

유체로 채워진 원통형 쉘의 고유진동수에 미치는 수위의 영향 (The Effect of Liquid Level on the Natural Frequencies of a Partially Liquid - Filled Circular Cylindrical Shell)

정 경 훈* (한국원자력연구소), 이 성 철 (전북대 기계공학과)
Jeong Hoon JEONG (KAERI), Seong Cheol LEE (Chonbuk National University)

ABSTRACT : The effect of liquid level on the natural frequencies and mode shapes of a partially liquid - filled circular cylindrical shell with various boundary conditions is investigated by means of a theoretical analysis based upon Fourier series expansion method and a finite element analysis using ANSYS computer program. Two dimensional mode shapes of the liquid - coupled shell structure are obtained by the ANSYS finite element analysis and show that the liquid level affect the nodal point movement. It is found that the variation of normalized natural frequencies (natural frequencies of liquid - filled shell / natural frequencies of empty shell) to the liquid level is depend on the axial mode numbers and circumferential wave numbers. Additionally, it is found that the number of variational steps of normalized natural frequencies is identical to that of axial nodal points of the mode shape.

1. 서 론

유체와 접하는 집수구조물의 동적거동은 오래전부터 공학자에게 관심의 대상이 되어왔다. 공학의 발달로 과거보다 새로운 구조물들이 건설되고 경제적인 면이 중시됨에 따라서 보수적인 설계에서 탈피하게 되어 더 얇고 가느다란 부재를 사용하는 경우가 많이 생기게 되었다. 이에 따라서 구조물과 인접한 유체의 영향은 점점 커지게 되고 유체와 접하는 구조물의 동적 거동은 매우 중요한 분야의 하나가 되었다. 특히 화학공업의 발달과 더불어 각종 화학공장에서는 얇은 원통형 쉘 안에 각종 화학물질을 저장하고 있는 경우가 많다. 또한 정유공장에서는 원유와 각종 석유 및 LNG 등을 저장하고 있다. 한편 원자력발전소의 원자로 내부구조물 중에는 핵연료를 지지하고 있는 노심지지배럴 (core support barrel)은 얇은 쉘 구조물로 되어 있고 이 구조물들 주위로는 냉각수가 채워 있다. 이러한 구조물들은 지진과 같은 천재지변이나 예기치 못한 사고에서 오는 충격을 충분히 이겨낼 수 있도록 설계되어야 하고, 내진해석이나 동적 응력 해석을 할 때, 유체가 담긴 쉘에 대한 고유진동 해석이 필요하게 된다. 이 분야에 대한 연구는 공학적 필요성 때문에 오래 전부터 연구가 진행되어 왔다. 유체가 담

긴 쉘의 고유진동수를 얻는 근사해법으로는 Galerkin 방법^[1], Rayleigh's quotient 를 이용한 방법^[2], 유한요소법^[3, 4], collocation 방법^[5], 경계요소법^[6] 등이 제시되고 있다. 그러나 이들 방법들을 제시한 논문에서는 하나의 예제에 각각의 방법을 적용하여 방법의 타당성 검증에 관점을 두고 있다. 참고문헌 [7]과 [8]에서 제시된 Stokes 변환에 근거한 Fourier 급수전개를 이용한 유체가 채워진 원통형 쉘의 고유진동 해석을 이용하여 하단이 고정되고 상단이 자유인 경계조건을 갖는 쉘과 양단이 모두 고정된 경계조건을 갖는 쉘의 고유진동수를 이론적인 방법으로 구하고 범용 ANSYS 유한요소 컴퓨터 프로그램으로 얻은 쉘의 고유진동수를 비교하였고, 유체의 수위를 영부터 쉘의 높이까지 변화시켜 가면서 유체와 연성된 쉘의 고유진동수가 쉘의 축방향 모우드나 원주방향 모우드에 얼마나 영향을 받는지 관찰하였다.

