

# 형상 오차가 원통형 정전용량 변위센서의 축 회전오차의 측정에 미치는 영향

## Effects of Geometric Errors on the Measurement of Error Motions of Rotor with the Cylindrical Capacitive Displacement Sensor

안형준(서울대 대학원), 장인배(강원대), 한동철(서울대)

Hyeong-Joon Ahn(Graduate School Seoul National Univ), In-Bae Chang(Kangwon National Univ),

Dong-Chul Han(Seoul National Univ)

### ABSTRACT

This paper discusses the effects of geometric errors on the measurement of error motions of rotor with the cylindrical capacitive displacement sensor. Analytic model of the measuring process with this sensor is derived and this model shows that the effect of geometric errors of sensor is larger than that of rotor on the measurement of error motions of rotor. The computer simulation shows effect of periodic errors in this sensor on the measuring orbit.

**Key Words** : cylindrical capacitive displacement sensor(원통형 정전용량 변위센서), geometric error (형상오차)

#### 1. 서론

일반적으로 축의 회전 정밀도를 측정하는 방법은 상용화된 변위센서를 회전축에 직각으로 2개 설치하여 그 상대변위를 측정하는 것이다. 그러나 이러한 측정방법은 축의 진원도 및 형상오차를 고려하지 않은 방법이므로 회전정밀도가 높은 초정밀 측정에 적용하기는 어렵다. 축의 형상오차를 제거하고 순수한 회전오차만을 측정하는 방법으로는 마스터구를 이용하는 방법, 센서 3개를 설치하여 신호처리를 통하여 측정하는 방법, 이를 확장하여  $n$ 개의 센서를 이용하는 방법 등이 있다. 그러나 위의 방법들은 가격 면에서 비싸고 초정밀 측정에 적용하기에는 어려움이 있다. 그러므로 원주면 전부를 센서로 사용하여, 축의 형상오차를 평균효과로 제거하고 센서의 면적을 넓혀 분해능을 높이는 원통형 정전용량 변위센서를 이용하는 방법이 사용되었다. 이는 Chapman[1]에 의하여 처음 시도되었고, 이후 Salazar[2], 장인배[3], 박상신[4] 등이 적용하여 우수한 측정 성능을 가짐을 입증하였다.

원통형 정전용량 변위센서와 측정대상물은 각각 진원도 오차가 수  $\mu\text{m}$ 에서 수십  $\mu\text{m}$  정도이기 때문에 정밀한 측정이나 초정밀 축의 측정에서는 이에 대한 고려가 필요하다. 장인배[3]는 정전용량센서가 일반 상용프루브형 센서에 비하여 축의 형상오차와 표면

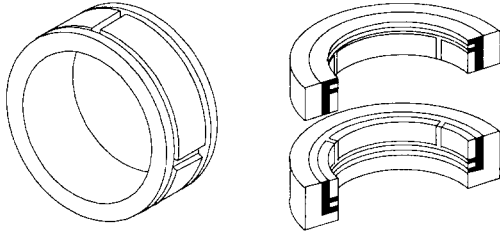
조도의 영향이 적음을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 밝혔다. 하지만 이런 기본적인 형상오차들의 영향을 보정하기 위해서는 측정과정의 해석적인 접근이 필요하다. 따라서 본 논문에서는 원통형 정전용량 변위센서의 측정과정을 해석적으로 모델링하여 형상오차의 영향을 고찰하였고, 해석적인 모델링과 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 센서의 주기적인 오차가 축 궤적 측정에 미치는 영향을 밝혔다.

#### 2. 원통형 정전용량 센서의 제작

원통형 정전용량센서의 재질로는 전기전도성이 우수한 구리 중에서 가공성이 우수하고 축 재질보다는 무르나 비교적 단단한 황동을 사용한다. 황동 봉을 Fig. 1 a)와 같은 모양으로 가공한다. 센서부와 가드사이의 틈새는 좁을수록 좋는데, 일반적인 선삭이나 밀링으로 가공할 경우 한계가 있기 때문에 조각이나 방전가공을 이용하여 가공한다.

Fig. 1 a)와 같이 가공된 센서에 납으로 선을 연결한 다음 이를 하우징에 절연이 되도록 고정한다. 고정된 센서와 하우징 사이를 에폭시로 함침(moulding)한다. 이 때 사용하는 에폭시는 점도가 낮아야 하고 가사시간(흐르지 않을 정도로 굳는데 걸리는 시간)이 30분 이상이어야 하며 경화 후 경도가 높아야 하고 취성이 크지 않고 기계 가공성이 우수해야 한다.

