

유연도 영향계수법을 이용한 접촉결합부가 있는 복합구조물의 동적해석

Structural Dynamics Analysis of a Clamp Jointed Complex Beam
by Using the Flexibility Influence Coefficient Method

조재혁, 김현욱, 안영덕(창원대 대학원), 최영휴(창원대)
J.H.Cho, H.U.Kim, Y.D.An(Graduate School, Changwon Univ.), Y.H.Chi(Changwon Univ.)

ABSTRACT

An analytical method is proposed to construct a clamp jointed structure as an equivalent stiffness matrix element in the finite element modal analysis of a complex beam structure. Static structural analysis was first made for the detail finite element model of the clamp joint. Utilizing the results of this analysis, the equivalent stiffness matrix element was buildup by using the flexibility influence coefficient method and Guyan condensation. The proposed method was applied to finite element modal analysis of a clamp jointed cantilever beam. And the finite element analysis results were compared to those experimental modal analysis. Comparison shows good agreement each other. Furthermore, the effects of normal contact(or clamping) load on the equivalent stiffness matrix was also examined. The equivalent stiffness matrix showed little change in spite of the remarkable increase in the contact load on the clamp joint.

Keywords: Clamp jointed structure(접촉결합부 구조물), Equivalent stiffness matrix(등가강성행렬), Finite element analysis(유한요소해석), Experimental modal analysis(실험모드해석), Flexibility influence coefficient method(유연도 영향계수법)

1. 서론

1.1 연구배경

다축연삭기를 비롯한 공작기계의 구조물은 베드(Bed), 칼럼(Column), 크로스빔(Crossbeam), 헤드(Head) 등의 부분 구조체가 여러 가지 형태의 체결방식으로 결합되어 있는 복합구조물로 되어 있다.

고속다축연삭기의 경우 크로스빔 구조물과 칼럼구조물이 슬라이드웨이(Slideway) 결합부로 체결되어 있다. 크로스빔이 적절한 가공위치로 이동되면 가공중에는 크로스빔과 칼럼구조물의 접촉결합은 클램프(Clamp)를 이용하여 고정되도록 한다. 이러한 기계장치들의 결합체결부는 체결방식이나 체결력등의 변화에 따라 그 구조동특성이 변화될 수 있으므로 전체구조물의 동적특성과 성능에 영향을 미치게 된다.

구조결합부들에 대한 동특성해석과 결합체결부를 가진 구조물의 정적 및 동적 구조해석에 대한 연구는 구조설계 개선과 공작기계의 가공정밀도 향상을 위하여 매우 진요하며 근래에 들어 많은 연구가 이루어지고 있다.

본 연구에서는 두 개의 보구조물이 클램프(Clamp)체결부를 이용하여 결합되어 있는 외팔보 구조물에 대하여 접촉결합부 부분을 일반 강성행렬(General stiffness matrix)로 모델링하고, 유한요소해석과 유연도 영향계수법을 이용하여 접촉결합부 요소의 등가강성을 결정하는 방법을 제시한다.

제시된 등가강성행렬 모델링 방법의 검증을 위하-

여 클램프 접촉결합부를 갖는 외팔보 구조물을 등가강성요소와 보요소로 모델링하여 유한요소 모드해석을 수행하고 실험모드해석을 수행하여 두 결과를 비교한다. 또한 결합부의 체결력(접촉결합면에 법선방향 체결력)의 증감에 따른 등가강성행렬 값의 변화에 대하여도 해석적 방법과 실험적해석 방법으로 분석한다.

1.2 관련 연구동향

근래에는 기계구조물에 대한 정적 및 동적 구조해석을 위하여 유한요소해석법이 널리 사용되고 있다. 그러나 대형구조물에 대해 구조해석을 수행할 때 구조형상의 복잡성에 의하여 모델링의 요소분할 수가 많아지게 되는 문제점과 여러가지 부품들을 조립 체결하기 위한 결합부(Joint)를 모델링하는 방법이 일반화되어 있지 않아 구조해석에 어려움이 많다.

