

Macpherson형 현가시스템의 새로운 모델링 New Modeling of a Suspension System of Macpherson Type

홍금식 (부산대 기계공학부), 전동섭, 김도균(부산대 대학원), 유완석, 최재원 (부산대 기계공학부)
K. S. Hong, D. S. Jeon, D. K. Kim, W. S. Yoo, J. W. Choi (Dept. of Mechanical Engr, Pusan National U.)

ABSTRACT

A new modeling incorporating the role of control arm is proposed for the Macpherson type suspension system. Vertical displacement of the sprung mass and angular displacement of the control arm are selected as main control variables in the new modeling. With the same values of suspension vehicle parameters the conventional modeling and the new modeling are compared in terms of open loop characteristics.

Key Words: suspension(현가시스템), modeling(모델링), control arm(컨트롤암), state variable(상태변수), transfer function(전달함수), open loop characteristics(개루프 동특성)

1. 서론

본 논문은 Macpherson형 현가시스템의 새로운 모델링과 제어에 관한 연구이다. 현가시스템의 역할과 기능, 현가시스템의 분류, 발전과정/역사/사례, 그리고 다양한 제어기법에 대해서는 참고문헌^{(1),(2)}을 참조바란다. 특히 참고문헌⁽¹⁾에는 skyhook control을 이상적인 개념으로 하여 현재에 많이 사용되고 있는 1/4 차량의 현가시스템의 모델링과, 제어기법으로서 최적제어(LQR/LQG), 가변구조제어(variable structure control), 및 bilinear control등이 자세히 소개되어 있다. 그러나 현재의 모델링은 너무 단순화되어 있다. 이러한 단순화된 모델링에 변화를 주고 좀 더 나은 성능을 얻기 위한 몇가지 방법이 제시되고 있다. Truscott와 Wellstead는 현가시스템의 스트럿(strut)에 고무 마운팅을 장착함으로써 고주파에 의한 영향을 줄이는 모델링을 제시하였다.⁽⁴⁾ 그리고 스프링 아랫질량의 과도한 진동을 줄이기 위해 스프링 아랫질량(unsprung mass)에 수동식 진동흡수기를 장착하는 모델링도 Teja와 Srinivasa에 의하여 제시되고 있다.⁽⁵⁾ 그러나 이러한 모델링에 의한 방법으로는 현가시스템의 모든 동적특성을 정확하게 나타내지 못하는 단점이 있다. 이는 현재 일반 승용차에 쓰이는 현가시스템에 대한 모델링과도 상당한 차이가 있다.

현재 일반 승용차에 가장 많이 사용되는 독립 현가시스템은 Macpherson형 현가시스템이다. 이 형태의 모델링과 기존의 모델링과의 차이점은 컨트롤암(control arm)이 현가시스템과 차체를 연결하고 있는 점이다. 컨트롤암은 현가시스템과 차체를 결합하여, 현가시스템의 구조를 결정하고, 타이어 및 사시의 하중을 받아 상, 하 운동을 하는 기능을 가진다. 이러한 상, 하 운동시에 컨트롤암은 스프링과 댐퍼의 성질도 가지고 있어서 현가시스템의 역할도 더불어 수행한다.

본 논문에서는 컨트롤암을 질량이 없는 rigid bar

로 가정하여 현가시스템이 차체에 회전조인트로 연결되어 지면에서의 외란입력에 대한 스프링 아랫질량의 움직임이 컨트롤암의 회전운동으로 나타나는 형태를 취하였다. 그리고 컨트롤암의 역할이 고려된 새로운 모델에 대한 운동방정식을 유도하고, 개루프의 특성을 기존의 모델링에 따른 개루프 특성과 비교하였으며, LQR제어기법을 적용하여 보았다.