에폭시를 경화시키기 전에 진공펌프를 이용하여 에폭시 안의 기포를 제거하는 탈포과정을 거쳐야 한다. 또한 에폭시는 일정 온도 이상 올려 경화시키는데 경화온도와 주위온도를 맞추어 주면 열응력도 발생하지 않고 경화 후에 경도도 좋아진다. 그러므로 500°C 까지 온도 조절이 가능한 노(爐)를 이용하여 에폭시를 경화시킨다.



a) Raw sensor                      b) Machined sensor

Fig. 1 Cylindrical capacitance sensor

경화가 끝난 센서를 Fig. 1 b)와 같은 형상이 되도록 선반으로 가공한다. 이때 구리와 에폭시의 열변형율이 달라 온도가 올라가면 접착면이 분리되기 때문에, 되도록 열이 발생하지 않도록 절삭유를 충분히 뿌려주면서 절삭깊이를 작게 가공해야 한다. 그리고 센서부와 가드가 분리되는 순간에 특별한 주의를 필요로 한다. Fig. 1 b)에 나타나 있듯이 센서를 고정하고 있는 것이 에폭시이기 때문에 가공 시에 센서의 형상오차가 발생할 수 있다. 이 오차를 줄이기 위하여 연삭을 하게 되면 연삭유와 함께 칩이 센서와 에폭시 사이에 끼거나 에폭시에 박히게 되는데 이로 인하여 센서부와 가드 그리고 접지인 하우징 사이에 통전이 되는 경우가 있다. 그래서 가공 정밀도가 우수한 선반을 선정하여 센서 가공을 위해 제작한 지그를 이용하여 센서를 가공한다.

### 3. 원통형 정전용량 센서의 측정과정 모델링[5]

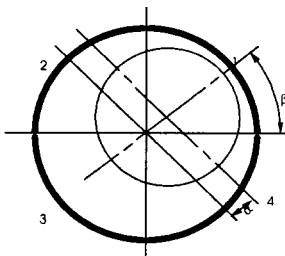


Fig. 2 Variables for rotor position

축의 회전 거동 측정시스템은 원통형 정전용량센서와 측정대상물인 회전축으로 구성된다. 원주방향

으로 90° 크기인 4개의 도체로 구성된 원통형 정전용량센서가 고정되어 있고 진원의 축이 공전한다고 할 때 축 중심의 위치를 정확히 기술하기 위하여 Fig. 2에 도시되어 있는 두 변수 공전반경  $a$ 와 위상각  $\beta$ 가 필요하다.

여기서  $a$ 는 원통형 센서의 중심에서 회전축의 중심까지의 직선거리를 나타내고,  $\beta$ 는 1번 센서의 처음과 원통형 센서의 중심을 이은 직선부터 회전축의 중심과 원통형 센서의 중심을 이은 직선까지의 각도를 나타낸다.

모서리 효과(fringe effect)를 무시하고 전기장이 평행하다고 가정하면 두 평행판 사이의 미소 정전용량은 아래와 같은 식 (1)로 표현된다.

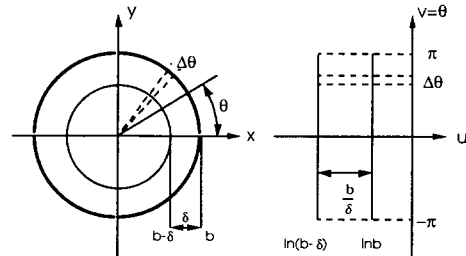
$$\Delta C = \epsilon \frac{\Delta lw}{d} \quad (1)$$

이때  $\Delta l$ 은 평행 판의 길이이고  $w$ 는 평행 판의 폭이고  $d$ 는 평행판 사이의 거리이다. 위의 식을 원통좌표계에서도 적용하기 위하여 아래 식 (2)와 같은 복소 변환을 이용한다.

$$t = \ln z = u + jv, \quad z = x + jy \quad (2)$$

위의 변환을 이용하면 반경방향 성분이 수평 성분으로 변하게 된다. 즉,  $xy$ 좌표계의 원이  $t$ 좌표계에서는 직선으로 변환된다.