구조의 복잡성과 대형성으로 인한 유한요소 모델의 요소수와 자유도의 증가에 따라 해석시 많은 시간이 소요되는 문제점은 컴퓨터의 성능이 크게 향상되고 모델링 전용 프로그램의 개발 및 부분구조 합성법(Component synthesis method)등이 개발됨에 따라 극복이 가능하다. 그러나 구조물에 존재하는 여러 형태의 결합체결부에 대한 모델링 방법은 다양한 방법들이 연구되고 있다^{(1)~(4)}. 일반적으로 고정밀도를 요구하지 않는 구조에 대해서는 결합체결부를 강결합이나 단순화된 모델로 해석하고 있지만 정확한 해를 얻을 수 없기 때문에 고정밀도를 요구하는 경우에 있어서는 적용하기 어렵다. 결합체결부

구조의 일반적인 모델링 방법을 찾기 위한 연구는 동특성 실험을 통하여 강성 및 감쇠를 규명하는 방법과 유한 요소법을 적용하는 방법 등 최근까지도 여러 가지 방법이 시도되고 있는 실정이다^{(2)~(4)}.

전체 구조의 동특성에 크게 영향을 미치는 결합부 특성인자 중 하나는 강성(Local Stiffness)이다. 결합체결부의 강성은 전체 구조의 정적, 동적 특성에 매우 중요한 영향을 미치며, 그에 따라 전체 구조의 변형 및 모우드가 달라진다.

결합부 구조물의 해석에 있어 가장 어려운 점은 결합체결부의 비선형적 특성을 모델링하는 것이다. 외부하중의 방향 및 크기에 따라 결합체결부의 강성 및 감쇠특성이 달라지며 질량 및 강성 등의 특성행렬을 추출했을 때 비선형성이 행렬의 비대칭 효과로 나타나서 해석시 많은 문제점이 발생되는 것으로 알려져 있다⁽⁵⁾.

결합부에 대한 연구 동향을 보면 1970년대 이전에는 주로 정역학적 관점에서 결합부의 강성에 관한 연구에 한정되어 있으며 결합부를 집중강성(Lumped spring)으로 모델링하는 방법이 주로 제시되었고⁽¹⁾, 그 이후의 연구에서는 결합부를 등가의 유한요소로 모델링하고 전체 구조물의 유한요소해석을 수행하여 결합체결부 요소의 특성값(강성 및 감쇠값 등)은 실험적인 방법으로 측정하여 이용하는 방법들이 연구되었다⁽³⁾. 최근에는 볼트체결부와 마찰접촉체결부 등에 대한 연구가 주로 이루어지고 있는데, 주요한 연구의 내용과 방법을 정리하면 다음과 같다.

구조물의 결합체결부(볼트, 리벳, 접착제체결부 등)의 특성을 모델링하는 방법은 정적해석을 이용한 방법과 동적해석을 이용하는 방법으로 나누어진다. 정적해석을 이용하는 방법은 결합체결부를 유한요소법으로 모델링하여 정적구조해석(응력, 강도해석 및 강성추출 등)으로 결합부 특성을 모델링하거나 인장, 압축시험 등을 이용하여 특성값을 구하여 사용하는 방법이다⁽⁴⁾.

동적해석을 이용하는 방법은 결합체결부를 포함한 구조물의 동적 구조해석(고유진동수, 고유진동형, 감쇠율, 과도응답해석 등)을 수치해석이나 실험해석을 통하여 수행하고 그 결과를 이용하여 결합체결부의 특성을 모델링한다⁽¹⁾⁽⁷⁾.

