

중공소재를 사용한 스퍼어기어 단조에 관한 연구

A Study on the Forging of Spur Gears with Hollow Billets

소해룡 · 충북대학교 정밀기계공학과, 정밀성형 및 금형가공연구소
 최재신 · 부산대학교 기계설계공학과, 정밀성형 및 금형가공연구소
 최중용 · 부산대학교 대학원

Abstract

A simulation method based on upper bound method is developed in order to characterize forging characters in forging of spur gears. In this paper, utilizing a kinematically admissible velocity field and applying it to study the effect of inner diameter of hollow billet. To predict the variation of inner diameter of hollow billet, neutral surface has been introduced into forging of hollow gears from hollow billets with flat punch. The neutral surface of each step is assumed as a circle and determined in order to have minimum forging energy by golden section method. According to the analysis, the magnitude of inner diameter of initial billet is very important to reduce the relative pressure and forging load. And the variation of inner diameter of billet during spur gear forging is successfully predicted.

Key Word : Upper Bound Method(상계법), Spur Gear Forging(스퍼어기어 단조), Neutral Surface(중립면)

1. 서 론

기어는 연속적으로 맞물리는 치에 의해 동력을 전달하는 장치로 정확한 속도비와 작은구조로 인해 널리 사용되고 있다. 이러한 기어의 종류에는 대표적으로 스퍼어기어, 헬리컬기어, 베벨기어 등이 있으며, 기어의 크기, 가공방법, 동력전달이 되는 두 축의 상대위치 등에 의해 다시 수십종류로 나누어 진다. 기어의 가공법으로는 절삭 가공법과 비절삭가공법이 있다. 주로 절삭가공에 의하여 생산되었던 과거와는 달리 최근에는 산업의 발전에 따른 수요의 증가에 대응하기 위해 대량생산이 가능한 소성가공에 의한 기어의 성형공정과 그 해석에 관한 연구가 진행되고 있다. 소성가공에 의한 기어의 성형법으로는 여러 가지가 있으나 최소의 마무리 가공을 요하는 정밀 소형기어의 제조에는 정밀단조가 많은 관심을 끌게 되었다¹⁻⁶.

기어는 그 기능상 항상 축과 연결되어 사용된다. 따라서, 기어의 중심부에는 연결되는 축의 직경에 적합한 구멍이 존재해야 한다. 이러한 구멍을 갖기 위해서는 중실소재를 사용하여 단조한 후 기계가공을 하거나, 중공소재를 사용하여 단조하여야 한다. 전자의 경우는 2차의 기계가공이 포함되므로 재료손실과 시간적인 면에서 경제적이지 못하다. 따라서, 중심부에 구멍이 있는 기어 즉, 중공 기어를 단조할 경우는 중공 소재를 사용하는 것이 바람직하며, 이에 따라 중공소재의 단조에 있어서 내경의 변화와 초기 소재의 내경이 단조에 미치는 영향에 대한 해석이 필요하다.

Juncja¹⁾와 Dean²⁾은 치형을 각각 직선과 사다리꼴로 가정하여 중실소재를 사용한 기어의 단조에 대해 상계해석 하였고 Kiuchi³⁾는 UBET를 사용한 스퍼어기어의 단조에 있어서 그 가회학적 형상을 참고문헌³과 같이 가정하여 해석하였다. 그러나 Kiuchi가 해석대상으로 한 기어의 형상은 실제와는 차이가 있다. 국내에서는 Choi⁴⁾ 등이 기어의 형상을 실제 치형인 인벌류우트 곡선으로 하여 스퍼어기어의 단조에 관해 상계해석한 바가 있다.

본 연구에서는 중공소재로부터 중공 스퍼어기어로의 단조시, 다이의 형상을 실제 치형인 인벌류우트 곡선으로 하고 필렛은 반경이 r_n 인 원호로 가정한다. 이것은 실제 기어의 필렛부분에 사용되는 트로코이드(Trochoid)곡선과는 차이가 있지만 Kiuchi가 가정 한 기어의 형상보다는 실제에 좀 더 가깝다고 생각된다.

가정된 다이의 형상에 대한 동적가용속도장을 유도하고 이를 수치계산하여 상계해를 구한다. 이 해석결과와 실험결과를 비교·검토하여 중공소재를 이용한 스퍼어기어의 단조에 있어서 초기소재형상이 단조압력과 하중에 미치는 영향을 고찰하고 이에 따라 중공소재를 이용한 스퍼어기어 단조에 대한 적절한 소재 형상과 맨드렐의 크기를 설정하고자 한다.

2. 이론해석

중공 소재로부터 스퍼어기어를 단조 하는데 있어서 그 기하학적 관계를

r, θ, z 의 원주좌표계로 나타냈다. 기어의 1/2피치를 7개의 변형영역으로 분할하면 Fig. 1과 같다. Fig. 1에서 평편치를 이용한 단조시 중립 면은 반경이 r_n 인 원호로 가정하고 변형이 진행되는 때 단조다이와 그 위치를 활용 분할법으로 찾게 된다.



Fig. 1 Deformation regions for half pitch of spur gear.

