

# 외란관측기에 기초한 자기베어링시스템의 제어기 설계

## Observer-based Controller Design of a Magnetic Bearing System

송 상 호(한양대 대학원), 박 영 진(한양대 대학원), 정 성 종(한양대 공대)

Sang-Ho Song\*, Young-Jin Park(Graduate School, HanYang Univ), Sung-Chong Chung (HanYang Univ)

### ABSTRACT

There exist two critical problems in application of the magnetic bearing system. One is the control axis interference caused by gyroscopic effect and the other is the vibration caused by the unbalance on the rotor. To solve both problems at the same time, first, a centralized full-state feedback controller based on the LQR control theory was designed to compensate for the gyroscopic effect. Second, disturbance rejection control input based on the observer was designed to avoid the vibration caused by the unbalanced rotor. Balancing inputs computed according to LQR and outputs of the observer were derived in terms of rotational speed. Effectiveness of the on-line balancing was verified through numerical simulations. The developed observer-based controller was also applied to the linear and nonlinear magnetic bearing systems.

Key Words : Centralized full-state feedback controller(중앙집중식 전상태 피드백제어기), Disturbance observer(외란관측기), Disturbance rejection (외란제거), Gyroscopic effect(자이로효과), Mass unbalance(질량불균형), Magnetic bearing(자기베어링)

### 1. 서 론

자기베어링을 이용하여 회전체를 고속으로 지지하는데 있어 중요한 두가지의 문제점이 발생한다. 그 중의 하나는 자이로 효과에 의한 직교하는 제어축간의 자기력의 간섭현상이고, 다른 하나는 회전체의 질량불균형에 의해 발생하는 진동현상이다. 자이로효과는 상대적으로 저속에서는 그다지 문제가 되지 않지만 고속 회전시에 제어축간의 연성이 커지게 되어 시스템이 불안정하게 되는 요인이 된다. 질량불균형에 의한 진동은 회전기계에 항상 존재하는 문제로 회전체의 완벽한 밸런싱은 불가능하므로, 밸런싱 후에도 어느 정도의 잔류 질량불균형은 존재한다<sup>(1,2)</sup>. 자기베어링을 이용하여 질량불균형이 존재하는 회전체의 진동을 제거하는 많은 연구들이 수행되고 있다<sup>(1-6)</sup>.

이러한 문제들을 동시에 해결하기 위해 선형화된 자기베어링시스템에서 다음과 같은 두 종류의 제어기를 설계한다. 먼저 회전속도에 따른 자이로효과를 보상하기 위해, 모든 제어축의 동특성을 고려하여 LQR 이론을 바탕으로 중앙집중식 전상태 피드백 제어기를 설계하고, 제어계인을 회전속도의 항으로 구한다. 질량불균형에 의한 진동을 억제하기 위해 불균형력을 시스템의 외란으로 간주하고, 이 외란을 추정할 수 있는 외란관측기를 설계하여 외란제거 제어입력을 구한다.

설계된 제어기를 선형 및 비선형 자기베어링시스

템에 적용시켜 고속 및 고정도 회전특성을 수치시물레이션을 통해 비교 검토한다.

### 2. 회전체-베어링시스템의 모델링

#### 2.1 자기베어링의 자기력

Fig.1은 2개의 반경방향 자기베어링에 의해 지지되는 강체 회전체와 각 방향의 전자석에 의해 회전체에 가해지는 자기력을 도시한 것이다. 전자석의 자기력은 회전체와 전자석간의 공극(air-gap)의 제곱에 반비례하고, 코일에 흐르는 전류의 제곱에 비례하는 비선형함수이나, 자기베어링의 동작점인 중심위치에서 선형화하면 다음과 같이 된다<sup>(3,7)</sup>.