2. 수치계산

참고문헌 [7]과 [8]에서 제시된 Stokes 변환에 근거한 Fourier 급수전개법으로 하단이 고정된 경우와 양단이 고정된 경계조건을 갖는 경우에 유체의 높이를 변화시켜

가면서 고유진동수를 구하였다. 계산에서 사용한 원통형 쉘은 반경이 0.1165 m 이고, 길이가 0.365 m 이며, 두께는 0.003 m 이다. 원통형 쉘의 재질은 알루미늄이고, 이 재질의 탄성계수는 69.0 GPa, Poisson 비는 0.3, 밀도는 2700 kg / m³ 이다. 그리고 유체는 물로서 1000 kg / m³ 의 밀도를 갖는다. 참고문헌의 이론식에서 Fourier 급수 전개항이 무한에 가까울수록 정밀한 계산이 되지만 급수 전개항을 늘려가면 어느 정도부터는 일정한 값에 수렴하게 된다. 먼저 본 계산에 들어가기 전에 Fourier 급수전개항 m 을 증가시키면서 수렴성을 확인한 결과 대략 $m = 40$ 부터는 급수전개항의 증가에도 불구하고 쉘의 고유진동수에는 변화가 거의 없었다. 따라서 본 논문에서는 모든 계산에서 충분히 수렴하는 값을 얻을 수 있도록 급수전개항 m 을 400으로 정하여 정확한 계산을 하였다. Fourier 급수전개법을 이용하여 유체가 부분적으로 채워진 경우에 대해서 유체의 높이를 점점 증가시켜 가면서 쉘의 고유진동수를 구하고 빈 쉘이 갖는 고유진동수로 나누어 정규화 (normalization)하여 Fig. 1부터 Fig. 8에 나타내었다. 여기서 m' 은 원통형 쉘의 축방향의 모우드수 (axial mode number) 를 나타내고, n 은 원통형 쉘의 원주방향의 모우드수 (circumferential wave number) 를 나타낸다.

3. 유한요소해석

Fourier 급수전개법을 이용하여 구한 고유진동수를 확인하기 위하여 범용 유한요소 소프트웨어인 ANSYS (Revision 4.4) 프로그램을 이용하여 유한요소 해석을 수행하였다. 유체로 채워진 영역은 축대칭 사각형 유체요소로 나누었고 쉘 영역은 축대칭 원통형 쉘 요소로 나누었다. 축대칭 요소들을 이용한 유한요소해석으로 충분히 정확한 쉘의 고유진동수를 얻을 수 있도록 쉘 내부에 채워진 유체는 유체가 가득 채워진 경우에 반경방향으로 6개의 축대칭 유체요소로 나누고 축방향으로는 16개의 동일 크기의 축대칭 유체요소로 분할하였다. 또한 쉘도 축방향으로 16개의 동일한 크기의 축대칭 쉘 요소로 분할하고, 쉘 요소의 절점과 유체요소의 절점이 서로 접하도록 하였다. 쉘 중심부의 유체는 원통축 중심으로부터 유체요소들이 이탈하지 않도록 반경방향의 변위를 구속하였고 쉘과 유체가 접하는 경계에서는 반경방향으로 유

체요소의 절점과 쉘의 절점이 같이 움직이도록 COUPLE 명령어를^[9] 적용하였다. 부분적으로 유체가 채워진 경우에는 유체의 수위에 비례하는 유체요소 갯수를 채택하였다. ANSYS 유한요소해석으로 얻은 원통형 쉘의 수위변화에 따른 축방향 모우드 형상들을 Fig. 9에 나타내었다.

5. 결과의 고찰

수위를 5%씩 증가시켜 가면서 Fourier 급수전개법으로 유체가 채워진 원통형 쉘의 고유진동수를 구하고, Fig. 1부터 Fig. 8까지 유체의 높이에 따른 고유진동수의 변화를 정규화시켜 보여주고 있다. 일반적으로 유체의 높이가 증가함에 따라서 쉘의 고유진동수가 감소하는 것은 유체의 부가질량이 증가하기 때문이다. 그러나 유체의 높이에 따라서 정규화된 무차원 고유진동수가 선형적으로 변하지 않고 Fig. 2, Fig. 3, Fig. 4, Fig. 6, Fig. 7 및 Fig. 8에서 보는 바와 같이 계단형상을 보이는 것은 부분적으로 유체가 채워진 쉘의 경우에 나타나는 주목할 만한 현상이다. 이는 쉘의 진동모우드 형상이 유체의 운동에 중요한 영향을 끼치고 유체의 운동은 다시 쉘의 고유진동수와 진동모우드에 영향을 주고 있음을 알 수 있다. 즉 쉘과 유체가 연성되어 (coupled) 진동하고 있음을 알 수 있다. 따라서 우리가 빈 원통형 쉘과 유체로 가득 채워진 원통형 쉘의 어느 진동모우드의 고유진동수를 알고 있고, 유체가 부분적으로 채워진 원통형 쉘의 그 진동모우드의 고유진동수를 예측할 때, 유체의 수위에 따른 비례 가중치를 주어 계산하면 실제의 고유진동수에서 크게 벗어난 값을 얻을 수가 있음을 의미한다. 그리고 쉘의 경계조건에 관계없이 이러한 유체의 높이에 따른 정규화된 무차원 고유진동수의 계단 모양 굴곡의 수와 쉘의 축방향 절점의 갯수와 일치하고 있음을 Fig. 1 - Fig. 8에서 관찰할 수 있다. 이는 쉘의 축방향 진동모우드에서 절점에 수위가 오면 상대적으로 유체의 이동이 적어지고, 쉘의 축방향 진동모우드 중 진폭이 커지는 곳에 유체의 수위가 올 때는 상대적으로 유체의 이동이 커지면서 이러한 계단 형상이 나타난다고 생각된다. 쉘의 진동모우드 축방향 모우드수인 m' 가 증가할수록 원주방향의 모우드수 n 에 관계없이 수위에 거의 비례하여 고유진동수가 감소하는 경향으로 진행함을 확인할 수 있다.