Tanaka 등⁽⁷⁾은 볼트-너트로 체결된 결합부 구조물을 유한요소로 모델링하고 볼트의 중간부 절개면에 장력을 작용시킴으로써 볼트체결력을 예하중 상태로 모델링하였다. 한편, Patel⁽³⁾은 보와 평판이 볼트로 체결된 결합부를 유한요소 해석을 이용하여 모델링하는 방법을 연구하였고, 특히 볼트를 등가의 2개의 인장보(Tension bar)와 1개의 전단보(Shear bar)로 모델링하였는데, 실험을 통해 이러한 요소들을 보정하는 방법을 사용하였다. Beaulieu 등⁽⁵⁾은 앞의 Patel의 모델에 마찰효과를 고려한 비선형 스프

링을 추가하여 연구하였다. Yoshimura 등⁽¹⁾은 볼트 결합부를 갖는 보 구조물과 공작기계의 미끄럼마찰 접촉 결합부(Slide way contact joint)에 대한 연구를 수행하였는데, 실험과 비교하여 등가의 강성과 감쇠를 찾는 방법을 이용하였다. 또한 국내에서는 이재운⁽⁴⁾ 등이 기계구조물의 대표적인 결합부 형태인 볼트, 리벳, 접착제로 결합된 결합부(Adhesive joint) 등에 대하여 유한요소해석법과 영향계수법(Influence coefficient method)을 사용하여 등가의 보 요소와 등가 스프링 요소로 모델링하는 방법을 제시하였다. 그리고 Kuranish 등⁽⁸⁾은 강판(Steel plates)의 접촉면을 통하여 압축응력(Compressive stress)이 전달되는 표면 또는 금속접촉점(Metal contact point)의 전달량(Transmitting capacity)에 관하여 논하였다.

2. 접촉결합부의 등가유한요소 모델링이론

일반적으로 유한요소법을 이용하여 구조요소의 강성행렬을 구하기 위해서는 보간함수(Interpolation function or shape function)와 변분원리(Variational principle)를 이용하거나 직접 강성계산법(Direct stiffness method)을 사용한다. 그러나 여러 가지 형태의 결합부, 예를 들어 볼트 체결부나 마찰 접촉력을 이용한 체결부 등의 경우는 구조형상의 복잡성과 체결부의 비선형성, 경계조건의 변화등으로 인하여 일반적인 유한요소모델링 방법으로는 강성행렬을 구성하기 곤란하다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 결합부 구조요소를 등가 강성행렬로 모델링하는 방법에 대하여 연구가 이루어지고 있다.

본 연구에서는 유연도 계수법(Flexibility influence coefficient method)과 정적 힘의 평형(Static force equilibrium)조건 및 Guyan⁽⁹⁾의 정축약이론을 이용하여 클램프 체결된 접촉결합부의 등가 강성행렬을 모델링하는 방법을 제시한다. 본 연구에서 사용한 방법의 기본이론 전개는 이재운⁽⁴⁾ 등이 볼트, 접착제 체결부의 등가 강성행렬 모델링 연구에서 사용한 방법과 동일하다.

2.1 강성행렬의 이용한 축약이론

여러개의 자유도를 갖는 구조요소의 특성행렬을 수개의 자유도를 갖는 등가의 구조요소의 특성행렬로 축약하는 방법으로 Guyan의 축약이론⁽⁹⁾을 사용하였다.

먼저 정적 평형상태에 있는 구조물의 하중과 변위의 관계식은 다음과 같다.

$$\{F\} = [K]\{U\} \quad (2.1)$$

여기서, $\{F\}$ 는 하중벡터, $\{U\}$ 는 변위벡터, $[K]$ 는 강성행렬이다. 식(2.1)에서 구조의 결점변위 자유도를 필요한 수 개로 축약하기 위해서 선택될 변위 자유도와 축약될 자유도로 구분하여 표시하면 다음과 같이 된다.

$$[K_{\infty}] = \begin{bmatrix} 93.015 \times 10^6 & 0.93 \times 10^6 & -93.015 \times 10^6 & 0.93 \times 10^6 \\ 0.93 \times 10^6 & 12.4 \times 10^3 & -0.93 \times 10^6 & 6.2 \times 10^3 \\ -93.015 \times 10^6 & -0.93 \times 10^6 & 93.015 \times 10^6 & -0.93 \times 10^6 \\ 0.93 \times 10^6 & 6.2 \times 10^3 & -0.93 \times 10^6 & 12.4 \times 10^3 \end{bmatrix}$$

2.4 질량행렬의 축약

질량행렬의 축약과정에서 일반적으로 사용되어지는 것은 구조물의 연속적 질량분포를 축약과정에서 선택된 자유도에 집중(Lumped)시키는 방법인데 질량행렬의 비대각 항들은 0이 된다. 본 연구에서는 동일한 원칙으로 질량을 선택된 자유도에 집중시킨다.