$$F_r \approx K_r r + K_{ir} i_r \tag{1}$$

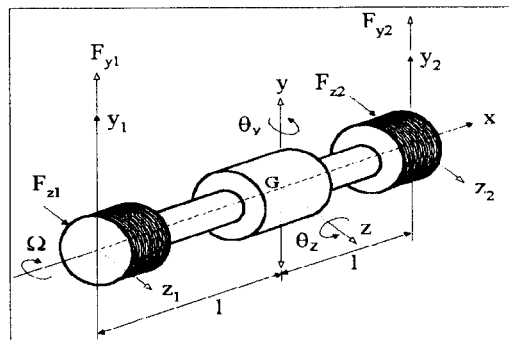


Fig. 1 Coordinates of rotor suspended by magnetic bearing

여기서,  $r = (y_1, y_2, z_1, z_2)$ 은 베어링 중심에서의 회전체의 미소변위이며,  $i_r$ 은 각 방향 전자석의 제어전류이다. 또한  $K_r$ 은 회전체와 전자석의 상대운동에 따른 공극의 변화에 대한 자기력의 변화로 위치강성계수,  $K_{ir}$ 은 전류에 대한 자기력의 변화로 전류강성계수라 한다<sup>(7)</sup>. 본 연구에서는 각 전자석의 특성은 동일하다고 가정한다<sup>(4, 5)</sup>.

## 2.2 질량불균형이 존재하는 시스템의 지배방정식

질량불균형이 존재하는 강체 회전체의 무게중심점  $G$ 에 대해 식(1)의 결과를 이용하면 지배방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$M\ddot{q} + G\dot{q} + Kq = Hi_r + w(t) \quad (2)$$

위 식에서  $M$ 은 질량행렬,  $G$ 는 회전에 따른 자이로효과를 나타내는 행렬이며,  $K$ 는 강성행렬이고,  $Hi_r$ 은 제어전류에 의해 발생하는 각 전자석쌍의 전자기력을 회전체의 무게중심점에 대한 좌표로 옮겨 표현한 것이다. 또한  $w(t)$ 는 회전체의 질량불균형에 의한 효과를 나타내는 항이다. 질량불균형은 Fig. 2에서 보듯이 회전체의 무게중심  $G$ 와 회전중심  $G^*$ 사이의 편심량  $\varepsilon$ 과, 기하학적 중심축과 회전축 사이의 편각  $\tau$ 를 발생시킨다. 회전체가 일정한 속도  $\Omega$ 로 회전할 때 발생하는 불균형 힘과 모멘트는 식(3)과 같다. 여기서  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 각각 질량불균형의 초기위상을 가리킨다<sup>(2, 4)</sup>.

$$w(t) = \begin{bmatrix} m\varepsilon\Omega^2 \cos(\Omega t + \alpha) \\ m\varepsilon\Omega^2 \sin(\Omega t + \alpha) \\ (I_d - I_p)\tau\Omega^2 \cos(\Omega t + \beta) \\ (I_d - I_p)\tau\Omega^2 \sin(\Omega t + \beta) \end{bmatrix} \quad (3)$$

실제로 회전체의 변위가 측정되고 제어되는 곳은 회전체의 무게중심점이 아니라 각 베어링의 위치이므로 좌표변환 관계를 이용하여 각 베어링 위치에서의 회전체 변위와 속도를 상태변수로 하고, 위치센서를 통한 변위를 출력변수로 하면 식(4)와 같은 상태방정식을 얻을 수 있으며, 질량불균형에 의한 외란의 동특성은 식(5)로 표현할 수 있다<sup>(3, 4)</sup>.

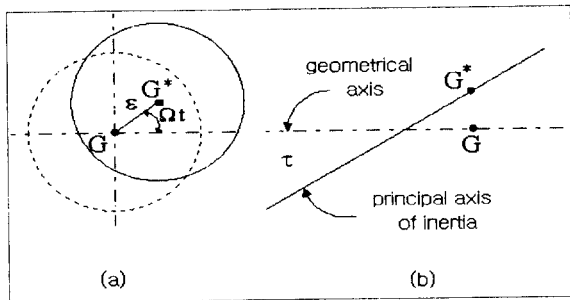


Fig. 2 Displacement of center-of-gravity and principal axis of inertia due to mass unbalance

