASCE*, Vol.97, pp.1469-1485, 1971.
4. Y. Sugiyama, Y. Tanaka, T. Kishi and H. Kawagoe, "Effect of a Spring Support on the Stability of Pipes Conveying Fluid", *Journal of Sound and Vibration*, Vol.100, No.2, pp.257-270, 1985.
5. J. Tani and Y. Sudani, "Vibration Control of a Horizontally Cantilevered Pipe Conveying Fluid", *Journal of the JSME, Series C*, Vol.58, No.554, pp.2918-2922, 1992.
6. Y. Sugiyama, T. Katayama, E. Kanki, K. Nishino and B. Akesson, "Stabilization of Cantilevered Flexible Structures by means of an Internal Flowing Fluid", *Journal of Fluids and Structures*, Vol.10, pp.653-661, 1996.