Fig 9에서 볼 수 있듯이 쉘의 축방향 절점 (axial nodal point) 의 위치가 유체의 수위에 따라서 변한다. 그리고 유체의 높이에 따른 정규화된 무차원 고유진동수는 축방향의 모우드수가 증가할수록 원주방향 모우드의 영향이 작아진다는 것을 볼 수 있고 유체로 가득 채워진 원통형 쉘에서 동일한 축방향 모우드에서 원주방향의 모우드수가 클수록 정규화된 무차원 고유진동수가 크게 나타나는데 이는 원주방향의 모우드수가 지차 모우드에서 고차 모우드로 갈수록 쉘의 진동시 유동하는 유체의 질량이 상대적으로 작아지기 때문이다. 유체로 가득 채워진 원통형 쉘의 경우에는 동일한 축방향 모우드에서 원주방향의 모우드수가 클수록 무차원의 정규화된 고유진동수가 크게 나타난다는 사실을 Fig. 1 - Fig 8에서 관찰할 수 있다. 그 이유는 원주방향의 모우드수가 증가할수록 쉘이 진동할 때 유체가 인접한 영역으로만 이동하여 상대적으로 작은 부가질량을 갖게되기 때문이며 수위가 낮아지면 쉘의 축방향모우드수가 수위의 영향을 받아서 이러한 경향이 점차 사라진다.

6. 결 론

유체가 부분적으로 채워진 원통형 쉘에 대하여 고정 자유단의 경계조건을 갖는 쉘과 양단이 고정된 쉘의 고유진동수들을 Fourier 급수전개법으로 구하고 ANSYS 프로그램을 이용한 유한요소법으로 확인하였다. 그 결과 유체가 부분적으로 채워진 원통형 쉘의 고유진동수는 유체의 높이와 선형적인 관계를 갖지 않고 쉘의 진동 모드에 따라서 크게 변한다. 그리고 원통형 쉘에서 유체의 높이에 따른 무차원의 정규화된 고유진동수의 계단형 굴곡수와 쉘의 축방향 절점의 개수와 일치하며 유체로 가득 채워진 원통형 쉘의 경우 동일한 축방향 모우드에서 원주방향의 모우드수가 클수록 무차원의 정규화된 고유진동수가 크게 나타난다.

참고문헌

1. N. Yamaki, J. Tani, and T. Yamaji, 1984, " Free Vibration of a Clamped - Clamped Circular Cylindrical Shell Partially Filled with Liquid ", J. of Sound and Vibration, Vol. 94 (4), pp. 531-550.