2. 기존의 모델링

그림 1은 Macpherson형 현가시스템이다. 1/4 차량에 대한 모델로서 문헌상에서 많이 사용되고 있는 모델은 그림 2와 같으며 이에 대한 운동방정식은 다음과 같다.⁽¹⁾⁻⁽⁶⁾

$$\begin{aligned} m_s \ddot{z}_s &= -k_s(z_s - z_u) - c_s(\dot{z}_s - \dot{z}_u) + f_u - f_d \\ m_u \ddot{z}_u &= k_s(z_s - z_u) + c_s(\dot{z}_s - \dot{z}_u) \\ &\quad + k_t(z_u - z_r) - f_u \end{aligned}$$

그리고 도입된 상태변수들은 다음과 같다.⁽⁶⁾

$$\begin{aligned} x_1 &= z_s - z_u : \text{suspension deflection} \\ x_2 &= \dot{z}_s : \text{스프링 윗질량의 속도} \\ x_3 &= z_u - z_r : \text{tire deflection} \\ x_4 &= \dot{z}_u : \text{스프링 아랫질량의 속도} \end{aligned}$$

이에 따른 시스템 상태방정식은 다음과 같다.

$$\dot{x} = Ax + Bf_u + Ef_r + F\dot{z}_r \tag{1}$$

여기서,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 \\ -\frac{k_s}{m_s} & -\frac{c_s}{m_s} & 0 & \frac{c_s}{m_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s}{m_u} & \frac{c_s}{m_u} & -\frac{k_t}{m_u} & -\frac{c_s}{m_u} \end{bmatrix}$$

$$B = [0 \quad \frac{1}{m_s} \quad 0 \quad -\frac{1}{m_u}]^T$$

$$E = [0 \ \frac{1}{m_s} \ 0 \ 0]^T, \quad \Gamma = [0 \ 0 \ -1 \ 0]^T$$

이다. 또한 노면입력 \dot{z}_r 에 대한 차체의 가속도의 전달함수는 다음과 같다.

$$H_a(s) = \frac{\ddot{z}_s(s)}{\dot{z}_r(s)} = \frac{k_s(c_s s + k_s)}{d(s)},$$

$$d(s) = m_u m_s s^4 + (m_u + m_s) c_s s^3 + \{(m_u + m_s) k_s + m_s k_t\} s^2 + k_c c_s s + k_t k_s$$

3. 새로운 모델링

그림 3은 그림 1에서 나타나는 운동을 보다 도식화한 개략도이다. 코일스프링, 댐퍼, 능동/반능동 작동기, 차체, 차축, 컨트롤암, 타이어 및 외란(탑승인원, 바람)등으로 구성되어 있음을 알 수 있다. 만약 컨트롤암의 질량을 고려하고 차체와 부싱으로 연결되어 있다고 가정하면 전체의 시스템의 자유도는 4가 된다. 그러나 컨트롤암의 질량을 무시하고 또 컨트롤암이 차체와 액슬간에 핀조인트로 연결되어 있다고 가정하면 시스템의 자유도는 2가 된다. 그림 4는 그림 3에서 나타나는 운동중에서 가장 중요하다고 생각되는 차체의 상하운동(z_s)과 컨트롤암의 회전운동(θ)를 일반화된 좌표계로 취한 최종적인 모델이다. z_s 와 θ 는 정적평형의 위치로부터 측정되어진다. 운동방정식을 구하기 위하여 다음과 같은 가정을 한다.

1. 스프링 윗질량(sprung mass, m_s)은 상하운동(z_s)만을 하며, 제어목적으로 그 가속도가 측정된다.
2. 스프링 윗질량과 스프링 아랫질량(unsprung mass, m_u)은 컨트롤암을 통하여 회전관절로 연결되어 있으며, 컨트롤암의 각변위는 θ 로 표시한다.
3. z_s 와 θ 는 정적평형상태로부터 측정되며, 평형상태의 캠버각은 0° 이다.
4. 스프링 윗질량(m_s)과 스프링 아랫질량(m_u)은 질점으로 가정하고, 컨트롤암의 질량은 무시한다.
5. 컨트롤암의 flexibility는 무시한다.
6. 노면으로부터의 입력은 z_r 로 표시한다.
7. 코일스프링, 타이어, 댐퍼등은 선형계수를 가지는 것으로 가정한다.