Fig. 2.2의 2절점 보I-J에서 절점 I에 $\frac{1}{2}$ 질량이 집중되고, 나머지 $\frac{1}{2}$ 의 질량이 절점J에 집중되며 회전관성효과는 보의 질량 관성 모멘트로 모델링하였다.

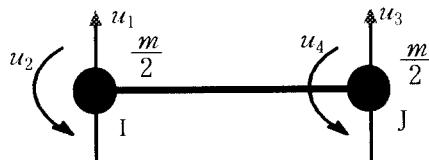


Fig. 2.2 Lumping of joint part on the nodes
이를 행렬식으로 표현하면 축약된 질량행렬의 식(2.15)로 표현된다.

$$[M]_{lump} = \begin{bmatrix} \frac{m}{2} & & & \\ & \frac{1}{3}\left(\frac{l}{2}\right)^2\left(\frac{m}{2}\right) & & \\ & & \frac{m}{2} & \\ & & & \frac{1}{3}\left(\frac{l}{2}\right)^2\left(\frac{m}{2}\right) \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

3. 접촉결합부를 갖는 외팔보의 모드해석

2장에 제시한 접촉결합부의 등가유한요소 모델링 이론의 타당성을 검증하기 위하여 접촉결합부를 갖는 외팔보 구조물에 대한 유한요소법 모드해석과 실험모드해석을 수행하고 그 결과를 비교한다.

3.1 유한요소법 모드해석

접촉결합부를 갖는 외팔보 구조물의 기하학적 형상은 Fig. 3.1과 같다.

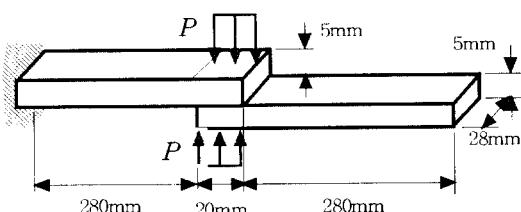


Fig. 3.1 Geometry of the cantilever beam with clamp joint

Fig. 3.1의 외팔보구조물의 유한요소모델은 Fig. 3.2와 같다.

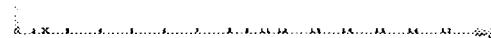


Fig. 3.2 F.E.M. modelling

사용된 유한요소 프로그램은 ANSYS(Rev5.3)이며 보요소를 사용하였고, 결합부는 등가강성 행렬요소와 등가질량 행렬요소로 모델링하였다.

보요소의 물성치는 종탄성계수 $E = 200.078\text{GPa}$, 포아송비 $\nu = 0.295$, 밀도 $\rho = 7.81\text{kg/m}^3$ 이다. 접촉체 결력을 등가 예하중으로 환산한 값 P 는 $615.385 \times 10^3 \text{ Pa}$ 이다.

유한요소모델의 모드해석결과는 Fig. 3.3 ~ Fig. 3.5와 같다.



Fig. 3.3 F.E.M. modal Analysis(1st mode:11.9 Hz)



Fig. 3.4 F.E.M. modal Analysis(2nd mode:72.3 Hz)



Fig. 3.5 F.E.M. modal Analysis(3rd mode:207.4 Hz)

3.2 실험모드해석

접촉결합부를 갖는 외팔보 모델을 Fig. 3.6에서 보는 바와 같이 실물로 제작한 다음 충격가진시험법을 이용하여 실험모드해석을 수행하였다. Fig. 3.7은 모드측정실험에 사용된 측정 및 분석 장비들의 사진이며 실험모드해석 소프트웨어는 CADA-PC를 사용하였다.