2. R. K. Gupta and G. L. Hutchinson, 1988, " Free Vibration Analysis of Liquid Storage Tanks ", J. of Sound and Vibration, Vol. 122(3), pp. 491-506.
3. A. A. Lakis and M. Sinno, 1992, " Free Vibration of Axisymmetric and Beam-Like Cylindrical Shells, Partially Filled with Liquid ", Intern. J. for Numerical Methods in Engineering, Vol. 33, pp. 235-268.
4. J. R. Maguire, 1991, " A Study of Cylindrical Shell Vibrations in Fluid ", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Flow Induced Vibrations, International Conference, IMechE 1991-6.
5. T. Mikami and J. Yoshimura, 1992, " The Collocation Method for Analyzing Free Vibration of Shells of Revolution with Either Internal or External Fluids ", Computers & Structures, Vol. 44 (1/2), pp. 343-351.
6. Y. Y. Huang, S. K. Wang, and W. M. Cheng, 1988, " Fluid - Structure Coupling Boundary Element Method for Analyzing Free Vibration of Axisymmetric Thick - Walled Tanks", Boundary Elements X, Vol. 1: Mathematical and Computational Aspects, Springer - Verlag.
7. 정경훈, 이성철, 1994, " Fourier 급수전개를 이용한 유체로 가득 채워진 원통형 쉘의 고유진동 해석 ", 한국소음진동공학회지, 제 4 권 제 2 호, pp. 137 - 146.
8. 정경훈, 이성철, 1994, " Fourier 급수전개를 이용한 부분적으로 유체가 채워진 원통형 쉘의 고유진동 해석, 한국소음진동공학회지, 제 4 권 제 2 호, pp. 163 - 175.
9. G. J. Desalvo and R. W. Gorman, 1989, ANSYS Engineering Analysis System User's Manual for ANSYS 4.4 Revision, Swanson Analysis Systems, Inc.

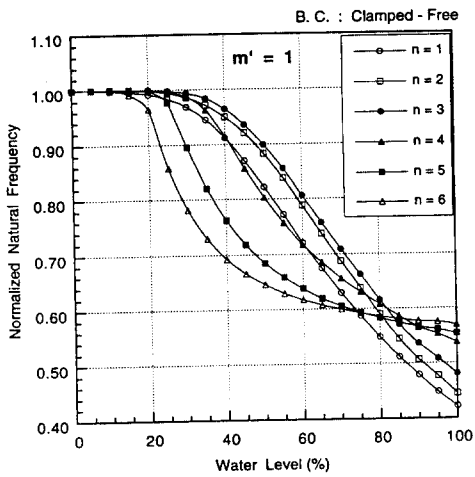


Fig. 1 Normalized Natural Frequencies vs. Water Level of a Circular Cylindrical Shell with Clamped - Free Boundary Condition ($m' = 1$)

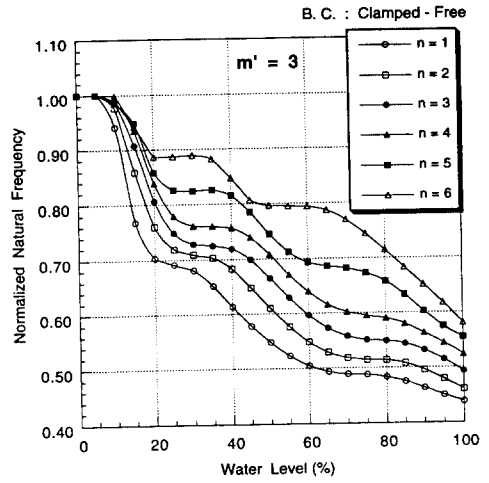


Fig. 3 Normalized Natural Frequencies vs. Water Level of a Circular Cylindrical Shell with Clamped - Free Boundary Condition ($m' = 3$)

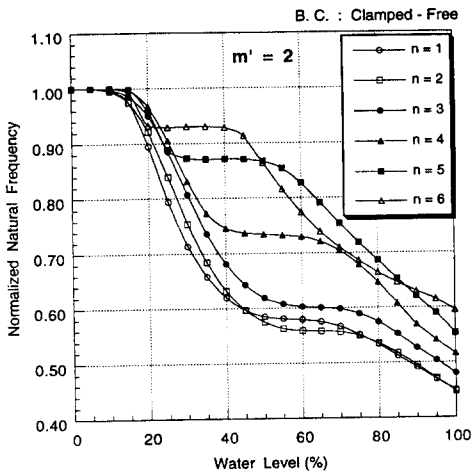


Fig. 2 Normalized Natural Frequencies vs. Water Level of a Circular Cylindrical Shell with Clamped - Free Boundary Condition ($m' = 2$)

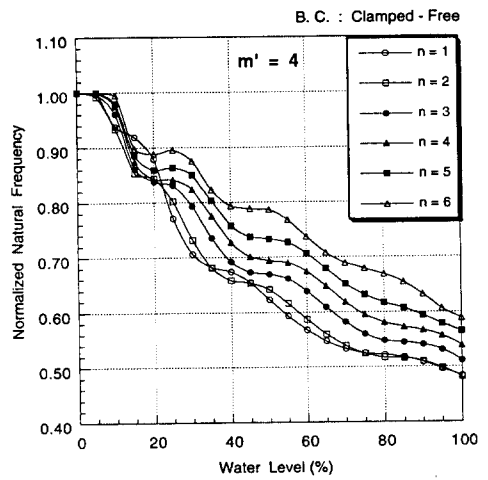


Fig. 4 Normalized Natural Frequencies vs. Water Level of a Circular Cylindrical Shell with Clamped - Free Boundary Condition ($m' = 4$)

