

# 엔드밀 가공시 절삭조건에 따른 절삭력의 비선형 해석

## Nonlinear Analysis of Cutting Force Signal according to Cutting Condition in End Mill Machining

구세진\*, 이기용(부산대 원), 강명창(부산대 기계기술연구소), 정용호, 이득우, 김정석(부산대 ERC/NSDM)  
Se-Jin Ku\*, Ki-yong Lee(Graduated School, Pusan Univ.), Myeong-Chang Kang(RIMT, Pusan Univ.)  
Yung-Ho Jeong, Deug-Woo Lee, Jeong-Suk Kim(ERC/NSDM, Pusan Univ)

### Abstract

Nonlinear analysis of various phenomena has been developed with improvement of computer. The characteristics from nonlinear analysis are available in monitoring and diagnosis state of system. There are many nonlinear property in cutting process, but nonlinear signals have been considered as noise. In this study, nonlinear analysis technique is applied and it will be verified that cutting force is chaos by calculating Lyapunov exponents, fractal dimension and embedding dimension. The relation between characteristic parameter calculated from sensor signal and various cutting condition is investigated.

Key Words : Nonlinear analysis(비선형 해석), Cutting Force(절삭력), End Mill Machining(엔드밀 가공), Chaos Theory(카오스 이론), Fractal Dimension(프랙탈 차원), Lyapunov Exponents(리아프노프 지수)

## 1. 서론

최근 컴퓨터의 발전과 함께 과거에는 불가능했던 여러 가지 계산의 수행이 가능해지고 프랙탈과 같은 복잡한 공간적 구조의 가시화와 해석이 가능해 짐에 따라 여러 자연계의 비선형적인 현상에 대한 연구가 수행되어져 오고 있다. 이러한 연구의 방향은 주로 결정론적 동역학계의 카오스적인 현상(Chaotic Phenomenon)으로 알려져 있는 경우가 많다.<sup>(3,4)</sup>

절삭과정의 경우 동역학계는 공작기계, 공구 및 공작물의 특성 등 많은 비선형적인 요인을 가지고 있다. 이러한 특성을 고려하여 보다 실제에 가까운 모델링과 해석을 위해서는 비선형적인 해석 기법을 적용하여 절삭 거동을 지배하는 정확한 자유도의 결정과 여러가지 동역학적 불변량을 이용하여 상태를 규정할 수 있다. 이러한 기법은 기존의 선형적인 해석 기법과 무관하지 않으며 알고자 하는 보다 많은 정보를 유출할 수 있을 것이다.<sup>(1,2)</sup>

본 연구에서는 절삭력 신호로부터 매립정리(Embedding Theorem)를 이용하여 신호의 거동을 결정하는 자유도와 위상공간을 재구성하기 위한 최적의 시간지연을 결정하였다. 이로부터 리아프노프 지수와 상관차원의 적절한 결정기법에 대하여 연구 하였으며 이러한 값들의 절삭조건에 따른 변화를

조사하였다.

## 2. 카오스 이론

### 2.1 매립정리

매립정리는 Takens에 의해 제안된 것으로 1변수의 시계열 데이터로부터 시간지연 좌표계를 사용하여 알고자하는 역학계의 어트랙터(Attractor)를 재구성할 수 있다는 것이다. 즉, 시간지연 좌표계를 이용해 위상공간(Phase space)을 구성하는 최적의 독립차원의 개수를 구한다면 측정하고 싶은 프랙탈차원, 리아프노프지수 등의 동역학적 불변량이 위상적으로 보존되어 재구성된 어트랙터에서도 추정 가능하게 된다는 이론이다. 여기서 위상공간을 구성하기위한 최적의 독립변수의 개수를 매립차원(Embedding Dimension)이라 하며 FNN(False Nearest Neighbors)법, 상관차원(Correlation Dimension)등을 이용하여 추정할 수 있다. 또한, 최대한 독립적인 매립차원을 구성하기 위하여 적절한 시간지연을 결정해야 하는데 시간지연을 구하기 위해 주로 사용하는 방법으로, 시간지연에 따른 상관함수 값을 이용하여 최대한 독립적인 벡터로 매립차원을 구성할 수 있다. 다른 방법으로 다음 식으로 주어지는 상호정보량을 이용하는 것도 있다.<sup>(3)</sup>