그림 4에 나타나는 파라미터들의 정의 및 시물레이션 시에 사용된 값/단위들은 다음과 같다.

- m_s : 스프링 윗질량(sprung mass, 453 Kg)
- m_u : 스프링 아랫질량(unsprung mass, 71 Kg)
- c_s : 감쇠계수(damping coefficient, 1950 N·s/m)
- k_s : 코일스프링 상수(spring constant, 17658 N/m)
- k_t : 타이어스프링 상수(spring constant, 183887 N/m)
- f_a : 능동/반능동 제어입력(active/semi-active force, N)
- f_d : 탑승인원하중 및 기타 외력(disturbance, N)
- L_B : O점에서 (B점)까지의 거리(0.15 m)
- L_C : 컨트롤 암의 길이 (0.20 m)

그림 4의 y-z좌표계에서 점 A, B, C의 절대좌표 값을 $A(y_a, z_a)$, $B(y_b, z_b)$, $C(y_c, z_c)$ 로 정의한다. 점 A, B, C의 좌표값들을 사용하여 표기된 현가시스템의

운동에너지 T, 위치에너지 V, 및 감쇠에너지 D는 다음과 같다.

$$T = \frac{1}{2} m_s \dot{z}_s^2 + \frac{1}{2} m_u (\dot{y}_c^2 + \dot{z}_c^2) \quad (2)$$

$$V = \frac{1}{2} k_s [(y_a - y_b)^2 + (z_a - z_b)^2] + \frac{1}{2} k_t (z_c - z_r)^2 \quad (3)$$

$$D = \frac{1}{2} c_s [(\dot{y}_a - \dot{y}_b)^2 + (\dot{z}_a - \dot{z}_b)^2] \quad (4)$$

이제, 평형상태에서 스프링 윗질량이 z_s 만큼 상승하고, 스프링 아랫질량이 θ 만큼 O점을 중심으로 반시계방향으로 회전하였다고 가정하였을 때 식 (2)-(4)는 다음과 같이 표시된다.

$$T = \frac{1}{2} (m_s + m_u) \dot{z}_s^2 + \frac{1}{2} m_u L_c^2 \dot{\theta}^2 + m_u L_c \cos \theta \dot{\theta} \dot{z}_s \quad (5)$$

$$V = \frac{1}{2} k_s [L_b^2 (1 - \cos \theta)^2 + (L_b \sin \theta)^2] + \frac{1}{2} k_t (z_s + L_c \sin \theta - z_r)^2 \quad (6)$$

$$D = \frac{1}{2} c_s L_b^2 \dot{\theta}^2 \quad (7)$$

위의 식 (5)-(7)을 다음의 Lagrange equation에 적용한다.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} = Q_j$$

일반화된 좌표계 $q_1 = z_s$, $q_2 = \theta$ 에 대한 운동방정식은 다음과 같다

$$(m_s + m_u) \ddot{z}_s + m_u L_c \cos \theta \ddot{\theta} - m_u L_c \sin \theta \dot{\theta}^2 + k_t (z_s + L_c \sin \theta - z_r) = -f_d + f_a \quad (8)$$

$$m_u L_c \cos \theta \ddot{z}_s + m_u L_c^2 \ddot{\theta} + c_s L_b^2 \dot{\theta} + k_t L_b^2 \sin \theta + k_t L_c \cos \theta (z_s + L_c \sin \theta - z_r) = -L_c f_a$$

상태변수를 $x_1 = z_s$, $x_2 = \dot{z}_s$, $x_3 = \theta$, $x_4 = \dot{\theta}$ 로 정의하면 (8)식으로부터 다음과 같은 비선형방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_1(x_1, x_2, x_3, x_4, f_a, z_r, f_d) \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= f_2(x_1, x_2, x_3, x_4, f_a, z_r, f_d) \end{aligned} \quad (9)$$