Table 1 Parameters of the magnetic bearing system

Parameters	Letter	Value	Unit
Rotor mass	$m$	2.5	kg
Polar moment of inertia	$I_p$	0.00276	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
Lateral moment of inertia	$I_d$	0.1089	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
Bearing span	$l$	0.12	m
Displacement stiffness	$K_r$	1.7593E6	N/m
Current stiffness	$K_{ir}$	8.7965E2	N/A
Eccentricity	$\varepsilon$	20	$\mu\text{m}$
Eccentric angle	$\tau$	400	$\times 10^{-6}$ degrees

$$\dot{x}(t) = A(\Omega)x(t) + Bu(t) + Dw(t) \quad (4)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

$$\dot{w}(t) = E(\Omega)w(t) \quad (5)$$

## 3. 제어기 설계

제어기는 Fig. 3과 같이 두단계로 나누어 설계한다. 회전속도  $\Omega$ 는 광학센서 등 속도센서를 이용하여 회전체에서 직접 측정하거나, 위치센서의 출력을 신호처리하여 구할 수 있다<sup>(6)</sup>. 제어기 설계 대상인 자기베어링시스템의 사양은 Table 1과 같다.

### 3.1 중앙집중식 전상태 피드백 제어기

자기베어링시스템을 고속으로 동작시키게 되면, 자이로효과에 의해 시스템의 불안정성을 초래할 수 있다. 이러한 자이로 효과를 보상하고 시스템을 안정화시키기 위해 LQR 이론을 바탕으로 다음의 성능인자를 최소화하는 중앙집중식 전상태 피드백제어기를 설계한다.

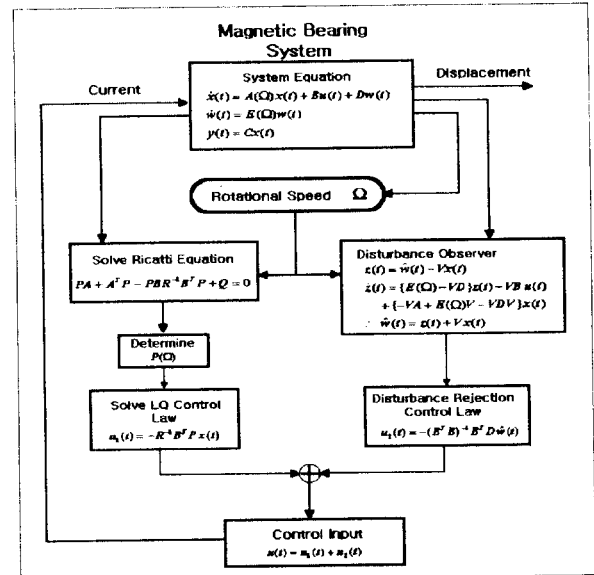


Fig. 3 Flowchart of observer-based controller design

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [x^T Q x + u^T R u] dt \quad (6)$$

여기서,  $Q$ 와  $R$ 은 각각 상태변수와 입력변수의 가중치 행렬이다.

$$u_1(t) = -R^{-1} B^T P x(t) = -K_1 x(t) \quad (7)$$

제어게인  $K_1$ 을 구하기 위해 다음의 대수 Ricatti 방정식을 만족하는 대칭행렬  $P$ 를 구한다.

$$PA + A^T P - PBR^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (8)$$

위식의 해를 회전속도의 함수로 구하기 위해 각 행렬을 아래와 같이  $4 \times 4$  요소행렬로 나누어 계산한다<sup>(3)</sup>.