$$I(T) = \sum_{S(n), S(n+T)} P(S(n), S(n+T)) \cdot \log_2 \left[ \frac{P(S(n), S(n+T))}{P(S(n))P(S(n+T))} \right] \quad (1)$$

여기서 S(n) : Time Series

P(S) : Probability Density Function

I(T)가 최초의 최소로 떨어지는 시점의 T를 시간지연으로 선택한다.

## 2.2 리야프노프 지수

리야프노프 지수는 위상 공간에서 궤적을 구성하는 점들의 시간에 따른 구조를 검사하는 것이다. 시계열 신호에 대해서는 리야프노프 지수  $\lambda$ 는 다음식으로 구할 수 있다.<sup>(3)</sup>

$$\lambda = \frac{1}{t_M - t_0} \sum_{k=1}^M \log_2 \frac{L'(t_k)}{L(t_{k-1})} \quad (2)$$

여기서

$L(t_{k-1})$  : 기준 궤적의 초기위치와 가장 가까운 궤적간의 거리

$L'(t_k)$  : 시간  $t_k$  경과후의 거리 ( $t_k = t_{k-1} + \Delta$ )

$\Delta$  :  $\lambda$ 를 계산하기 위한 궤적의 전개 시간(Evolution Time)

M : 전체 수행 횟수

단위 시간당 궤적간의 발산율인  $\lambda$ 를 리야프노프 지수라고 하며  $\lambda > 0$ 인 것이 하나라도 존재하게 되면 카오스 운동을 의미하며 주기적인 거동인 경우 모든  $\lambda$ 가  $\lambda < 0$ 인 결과를 보인다.  $\lambda$ 가 0인 경우는 갈래질(Bifurcation) 상태로 알려져 있다. 리야프노프 지수  $\lambda$ 는 값의 크기에 따라 얼마나 카오스적인가 하는 정량적인 척도가 될 수 있다.<sup>(4)</sup>

## 2.3 프랙탈 차원

수학적으로 프랙탈 차원은 부피나 질량과 같은 용적 치수(Bulk) V와 길이 치수(Length) L과의 비례적인 관계를 나타내는 변수라 할 수 있다.

일반화된 프랙탈 차원  $D_q$ 는 다음과 같이 정의되어진다.<sup>(3)</sup>

$$D_q = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{q-1} \frac{\log(\sum_i p_i^q)}{\log r} \quad (3)$$

여기서 r : 영역의 크기

$p_i$  : i제 영역의 끝개의 척도

위의 차원정의는  $-\infty < q < \infty$ 에 대해 불변적인 전체 스펙트럼을 나타낸다.  $q=2$ 일 때를 상관 차원(Correlation Dimension)이라고 한다. 위상공간상의 끝개의 변화를 프랙탈차원으로 정량화 할 수 있다.<sup>(3)</sup>

## 3. 실험 장치 및 실험방법

절삭력 신호를 얻기 위한 머시닝 센터에서의 실험 장치 개략도는 Fig. 1과 같으며 실험에서 사용된 실험조건은 Table 1과 같다.