4. 선형화 및 전달함수

평형상태 $(z_s, \dot{z}_s, \theta, \dot{\theta}) = (0, 0, 0, 0)$ 에 대하여 식 (9)을 선형화하면 다음이 얻어진다.

$$\dot{x} = Ax(t) + B_1 f_a(t) + B_2 \dot{z}_r(t) + B_3 f_d(t), \quad x(0) = x_0 \quad (10)$$

여기서,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \frac{\partial f_1}{\partial x_4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2}{\partial x_4} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_s L_b^2}{L_c m_s} & \frac{c_s L_b^2}{L_c m_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_t}{m_u L_c} & 0 & -\frac{k_s L_b^2 (m_s + m_u)}{m_u m_s L_c^2} - \frac{k_t}{m_u} & -\frac{(m_s + m_u) c_s L_b^2}{m_s m_u L_c^2} \end{bmatrix}$$

$$B_1 = [0, \frac{\partial f_1}{\partial f_a}, 0, \frac{\partial f_2}{\partial f_a}]^T = [0, \frac{2}{m_s}, 0, -\frac{m_s + 2m_u}{m_s m_u L_c}]^T$$

$$B_2 = [0, \frac{\partial f_1}{\partial z_r}, 0, \frac{\partial f_2}{\partial z_r}]^T = [0, 0, 0, \frac{k_t}{m_u L_c}]^T$$

$$B_3 = [0, \frac{\partial f_1}{\partial f_d}, 0, \frac{\partial f_2}{\partial f_d}]^T = [0, -\frac{1}{m_s}, 0, \frac{1}{m_s L_c}]^T$$

이다. 이제, 시스템의 입출력관계를 알아보기 위해서 입력 f_a 에 대한 시스템출력으로서 $y(t) = [\ddot{z}_s, \theta]^T$ 로 잡으면, 다음의 출력방정식이 얻어진다.

$$y(t) = Cx(t) + Df_a(t) + Ef_d(t) \quad (11)$$

여기서,

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{k_s L_b^2}{L_c m_s} & \frac{c_s L_b^2}{L_c m_s} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} \frac{2}{m_s} \\ 0 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} -\frac{1}{m_s} \\ 0 \end{bmatrix}$$

이다. 전달함수를 구하기 위하여 식 (10) 및 식 (11)의 양변을 라플라스 변환하여 정리하면 다음이 얻어진다.

$$Y(s) = [C(sI - A)^{-1}B_1 + D]f_a(s) + C(sI - A)^{-1}B_2 z_r(s) + [C(sI - A)^{-1}B_3 + E]f_d(s) \quad (12)$$

따라서, 노면입력 z_r 에 대한 스프링 윗질량의 가속도 \ddot{z}_s 및 컨트롤암의 회전각변위 θ 로의 전달함수가 다음과 같이 구해진다.

$$H_a(s) = \frac{\ddot{z}_s(s)}{z_r(s)} = \frac{c_s k_s L_b^2 s^3 + k_s k_t L_b^2 s^2}{d(s)} \quad (13)$$

$$H_\theta(s) = \frac{\theta(s)}{z_r(s)} = \frac{m_s k_t L_c s^2}{d(s)} \quad (14)$$

여기서,

$$d(s) = m_u m_s L_c^2 s^4 + (m_s c_s L_b^2 + m_u c_s L_b^2) s^3 + (m_s k_s L_b^2 + m_u k_s L_b^2 + m_s k_t L_c^2) s^2 + c_s k_t L_b^2 s + k_s k_t L_b^2 \quad (15)$$

이다.

5. 비교

동일한 차량제원(제3장)을 사용한 식 (1)과 식 (10)의 개루프에서의 극점 및 영점의 위치는 다음과 같다.

$$\text{기존의 모델링 - 극점 : } -14.0372 \pm 50.3982i \\ -1.8475 \pm 5.7855i$$

$$\text{영점 : } 0, -9.0554$$

$$\text{새로운 모델링 - 극점 : } -7.8334 \pm 51.3306i \\ -1.1018 \pm 4.4552i$$

$$\text{영점 : } 0, 0, -9.0554$$

기존의 모델링 (× : poles, ○ : zeros)

새로운 모델링 (+ : poles, □ : zeros)

그림 5에 나타난 바와 같이 다음과 같은 차이점이 발견된다.