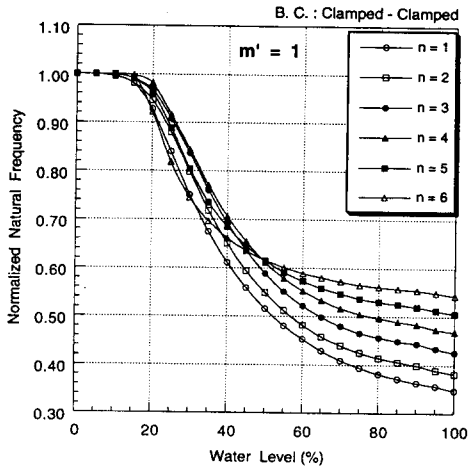


Fig. 5 Normalized Natural Frequencies vs. Water Level of a Circular Cylindrical Shell with Clamped - Clamped Boundary Condition ($m' = 1$)

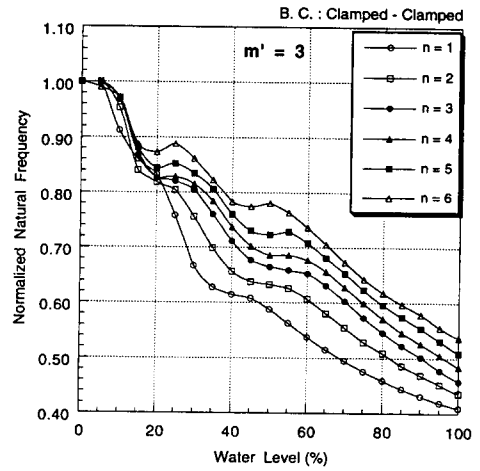


Fig. 7 Normalized Natural Frequencies vs. Water Level of a Circular Cylindrical Shell with Clamped - Clamped Boundary Condition ($m' = 3$)

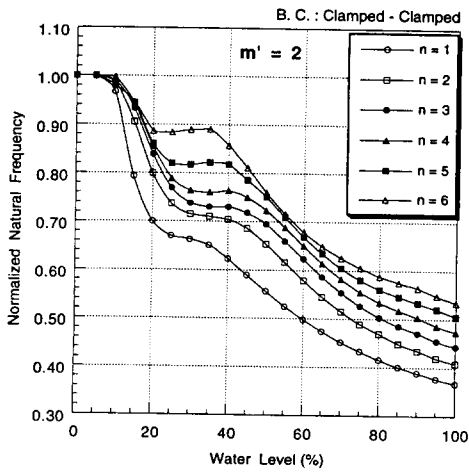


Fig. 6 Normalized Natural Frequencies vs. Water Level of a Circular Cylindrical Shell with Clamped - Clamped Boundary Condition ($m' = 2$)

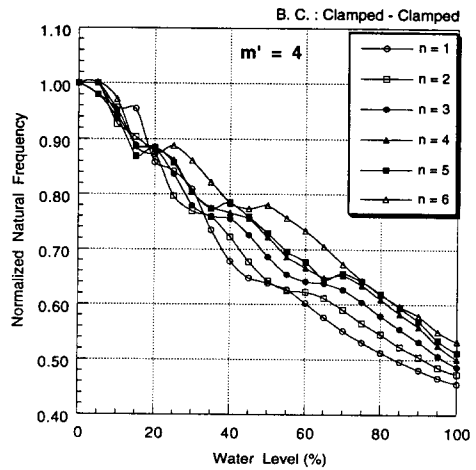


Fig. 8 Normalized Natural Frequencies vs. Water Level of a Circular Cylindrical Shell with Clamped - Clamped Boundary Condition ($m' = 4$)