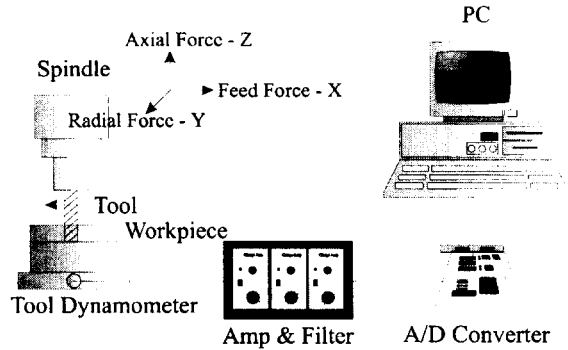


Fig. 1 Schematic Diagram of Experimental Set-up

Table 1 Experimental Conditions

Item	Specification
Cutting Process	EndMilling Machining
Tool	Tungsten Carbide 4 Fluted Flat End Mill
Workpiece	STD11
Machine	Vertical CNC Machining Center (V-55 Markino)
Cutting Condition	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Cutting Speed(m/min) V : 20, 40, 60</li> <li>· Feed Rate(mm/tooth)Fz : 0.02, 0.03, 0.04, 0.06, 0.08, 0.1</li> <li>· Axial Depth(mm) : 8</li> <li>· Radial Depth(mm) d : 0.5, 1.0, 1.5, 2.0</li> <li>· Overhang(mm) : 36mm</li> <li>· Cutting Fluid : Dry Run</li> </ul>

공구동력계는 kistler 9257B를 사용하였으며, 앰프는 kistler 5019A를 사용하였다. 플랫폼 엔드밀로 가공하여 공구 동력계로 부터 회전주기에 비례하여 샘플링 주파수를 조절하여 절삭속도에 의한 신호의 차이를 줄여서 획득하였다.

## 4 실험결과 및 고찰

### 4.1 절삭력 신호 파형

Fig. 2에 나타난 것과 같이 시간에 따른 절삭력 신호는 절삭날과 회전에 따른 주기적인 경향을 나타내고 있다. 거시적으로 Run-out의 영향과 국부적으로 여러 가지 진동성분을 포함하고 있다. 이러한 진동신호들은 잡음으로 간주될 수 있지만 절삭에 관련된 여러 가지 정보를 담고 있으리라 사료된다.

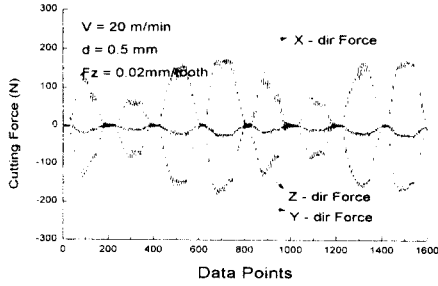


Fig. 2 Signals of cutting force

#### 4.2 절삭력 신호의 스펙트럼분석

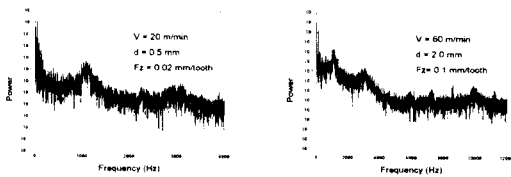


Fig. 3 Power spectrum of X-direction cutting force

Fig. 3에는 서로 다른 조건에서의 절삭력 신호의 파워스펙트럼 분석결과이다. 회전신호와 절삭날에 관련된 조화 성분 이외 연속적이고 광대역의 주파수 성분을 포함하고 있음을 알 수 있다. 이러한 특징은 여러 자연현상에서의 카오스적인 특징과 유사하며 절삭과정이 구속된 운동임을 고려할 때 비선형적인 특성을 가짐을 확연히 알 수 있다.

#### 4.3 절삭력 신호의 위상공간 재구성

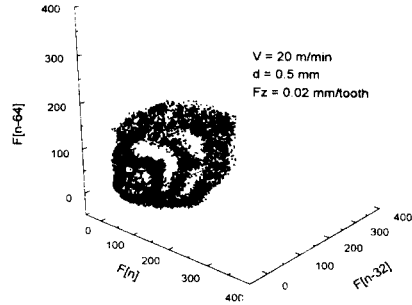
Fig. 4에 보면 시간지연을 이용하여 절삭력 신호를 위상공간에 재구성한 결과이다. 시간지연은 상호정보량(AI)과 자기상관함수를 이용하여 구하였다. 절삭속도에 따라 시간지연은 Table 2와 같은 결과가 나왔으나 rpm에 따른 샘플링 주파수를 변화시킴으로써 동일한 데이터간격으로 시간지연을 결정함에 따라 효율적인 신호처리 기법을 개발하였다.