위의 Fig. 3의 a)와 같이  $xy$ 좌표계에서 이상적인 진원이고 중심이 일치하며 반지름이 각각  $b$ 와  $b-\delta$ 인



a)  $xy$  domain                      b)  $t$  domain

Fig. 3 Rotor and sensor with same center

원통형 센서와 회전축을 식 (2)의 변환으로  $t$ 좌표계로 바꾸면 Fig. 3의 b)와 같이  $u$ 좌표의 값이  $\ln b$ 와  $-\ln(b-\delta)$ 인  $v$ 축에 평행한 직선이 된다. 이때 두 원 사이의 정전용량은  $t$ 좌표계에서의 너비  $\Delta\theta$ 와 거리  $-\ln(1 - \frac{\delta}{b})$ 로 나타나는데  $\frac{\delta}{b}$ 가 작다면 거리가 근

사적으로  $\frac{\delta}{b}$ 가 되어 미소 정전용량은 아래식 (3)과 같이 표현된다.

$$\Delta C = \varepsilon \frac{b \Delta \theta w}{\delta} \quad (3)$$

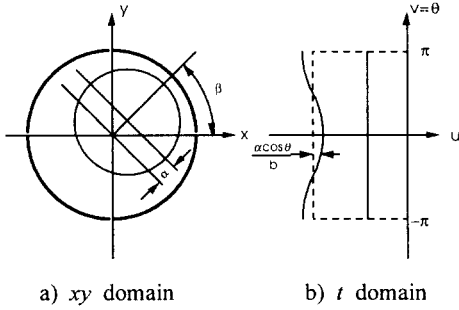


Fig. 4 Offsetting rotor

Fig. 4의 a)와 같이  $xy$ 좌표계에서 축의 중심이 원통형 센서의 중심으로부터  $x$ 축을 기준으로 각도  $\theta$ 에서 거리  $a$ 만큼 벗어나 있을 때 축은  $t$ 좌표계에서 Fig. 4의 b)와 같은 곡선으로 나타난다. 이 곡선을  $t$ 좌표계의 식으로 나타내면 아래식 (4)와 같다.

$$u + jv = \ln[a + (b - \delta)e^{j(\theta - \beta)}] \quad (4)$$

여기에 양변에 지수를 취하고  $u = u_r + \Delta u$  ( $u_r = \ln(b - \delta)$ )인 관계를 이용하여 정리하면 다음식 (5)와 같다.

$$(b - \delta)^2 e^{2\Delta u} = a^2 + 2(b - \delta)a \cos(\theta - \beta) + (b - \delta)^2 \quad (5)$$

위의 식을  $\Delta u$ 에 대하여 정리하면 식 (6)과 같다.

$$\Delta u = \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{a^2 + 2a(b - \delta) \cos(\theta - \beta) + (b - \delta)^2}{(b - \delta)^2} \right\} \quad (6)$$

위의 식 (6)에서 틈새  $\delta$ 와 변화량  $\Delta u$ 가 작으면  $t$ 좌표계에서의 회전축 반경 변화량  $\Delta u$ 는 다음과 같은 간단한 근사식 (7)로 표현된다.

$$\Delta u = \frac{a}{b} \cos(\theta - \beta) \quad (7)$$

원통형 센서의 중심에서 회전축의 중심이 조금 벗어나 있는 경우에 위의 식 (7)을 이용하여 미소 정전용량을 구하면 다음식 (8)과 같이 표현된다.

$$\Delta C = \varepsilon \frac{bw \Delta \theta}{\delta - a \cos(\theta - \beta)} \quad (8)$$

만약 축에 형상오차가 포함되어 있어 축의 반경  $b - \delta$ 가 축의 자전각도  $\gamma$ 따라  $h(\gamma)$ 만큼 변할 경우에는, 축의 형상오차  $h(\gamma)$ 가 축의 반경보다 매우 작으므로 테일러 전개를 이용하여  $t$ 좌표계에서 축 형상오차에 의한 왜곡  $\Delta u_r$ 을 풀면 아래식 (9)와 같이 표현된다.

$$\Delta u_r = - \frac{2a \cos(\theta - \beta)}{(b - \delta)^2 + 2(b - \delta)a \cos(\theta - \beta)} \cdot h(\gamma) \quad (9)$$