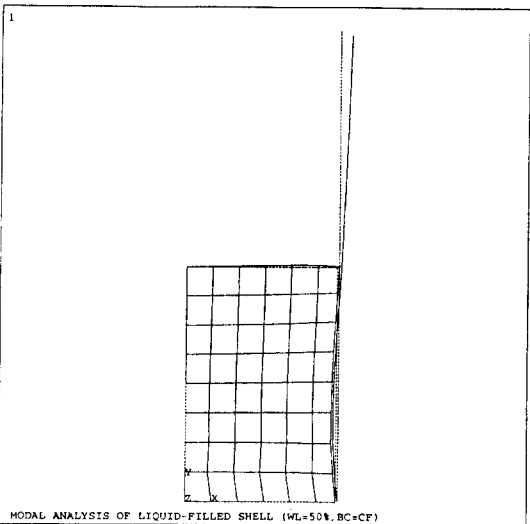
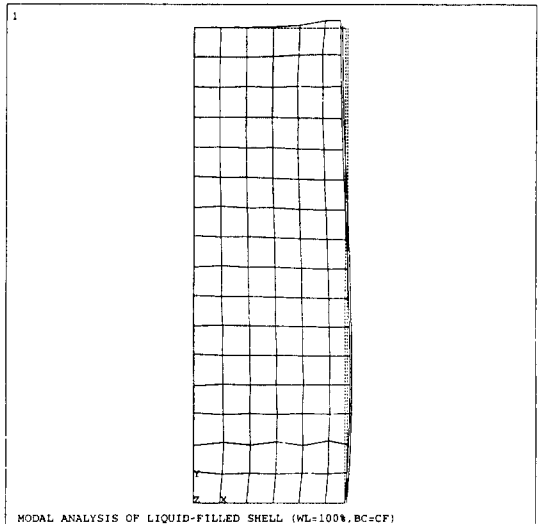
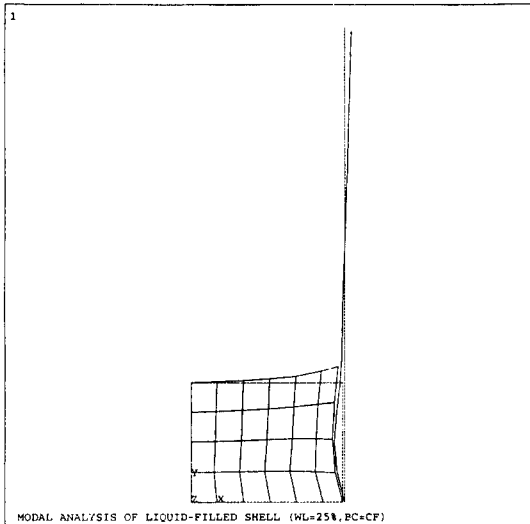
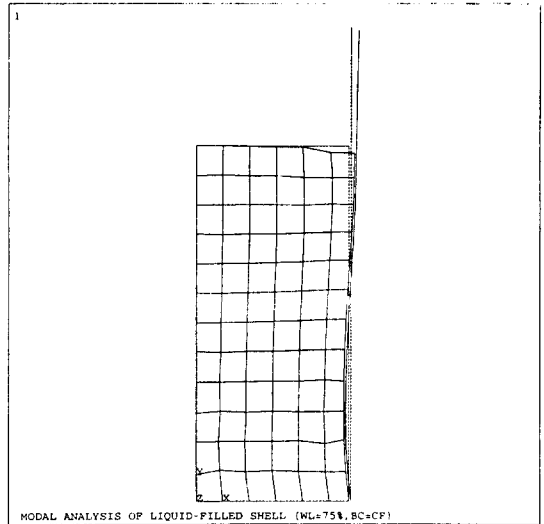
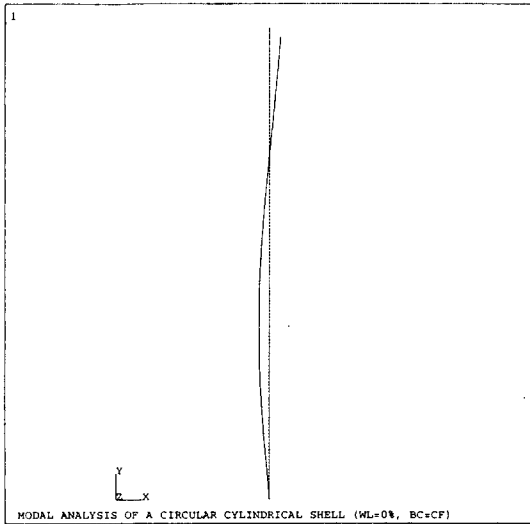


Fig. 9 Mode Shapes of an Empty and a Liquid - Filled Circular Cylindrical Shell with Clamped - Free Boundary Condition ($m' = 2, n = 1$)