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12}^T & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} \\ A_{12} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12}^T & P_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12}^T & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} R^{-1} \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{12}^T & P_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} = 0$$

변환행렬  $T$ 를 식(9)와 같이 정의하여 위식의 좌변에  $T^T$ 를, 우변에  $T$ 를 곱하면 행렬  $P$ 의 각 요소행렬은 식(10)과 같이 표현된다.

$$T = \begin{bmatrix} O_2 & -I_2 \\ I_2 & O_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$P_{11} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & 0 & 0 \\ p_{12} & p_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{11} & p_{12} \\ 0 & 0 & p_{12} & p_{11} \end{bmatrix} \quad P_{22} = \begin{bmatrix} p_{55} & p_{56} & 0 & 0 \\ p_{56} & p_{55} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{55} & p_{56} \\ 0 & 0 & p_{56} & p_{55} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$P_{12} = \begin{bmatrix} p_{15} & p_{16} & p_{17} & -p_{17} \\ p_{16} & p_{15} & -p_{17} & p_{17} \\ -p_{17} & p_{17} & p_{15} & p_{16} \\ p_{17} & -p_{17} & p_{16} & p_{15} \end{bmatrix} \quad (10)$$

구해진 행렬  $P$ 를 원래의 Ricatti 방정식 (8)에 대입하여  $P$ 의 각 성분을 구한 다음, 식(7)에 대입하면 게인 행렬  $K_1$ 은 다음과 같은 형태로 나타난다.

$$K_1 = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 & -k_3 & k_4 & k_5 & 0 & 0 \\ k_2 & k_1 & -k_3 & k_3 & k_5 & k_4 & 0 & 0 \\ -k_3 & k_3 & k_1 & k_2 & 0 & 0 & k_4 & k_5 \\ k_3 & -k_3 & k_2 & k_1 & 0 & 0 & k_5 & k_4 \end{bmatrix} \quad (11)$$

여기서, 게인행렬의 각 요소는 다음과 같이 시스템의 회전속도의 함수로 표현된다.

$$k_1 = 3000 + 0.2508s_1 - 4.0267 \times 10^{-7}\Omega^2$$

$$k_2 = 1000 - 0.2508s_1 + 4.0267 \times 10^{-7}\Omega^2$$

$$k_3 = 3.1776 \times 10^{-3} \sqrt{2} s_2 \Omega \quad k_4 = 5.5083 + 0.25075 \sqrt{2} s_2$$

$$k_5 = 5.5083 - 0.25075 \sqrt{2} s_2$$

$$s_1 = \sqrt{15904583 - 1.2808 \times 10^{-2} \Omega^2 + 2.5787 \times 10^{-12} \Omega^4}$$

$$s_2 = \sqrt{0.01s_1 + 39.88 - 1.6058 \times 10^{-8} \Omega^2}$$

### 3.2 외란관측기 및 외란제거 제어입력

질량불균형에 의한 불균형력을 자기베어링시스템

에 가해지는 외란으로 간주하고<sup>(2,4)</sup>, 측정가능한 상태인  $x(t)$ 와 제어입력  $u(t)$ 를 이용하여 이 외란을 추정하는 관측기를 설계하기 위해 다음을 정의한다<sup>(4)</sup>.

$$z(t) = \hat{w}(t) - Vx(t) \quad (12)$$

식(12)를 미분하여 식(4)와 (5)의 관계를 대입하면, 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= \dot{\hat{w}}(t) - V\dot{x}(t) \\ &= (E - VD)z(t) + (-VA + EV - VDV)x(t) - VBu(t) \end{aligned} \quad (13)$$

식(13)에서 행렬  $E - VD$ 의 고유치에 따라, 관측기에 의한 추정치가 원래의 외란에 접근하는 속도가 결정된다. 이 행렬을 성분으로 표시하면 식(14)와 같이 된다. 식(14)에서 보듯이 행렬  $E - VD$ 의 성분들은 행렬  $V$ 의 32개 요소들 중에 16개의 요소들만 결정하면 됨을 알 수 있다.