1. 기존 모델에서의 지배적인 극점(dominant pole)의 경우 고유주파수는 0.97 Hz이고, 이의 감쇠율은

0.3042이다. 그리고 새로운 모델에서의 지배적인 극점의 경우 고유주파수는 0.73 Hz이고, 이의 감쇠율은 0.24로서, 고유주파수와 감쇠율이 새로운 모델에서 작아짐을 알 수 있다.

2. 나머지 두 극점의 경우, 기존 모델에서는 고유주파수가 8.33 Hz이고 이의 감쇠율은 0.2683이다. 그리고 새로운 모델에서는 고유주파수가 8.26 Hz이고 이의 감쇠율은 0.1508이다. 이는 지배적인 극점과는 대조적으로 고유주파수는 거의 비슷하나, 기존 모델보다 새로운 모델에서 감쇠율이 현저히 감소함을 보인다.

3. 기존의 모델과 새로운 모델의 영점의 위치는 같으나 새로운 모델에서는 영점이 원점에 하나 더 존재한다.

그리고 그림 6과 그림 7은 노면으로부터의 입력에 대한 식 (1)과 식 (11)에서의 스프링 윗질량의 가속도의 주파수응답 $|\frac{\ddot{z}_s(j\omega)}{z_r(j\omega)}|$ 와 $|\frac{\ddot{\theta}(j\omega)}{z_r(j\omega)}|$ 를 나타낸다.

그림 6와 그림 7에서 보면, 주파수가 10^0 Hz이하의 주파수역에서는 새로운 모델이 기존 모델에 비하여 상당히 좋은 성능을 보이지만, 그 이상의 영역에서는 기존 모델에 비하여 성능이 다소 떨어지는 것을 볼 수 있다.

6. LQR 제어

본 절에서는 3절에서 주어진 시스템 파라미터를 이용하여 개루프 시스템과 LQR 제어기법을 사용한 폐루프 시스템의 성능을 높이 10cm이고 길이 0.5m인 둔덕을 지날때의 응답으로 살펴보았다. 먼저 주어진 시스템에서 성능지수를 다음과 같이 정의하자.

$$J = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt, Q \geq 0, R > 0$$

그러면 최적의 제어입력 f_a 는 다음과 같이 된다.

$$f_a = -Kx$$

이상과 같이 하여 위의 성능지수를 만족하는 제어기인 K 와 제어개인에 의한 폐루프 시스템의 고유치를 구하면 다음과 같다.

$$K = [7.0668 \quad -56.5788 \quad -414.7433 \quad -0.2987] \\ \lambda_{close} = \{-7.8789 \pm 51.6416i, -0.9452 \pm 5.3513i\}$$

그리고 그 결과를 그림 8에 나타내었다.

7. 결론

본 논문에서는 컨트롤암의 역할이 고려된 Macpherson형의 현가시스템에 대한 새로운 모델링을 시도하였다. 그리고 그 모델링에 의한 운동방정식을 유도하였다. 이는 기존의 모델보다 현가시스템의 동특성을 더 잘 나타낸다고 판단되며, 현가시스템의 성능을 개선시키기 위한 능동현가시스템의 연구를 위해 앞으로 보다 실제차량에 가깝다고 판단되는 새로운 모델링에 적용가능한 제어기의 설계에 관한 다양한 연구가 필요하리라 생각된다.

참고문헌

1. 이경수, "능동/반능동 현가시스템 기술," 제어·자동화·시스템공학회지, 제2권, 제2호, pp.41-56, 1996.