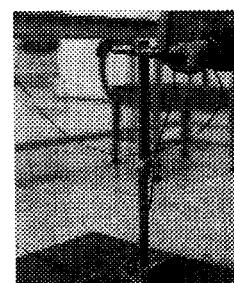


Fig. 3.6 Modal test of beam structure

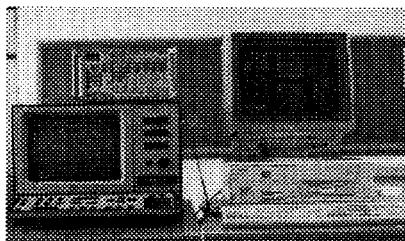


Fig. 3.7 Experimental equipment

Fig. 3.8은 CADA-PC에 입력된 실물 외팔보 구조물의 형상 모델이다. 실험모드측정결과는 Fig. 3.9 ~ Fig. 3.11과 같다.

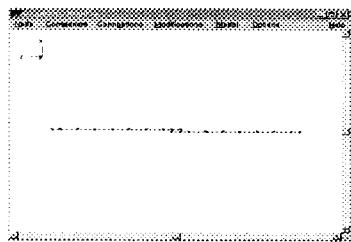


Fig. 3.8 Geometry modelling for experimental modal analysis

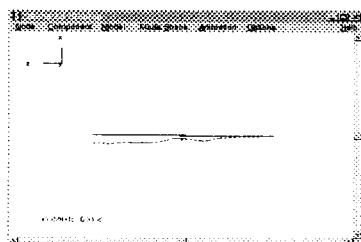


Fig. 3.9 Mode shapes by the experiment
(1st mode : 11.026Hz)

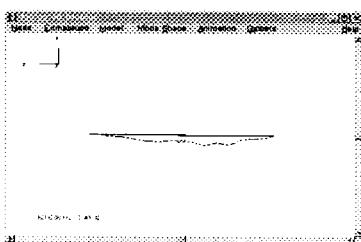


Fig. 3.10 Mode shapes by the experiment
(2nd mode : 60.838Hz)

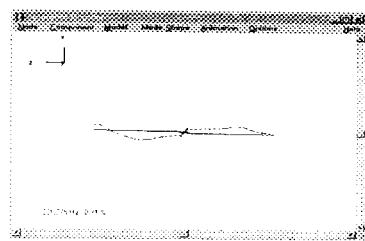


Fig. 3.11 Mode shapes by the experiment
(3rd mode : 221.775Hz)

3.3 모드해석 결과 비교 검토

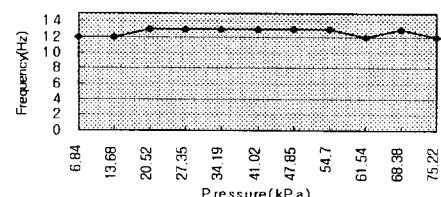
접촉결합부를 갖는 외팔보 구조물의 유한요소모드 해석 결과와 실험모드해석 결과를 비교하면 Table 3.1과 같다.

Table 3.1 Comparison of analysis results

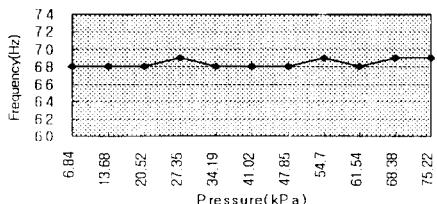
Mode shape	Natural frequency(Hz)	
	F.E.M.	Experiment
1st	11.9	11.0
2nd	72.3	60.8
3rd	207.4	221.8
4th	397.7	382.8

위 Table 3.1에서 보는 바와 같이 이론해석 및 실험 해석결과가 대체적으로 잘 일치하고 있다. 그러므로 본 연구에서 제시한 클램프 체결된 접촉결합에 대한 등가강성행렬 모델링 방법과 등가질량행렬 모델링 방법이 접촉결합부의 유한요소 모델링 방법으로서 매우 적절한 것으로 생각된다.