$$E - VD =$$

$$- \begin{bmatrix} \frac{v_{15} + v_{16}}{m} & \frac{v_{17} + v_{18}}{m} + \Omega & \frac{k(v_{17} - v_{18})}{I_d} & \frac{k(v_{16} - v_{15})}{I_d} \\ \frac{v_{25} + v_{26}}{m} - \Omega & \frac{v_{27} + v_{28}}{m} & \frac{k(v_{27} - v_{28})}{I_d} & \frac{k(v_{26} - v_{25})}{I_d} \\ \frac{v_{35} + v_{36}}{m} & \frac{v_{37} + v_{38}}{m} & \frac{k(v_{37} - v_{38})}{I_d} & \Omega - \frac{k(v_{35} - v_{36})}{I_d} \\ \frac{v_{45} + v_{46}}{m} & \frac{v_{47} + v_{48}}{m} & \frac{k(v_{47} - v_{48})}{I_d} - \Omega & \frac{k(v_{46} - v_{45})}{I_d} \end{bmatrix} \quad (14)$$

따라서, 식(12), (13), 그리고 (14)의 결과를 이용하면 외란의 추정치  $\hat{w}(t)$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\hat{w}(t) = z(t) + Vx(t) \quad (15)$$

외란 관측기의 출력을 이용한 외란제거 제어입력은 식(16)의 형태로 표현된다. 식(16)을 식(4)에 대입하면, 시스템에서 불균형력을 제거하기 위한 제어게인  $K_2$ 는 식(17)과 같이 구해진다. 제어입력  $u_2(t)$ 에 의해, 회전체의 질량불균형에 의한 불균형력은 제거된다.

$$u_2(t) = -K_2 \hat{w}(t) \quad (16)$$

$$K_2 = (B^T B)^{-1} B^T D \quad (17)$$

## 4. 시뮬레이션

자기베어링시스템의 특성은 회전체의 회전속도에 따라 변하므로, 자기력의 포화가 발생하지 않는 범위 내에서 여러 회전속도에 대하여 설계된 제어기 및 관측기를 이용하여 시뮬레이션을 수행하였다. Fig. 4에 시뮬레이션을 위한 자기베어링시스템의 블록선도를 나타내었다.

먼저, 회전체가 30000 rpm으로 회전할 때, 자기베어링이 존재하는 y-z 평면상의 회전체 중심의 궤도를 Fig. 5에 나타내었다. 초기에 전상태 피드백제어기만을 사용하였을 때, 회전체는 질량불균형에 의해 대략 18  $\mu$ m정도

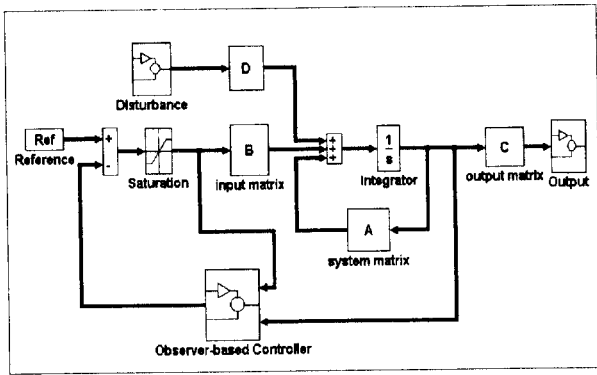


Fig. 4 Overall block diagram of the magnetic bearing system

의 일정한 반경을 갖는 선회운동을 한다. 그러나 0.02초 지난후에 설계된 관측기를 이용하여 구해진 제어입력을 기존의 피드백 제어입력에 더함으로써, 이러한 불균형력이 제거되어 회전체의 선회운동은 사라진다.

다음으로, 30000 rpm에서 설계된 제어기와 관측기의 게인을 고정시키고, 회전체를 35000 rpm으로 회전시켰을 때의 회전체 중심 궤적을 Fig. 6에서 나타내었다. 시스템의 특성이 회전속도에 따라 변하기 때문에, 질량불균형에 의한 진동을 완전히 제거시키지는 못한다. 따라서, Fig.3에 제시된 속도센서를 이용하여 게인을 변화시키게 되면 Fig.7과 같이 회전체의 진동현상은 사라지게 된다.