공전반경  $a$ 와 틈새  $\delta$ 가 센서반경  $b$ 에 비하여 매우 작다면 위의 식 (9)는 아래식 (10)과 같이 근사할 수 있다.

$$\Delta u_r = - \frac{2a \cos(\theta - \beta)}{b^2} \cdot h(\gamma) \quad (10)$$

위의 식 (10)을 이용하여 형상오차  $h(\gamma)$ 가 있는 축이 반경  $a$ 로 공전할 때 미소 정전용량을 구하면 아래식 (11)과 같이 표현된다.

$$\Delta C = \varepsilon \frac{b^2 w \Delta \theta}{b[\delta - a \cos(\theta - \beta)] + 2a \cos(\theta - \beta) h(\gamma)} \quad (11)$$

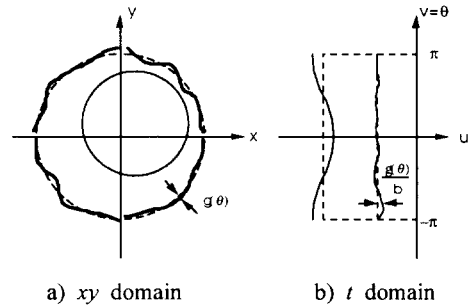


Fig. 5 Offsetting rotor and distorted sensor

다음으로 Fig. 5의 a)와 같이  $xy$ 좌표계에서 축 중심이 원통형 센서의 중심에서 조금 벗어나 있고 또한 원통형 센서가 진원에서  $g(\theta)$ 만큼 찌그러져 있을 때 센서의 왜곡  $\Delta u'$ 은 식 (12)으로 식 (13)과 같이 계산된다.

$$u + jv = \ln[(b + g(\theta))e^{j\theta}] \quad (12)$$

$$u = u_r + \Delta u' \quad (u_r = \ln b)$$

$$\Delta u' = \ln(1 + \frac{g(\theta)}{b}) \quad (13)$$

위의 식 (13)에서  $xy$ 좌표계에서 센서의 왜곡  $g(\theta)$ 가 작다면  $t$ 좌표계에서 센서의 왜곡  $\Delta u'$ 는 근사식 (14)로 표현된다.

$$\Delta u' = \frac{g(\theta)}{b} \quad (14)$$

위의 식 (7)과 (10), 그리고 (14)를 이용하여 미소 정전용량을 나타내면 식 (15)와 같다.

$$\Delta C = \varepsilon \frac{b^2 w \Delta \theta}{b[\delta - a \cos(\theta - \beta) - g(\theta)] + 2a \cos(\theta - \beta) h(\gamma)} \quad (15)$$

위의 식 (15)의 분모에서  $b\delta$ 는 센서와 축 사이 틈새의 영향이고  $a \cos(\theta + \beta)$ 는 축 공전반경의 영향이며

$bg(\theta)$ 는 센서 형상오차의 영향이며  $2a\cos(\theta+\beta)h(y)$ 는 축 형상 오차의 영향이다. 축 형상오차의 영향은 원통형 정전용량센서의 특성상 센서의 반경  $b$ 가 커질수록 작게 나타나며 초정밀축의 경우 변수들의 크기는  $b \gg \delta \gg g(\theta) \geq h(y) > a$ 가 되어 축 형상오차  $h(y)$ 는 무시할 수 있지만 센서의 형상오차  $g(\theta)$ 는 공전 반경  $a$ 보다 큰 값이므로 무시할 수 없다.

위의 식 (15)를  $\theta$ 에 관해서 적분하면  $n$ 번째 원통형 센서의 정전용량을 식 (16)과 같이 구할 수 있다.

$$C_n = \int_{(n-1)\frac{\pi}{2}}^{n\frac{\pi}{2}} \frac{\epsilon b^2 w \Delta \theta}{b(\delta - a \cos(\theta - \beta) - g(\theta)) + 2a \cos(\theta - \beta) h(\gamma)} (16)$$