또한 제시한 등가강성 및 질량행렬 모델링 방법의 적용성을 확인하기 위하여 결합부의 체결력(접촉력) 변화가 등가강성행렬 및 모드해석결과에 미치는 영향을 분석하여 본 결과 Fig. 3.12와 같이 나타났다. Fig. 3.12의 결과로부터 접촉력(체결력)은 결합부 등가강성이나 고유진동수에 거의 영향을 미치지 않음을 알 수 있다.



(a) 1st mode



(b) 2nd mode

Fig. 3.12 Contacted pressure vs Natural frequency for contact joint

4. 결론

본 연구에서 클램프 체결된 접촉결합부의 등가유한요소 모델링 방법으로서 유연도 영향계수법과 Guyan⁽⁹⁾정축약 이론 및 유한요소해석을 이용하여 접촉결합부의 등가강성행렬과 등가질량행렬을 계산하는 방법을 제시하였다. 제시된 방법의 타당성을 검증하기 위하여 유한요소법 모드해석과 실험모드해석을 수행했다.

본 연구의 기본적인 이론 전개는 이재운⁽⁴⁾등이 볼트, 접착제 체결부의 등가유한요소 모델링에 적용한 방법을 이용하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

- ① 접촉결합부를 갖는 외팔보 구조물의 유한요소 모델링에 제시된 등가강성 모델링 방법을 적용하고 유한요소 모드해석을 수행한 결과는 실험모드해석 결과와 매우 잘 일치하였다.
- ② 따라서 유연도 영향계수법과 정축약이론을 이용한 등가강성행렬 축약방법이 클램프 체결된 접촉결합부의 등가유한요소 모델링에 매우 효과적으로 적용될 수 있음을 확인하였다.
- ③ 접촉결합부의 체결력 중감이 등가강성행렬에 미치는 영향을 조사한 결과 체결력의 중감이 외팔보구조물의 모드측정실험 고유진동수에 거의 영향을 미치지 않았다. 이로 미루어 정상적인 체결상태가 유지되는 상태에서 접촉결합부 체결력의 중감은 접촉결합부의 등가강성 값에 거의 영향을 미치지 않는 것으로 판단된다.

참고문헌

1. M.Yoshimura, K.Okushima, "Mesurement of Dynamic Rigidity and Damping Property for Simplified Joint Models and Simulation by Computer", Annals of the CIRP, Vol. 25, No. 1, pp193-198, 1977
2. J.Wang, P.Sas, "A Method for Identifying Parameter of Mechanical Joints", Journal of Applied Mechanics, Vol.57, No.6, pp337-342, 1990
3. K.V.Patel, W.F.Chen,"Analysis of a Fully Bolted Joint Connection Using NONSAP", Computers & Structure, Vol. 21, pp505-511, 1985
4. 이재운, “결합부가 있는 복합구조물의 동적해석”, 서울대학교, 박사학위논문, 1993.
5. T. Inamura, T. Sata, "Stiffness and Damping Identification of the Element of a Machine Tool Structure," Annals of the CIRP, Vol. 28/1, 1979.
6. M. Tanaka, H.Miyazawa, E.Asaba, K.hongo, "Application of the Finite Element Method to Bolt-nut Joints - Fundamental Studies on Analysis of Bolt-nut Joints using the Finite Element Method", Bullentin of JSME, Vol.24, No.192, pp1064-1071, 1981.
7. D.Beaulieu, A.Picard, "Finite Element Modeling of Connection-State-of-the-art", Connections in Steel Strucutures(ed.R.Bjorhovde), Elsvier, 1988
8. Kuranish, Shigeru, "Mechanical behavior of metal contact joint", Journal of Structural Engineering New York, 1994v120, pp1977-1990, 1994.
9. R.J.Guyan, "Reduction of Stiffness and Mass Matrix", AIAA journal Vol. 3, pp 380, 1965.