자기베어링의 자기력을 식(1)과 같이 선형화하지 않고, 비선형 자기력을 가진 시스템에 대해 본 연구

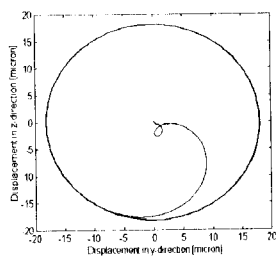


Fig. 5 Orbit of the rotor at 30000 rpm with fixed gain

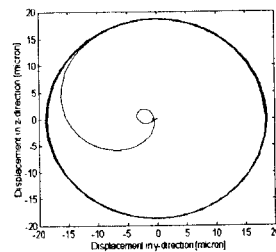


Fig. 7 Orbit of the rotor at 35000 rpm with altered gain

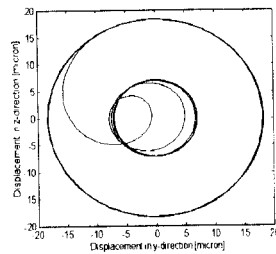


Fig. 6 Orbit of the rotor at 35000 rpm with fixed gain

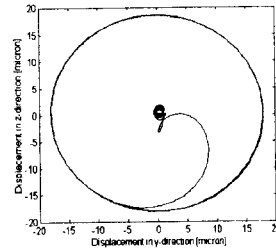


Fig. 8 Orbit of the rotor at 30000 rpm of nonlinear system

에서 설계된 제어기를 적용시켜 보았다. 회전속도 30000 rpm에서 비선형시스템의 회전체 중심 궤적을 Fig.8에 도시하였다. 자기력이 비선형인 경우에도 질량불균형의 영향은 크게 감소되므로, 설계된 제어기가 효과적으로 적용됨을 알 수 있다.

## 5. 결론

자기베어링으로 지지된 회전체의 자이로효과 및 질량불균형에 의한 진동현상을 효과적으로 제어하기 위해, 다음과 같이 외란관측기에 기초한 제어기를 설계하였다.

고속회전에 따른 자이로 효과를 보상하기 위해 LQR제어 이론에 바탕을 둔 중앙집중식 전상태 피드백제어입력을 구하였다. 대수 Ricatti 방정식을 해석적으로 풀어 제어 게인을 시스템의 회전속도의 함수로 표현하였다. 따라서 제어 게인은 고정되지 않고, 회전속도에 따라 변화할 수 있도록 하였다.

회전체의 질량불균형에 의해 발생하는 진동을 제거시키기 위해 질량불균형에 의한 효과를 외란관측기를 통하여 추정하고, 추정된 결과를 바탕으로 전자석의 자기력을 제어함으로써 외란을 제거시킬수 있는 제어입력을 구하였다.

설계된 제어기를 선형 및 비선형 자기베어링 시스템에 적용시켜 그 효용성을 입증하였다.

## 참고문헌

1. R.Herzog et al., "Unbalance Compensation Using Generalized Notch Filters in the Multivariable Feedback of Magnetic Bearings", IEEE Trans. on Control Systems Tech., Vol. 4, No. 5, pp. 580~586, 1996.
2. P.Mouille, J.Lottin, "Unbalancing estimation in active magnetic bearings", Proc. of 2nd International Symposium on Magnetic Bearing, Tokyo, pp. 281~288, 1993.
3. 電氣學會 磁氣浮上應用技術調査委員會, 磁氣浮上と磁氣軸受, コロナ社, pp. 197~202, 1993.
4. T.Mizuno, T.Higuchi, "Compensation for Unbalance in Magnetic Bearing Systems", 日本計測自動制御學會論文集, Vol. 20, No. 12, pp. 23~29, 1984.
5. F.Matsumura, M.Fujita, K.Okawa, "Modeling and Control of Magnetic Bearing Systems Achieving a Rotation Around the Axis of Inertia", Proc. of 2nd International Symposium on Magnetic Bearing, Tokyo, pp. 273~280, 1990.
6. N.Taguchi et al., "Unbalance Compensation of Magnetic Bearings", IECON '94, pp. 2051~2056, 1994.
7. 박영진, 김승철, 정성중, "능동자기베어링시스템의 디지털제어", 한국정밀공학회 '95년도 추계학술대회논문집, pp. 311~316, 1995.