2. 허승진, "자동차의 능동형 샤시시스템 개발동향," 제어·자동화·시스템공학회지, 제2권, 제2호, pp. 57-65, 1996.
3. A. Stensson, C. Asplund and L. Karlsson, "The Nonlinear Behavior of a Macpherson Strut Wheel Suspension," Vehicle System Dynamics, Vol. 23, pp. 85-106, 1994.
4. A. J. Truscott and P. E. Wellstead, "Adaptive Ride Control in Active Suspension Systems," Vehicle System Dynamics, Vol. 24, pp. 197-230, 1995.
5. S. R. Teja and Y. G. Srinivasa, "Investigation on the Stochastically Optimized PID Controller for a Linear Quarter-Car Road Vehicle Model," Vehicle System Dynamics, Vol. 26, pp. 103-116, 1996.
6. C. Yue, T. Butsuen and J. K. Hedrick, "Alternative Control Laws for Automotive Active Suspension," Transactions of the ASME, Journal of Dynamics System, Measurement, and Control, Vol. 111, pp. 286-291, 1989

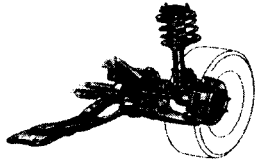


그림 1. Macpherson형 현가시스템

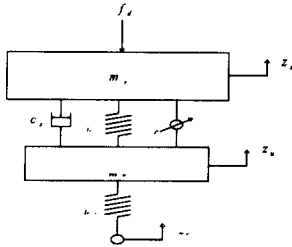


그림 2. 기존의 1/4차량의 모델링

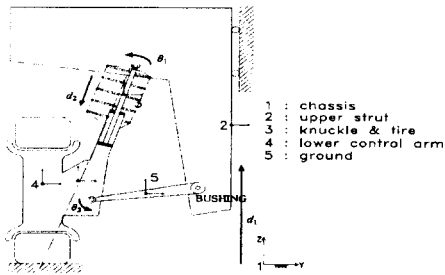


그림 3. 현가시스템에서 나타나는 운동

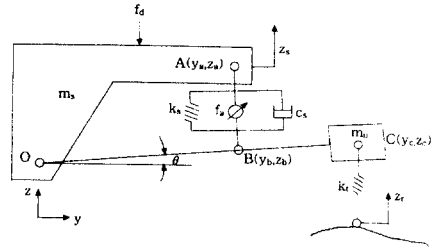
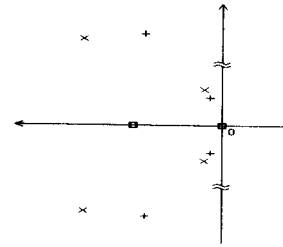


그림 4. 새로운 모델링



기존의 모델링 (× : poles , ○ : zeros)
 새로운 모델링 (+ : poles , □ : zeros)
 그림 5. 개루프의 극점 및 영점 비교

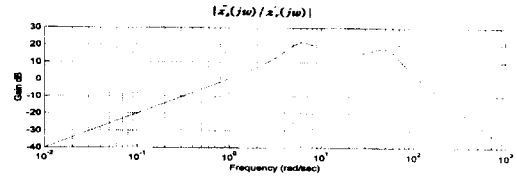


그림 6. 기존 모델의 주파수역 분석

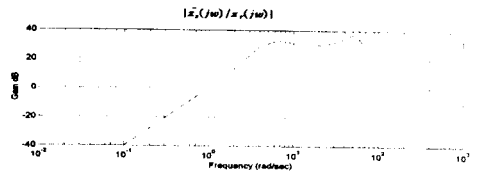


그림 7. 새로운 모델의 주파수역 분석

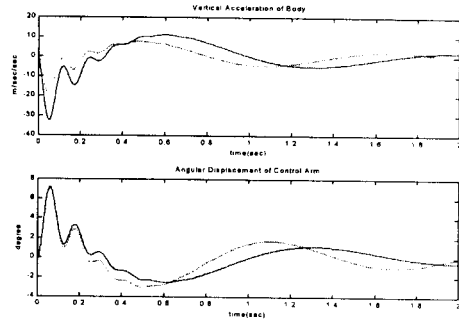


그림 8. 시간역 분석
 (— 개루프 시스템 , ... 폐루프 시스템)