Table 2 Time delay according to cutting speed

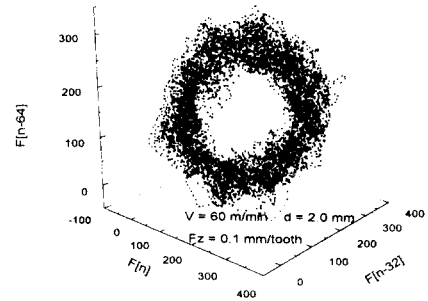
Cutting Speed V(m/min)	20	40	60
Time Delay(msec)	4.7	2.3ms	1.4ms

상호정보량의 경우 데이터 간격이 15정도 되는 곳에서 최초의 최소 값이 나타났으며 자기상관함수의 경우 시간지연이 32~38정도의 데이터 간격으로 나타났다. 본 연구에서는 시간지연을 이송 방향의 경우 32를 축 방향 및 반지름 방향의 경우는 38로 두고 계산하였다. Fig. 4에서 보듯이 위상공간내에 한계순

환 형태의 끌개를 확인할 수 있다. 절삭두께와 이송이 커짐에 따라 Run-out의 영향이 사라짐을 확인할 수 있으며 절삭력의 크기가 커졌음을 알 수 있다. 프랙탈 차원, 리야프노프 지수 등은 이러한 크기(Scale)의 영향을 받지 않고 동적변동을 나타낼 수 있는 인자이다. 상태감시나 진단 등에 상태를 나타낼 수 있는 불변량으로 유용한 인자가 될 것으로 사료된다.



(a) V=20m/min, d=0.5mm, Fz=0.02mm/tooth



(b) V=60m/min, d=0.5mm, Fz=0.1mm/tooth

Fig. 4 Attractor of X-direction cutting force in reconstructed phase space

#### 4.4 매립차원의 확인 및 리야프노프 지수

Fig. 5 (a)에는 상관차원을 구하기 위한 상관적분계수와  $r$ 값의 관계를 그래프로 나타내었으며 Fig. 5 (b)에는 부분적인 기울기인 매립차원에 따른 상관차원의 값을 나타내었다.  $De$ 는 매립차원을 나타내며 매립차원의 증가에 따라 기울기가 다소 증가하나 점점 그 간격이 좁아지면서 수렴함을 알 수 있다. 세분력의 절삭력 모두 매립차원이 5~6정도에서 수렴함을 알 수 있다. 본 연구에서는 잡음의 영향 등을 고려하여 매립차원이 6차원일 경우의 값을 계산하였다. 매립차원이 6인 경우는 절삭력을 지배하는 인자, 즉 자유도가 6이라고 할 수 있으며 절삭력의 모델링을 위해서는 6개의 미분방정식이 필요하다는 것을 나타낸다.