#### 4. 주기 오차를 가지는 원통형 센서의 측정 특성

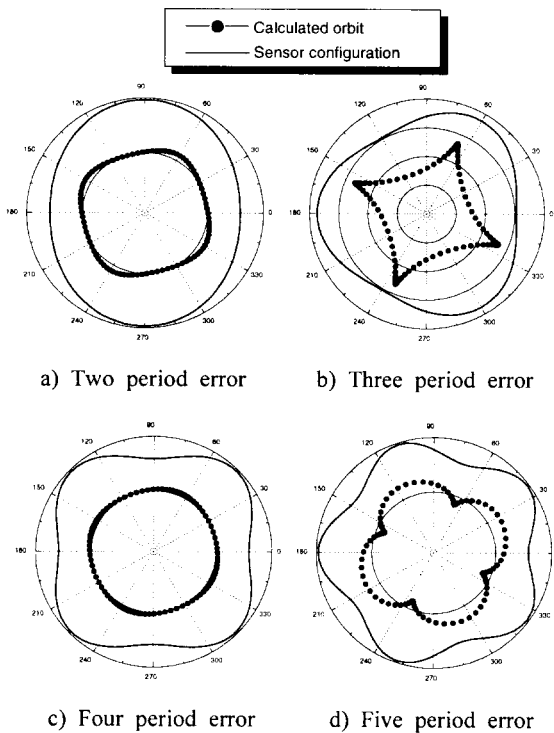


Fig. 6 Orbits of rotor with periodic errors of sensor

원통형 정전용량센서의 측정 과정을 해석적으로 모델링한 것을 살펴보면 축 형상오차는 센서의 형상오차보다 그 영향이 적으므로 무시할 수 있음을 알 수 있다. 따라서 센서 형상오차의 영향을 포함한 식을 이용하여 원통형 정전용량센서의 측정 특성을 고찰한다. 축은 진원이고 공전의 반경은 일정하며 2, 3, 4, 5 주기오차를 가지는 원통형 센서의 진원도 오차를 증가시킬 때 각각 센서의 정전용량을 계산하여 진원으로 공전하는 축 궤적을 계산하였다. 센서의

반경은 50mm이고 센서와 축 사이의 틈새는 110 $\mu$ m이며 회전 반경을 20 $\mu$ m로 고정시켜 선형성을 확보하고 센서 진원도 오차를 2 $\mu$ m-20 $\mu$ m까지 증가시킬 때 공전반경에 실리는 정현파 오차의 크기와 정현파 오차를 평균하여 제거한 평균 반경의 변화, 그리고 가장 진원도 오차가 클 때 축의 궤적을 도시하였다.

원통형 정전용량센서는 센서의 홀수 주기 가공오차에 대해서 매우 민감하고 짝수 주기 가공오차에 대해서는 둔감한 특성을 보였다. 홀수 주기오차 중에서 특히 3주기 오차에 대해서는 매우 취약한 특성을 보였는데 선반으로 원통형 센서를 가공할 경우 빈번히 3주기 오차가 발생하므로 이를 줄이기 위하여 센서를 직접 가공하는 것이 아니라 따로 가공을 위한 지그를 제작하여 가공하는 것이 필요하다.

#### 5. 결론

원통형 정전용량센서의 측정과정을 해석적인 모델링을 통해 각 요소의 형상오차의 영향을 고찰하여 축의 형상오차보다 센서의 형상오차가 축 궤적의 측정오차에 더 지배적인 인자임을 밝혔고, 시뮬레이션을 통하여 센서 형상오차의 주기에 따라 측정된 축의 궤적이 변화함을 보였다. 위의 결과는 정전용량센서를 이용한 축 회전오차 측정의 형상오차 보정에 유용하게 사용될 수 있을 것이다.

#### 참고문헌

1. P.D.Chapman, 'A Capacitive based Ultraprecision Spindle Error Analyser', *J. of Precision Engineering*. Vol. 7, No 3, July, 1985.
2. A.O.Salazar, W.Dunford, R.Stephan, E.Watanabe. 'A Magnetic Bearing System using Capacitive Sensors for Position Measurement', *IEEE Trans. on Mag.* Vol. 26, No. 5, Sep. 1990.
3. 장인배, '캐패시턴스 센서가 내장된 자기 베어링의 작동 성능향상에 관한 연구', 서울대학교 박사학위논문, 1994.
4. 박상신, '초정밀 공작기계용 공기베어링의 해석 및 진동특성 측정에 관한 연구', 서울대학교 박사학위논문, 1995.
5. J. L. hammond Jr. and S. R. Glidewell, "Design of algorithms to extract data from capacitance sensors to measure fastener holl profiles", *IEEE Trans. Instru. Meas.*, Vol. 32, 1983, pp.343 ~349.