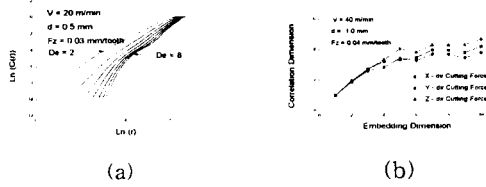


Fig. 5 Relation Between Correlation Dimension and Embedding Dimension

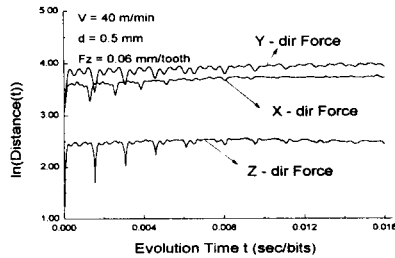


Fig. 6 Ratio of distance of nearest two points according to evolution time

Fig. 6 은 전개시간에 따른 이웃한 점들간의 거리비를 나타낸 것이다. 전체적인 기울기가 양으로 나타났으므로 식(2)에서의 수행횟수 M을 선택함에 있어 어느 구간에서도 양의 결과가 나옴을 알 수 있다. 기울기가 양인 것은 리야프노프 지수가 양인 것을 나타내며 카오스적인 거동임을 나타낸다. 절삭분력과 속도에 대한 최대 리야프노프 지수의 값을 Table 2에 나타내었다. 절삭속도가 증가함에 따라 최대 리야프노프 지수가 크게나옴을 알 수 있으며 이는 단위시간당 신호의 변화가 절삭속도의 증가에 따라 커짐을 나타낸다.

Table 3 Range of Largest Lyapunov Exponents

Largest Lyapunov Exponents(/sec)			
Cutting speed	20(m/min)	40(m/min)	60(m/min)
Feed Force	2.4~11.49	6.2~13.51	15.8~37
Radial Force	1.8~7.49	4.9~11.72	8.2~18.4
Axial Force	1.9~6.62	5.3~12.84	9.11~13.96

#### 4.5 상관차원의 변화

Fig. 5에는 반지름 방향의 두께변화에 대한 상관차원의 변화를 나타내었다. fig. 6 (a)에 나타낸 바와 같이 적절한 직선 구간의 기울기 선택은 관심대상이 되는 동적거동의 관찰에 중요한데 r의 값이 큰 부분을 선택할 경우 거의 동일한 값으로 거시적인 변화를 반영하여 Run-out이 있는 경우는 상관차원의 값이 2.1~2.5 범위의 값을 가지며 Run-out이 거의 없는 경우는 1.2~1.7 정도의 값을 가지는 것을 확인하

였다. 그리고 r의 값이 작은 부분을 선택하여 좀더 미세한 거동만이 반영되도록 하였을 경우에는 절삭 조건의 변동에 더욱 민감함을 확인하였고 반지름 방향의 절입량이 증가함에 따라 상관 차원이 증가함을 확인하였다.

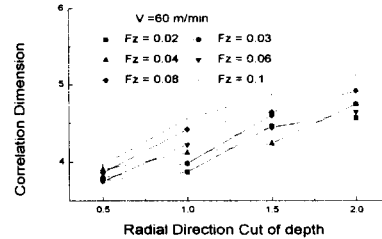


Fig. 8 Correlation dimension according to Y-direction cut of depth

#### 5. 결론

엔드밀 가공시 절삭력 신호의 비선형해석을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 절삭력의 시간지연을 이용한 매립차원을 구한 결과 6차원으로 거동을 지배하는 자유도는 6임을 확인하였다.
2. 시간지연을 이용한 위상공간 재구성을 통해 끌개의 유무를 확인하였다.
3. 절삭력 신호의 rpm에 따른 시간지연의 변화를 회전주기에 따른 샘플링 주파수의 변화로 동일한 데이터 간격으로 결정할 수 있는 기법을 개발하였다.
4. 주파수 분석 및 위의 결과로 절삭력 신호는 카오스적인 거동임을 증명하였다.
5. 반지름 방향의 절입량의 증가에 따른 변화를 반영할 수 있는 상관차원을 구할수 있는 구간을 확정하였다.

#### 참고문헌

1. Igor Grabec, "Chaotic Dynamics of The Cutting Process", Int..M.T.M. Vol. 28, No. 1, 1988.
2. J.S.Lin, C.I.Weng "Nonlinear Dynamics of The Cuting Process", Int.J.Mech.Sci, Vol.33, No.8, 1991.
3. Fernando J. Pineda " Estimating Generalized Dimensions and Choosing Time Delays : A Fast Algorithm", Proceedings on Comparative Time Series Analysis , New Mexico, May 14-17, 1992
4. Kellert, S. H., "In the Wake of Chaos : Unpredictable Order In Dynamical System", the Univ. of Chicago Press, pp.21-52, 1993.