이론해석을 위해 소재는 비압축성이고 등방성이며, Von Mises 항복조건을 따른다고 가정한다. 초기소재의 외경과 기어의 이블리우트의 직경을 일치하게 하였다. 모든 변형영역에서의 축방향 속도는 다음과 같이 가정한다.

$$U_z = \frac{v}{t} z \quad (1)$$

2. 1. 동적 가용속도장

각 변형영역에 대한 경계조건과 체적일정조건을 만족하는 속도장을 유도하면 다음과 같다.

$$1) \text{ I 변형영역 속도장 } (0 \leq \theta \leq \alpha, -r_1 \leq r \leq r_0)$$

$$U_r = \frac{u}{2t} \left(r - \frac{r_b^2}{r} \right), U_\theta = 0$$

2) II 변형영역 속도장 ($0 \leq \theta \leq \theta_1$, $r_b \leq r \leq r_1$)

$$U_r = 0, U_\theta = \frac{u}{t} r \theta$$

3) III 변형영역 속도장 ($\theta_1 \leq \theta \leq \alpha$, $r_b \leq r \leq r_1$)

$$U_r = \frac{u}{2t} \left(r - \frac{r_b^2}{r} \right) \left(\frac{\alpha}{\alpha - \theta_1} \right)$$

$$U_\theta = \frac{ur}{t} \cdot \frac{\theta}{\alpha - \theta_1} (\alpha - \theta)$$

4) IV 변형영역 속도장 ($\theta_1 \leq \theta \leq \theta_s$, $r_1 \leq r \leq r_b$)

$$U_r = \frac{ur}{2t} + \frac{C_{IV}}{r}$$

$$U_\theta = \left(\frac{ur}{2t} + \frac{C_{IV}}{r} \right) \cdot \cot \phi$$

cot ϕ 를 반경 r 에 대한 함수로 표현하면 다음과 같다.

$$\cot \phi = \frac{(r_1 + r_b)^2 - (r^2 - r_b^2)^2 - (r^2 - r_1^2)(2r_1 + r_b)^2 - r^2}{2(r_1 + r_b)^2 \sqrt{(r^2 - r_b^2)(2r_1 + r_b)^2 - r^2}}$$

$$C_{IV} = \frac{u r_1^2}{2t} \left(\frac{\theta_1}{\alpha - \theta_1} \right) + \frac{u r_1^2}{2t} \left(\frac{\alpha}{\alpha - \theta_1} \right)$$

여기서, $\theta_s = \theta_1 + \theta_1$ 이다.

5) V 변형영역 속도장 ($\theta_s \leq \theta \leq \alpha$, $r_1 \leq r \leq r_b$)

$$U_r = \frac{ur}{2t} + \frac{C_V}{2tr} + \frac{C_{IV}}{\alpha - \theta_s} + \frac{C_V}{r} + \frac{C_{IV}}{r}$$

$$U_\theta = \frac{\alpha - \theta}{\alpha - \theta_s} \left(\frac{ur}{2t} + \frac{C_{IV}}{r} \right) \cdot \cot \phi$$

$$C_V = \frac{1}{2} \sqrt{(r^2 - r_b^2)(2r_1 + r_b)^2 - r^2} + 2r_1^2 \sin \left(\frac{\sqrt{(2r_1 + r_b)^2 - r^2}}{2\sqrt{r_1(r_1 + r_b)}} \right)$$

$$C_{IV} = \frac{1}{2} (\tan^{-1} A + \tan^{-1} B) + \sin \left(\frac{\sqrt{(2r_1 + r_b)^2 - r^2}}{2\sqrt{r_1(r_1 + r_b)}} \right)$$

$$A = \frac{1}{1(r_1 - r_b)^2} \sqrt{(r^2 - r_b^2)(2r_1 + r_b)^2 - r^2}$$

$$B = \frac{(2r_1 - r_b) \sqrt{(2r_1 + r_b)^2 - r^2} - 4r_1(r_1 - r_b)}{r_1(r^2 - r_b^2)}$$

$$B = \frac{(2r_1 + r_b) \sqrt{(2r_1 + r_b)^2 - r^2} - 4r_1(r_1 - r_b)}{r_1(r^2 - r_b^2)}$$

6) VI 변형영역 속도장 ($\theta_s \leq \theta \leq \theta_s + \text{inv } \phi_R$, $r_1 \leq r \leq R$)

$$U_r = \frac{ur}{3t} + \frac{C_{VI}}{r^2}$$

$$U_\theta = \left(\frac{ur}{3t} + \frac{C_{VI}}{r^2} \right) (\theta - \theta_s + \phi_s)$$

$$\text{여기서, } \phi_s = \tan^{-1} \frac{\sqrt{r^2 - r_b^2}}{r_b}$$

$$C_{VI} = \frac{u r_b^3}{6t} + \frac{r_b}{\alpha - \theta_s} \frac{C_{IV}}{2t} + \frac{C_{IV} r_b}{\alpha - \theta_s} C_{IV}^2 + C_{IV} r_b$$

$$C_{IV}^2 = C_{IV} \Big|_{r=r_b}, C_{IV}^2 = C_{IV} \Big|_{r=r_1}$$

7) VII 변형영역 속도장 ($\theta_s + \text{inv } \phi_R \leq \theta \leq \alpha$, $r_b \leq r \leq R$)

$$U_r = \frac{ur}{2t} + C_{IV} \left(\frac{ur}{6t} + \frac{C_{IV}}{r^2} \right)$$

$$+ C_{IV} \left[\frac{u}{3t} \left(\tan^{-1} \frac{\sqrt{r^2 - r_b^2}}{r_b} \frac{r}{2} - \frac{r_b}{2r} \frac{\sqrt{r^2 - r_b^2}}{r_b} \right) \right]$$

$$+ C_{IV} \left(\tan^{-1} \frac{\sqrt{r^2 - r_b^2}}{r_b} \left(\frac{r}{r} - 1 \right) + \frac{\sqrt{r^2 - r_b^2}}{r^2 r_b} \right) \Big] + \frac{C_{IV}}{r}$$

$$U_\theta = \frac{\alpha - \theta}{\alpha - (\theta_s + \text{inv } \phi_R)} \left(\frac{ur}{3t} + \frac{C_{IV}}{r^2} \right) (\text{inv } \phi_R + \phi_s)$$

$$\text{여기서, } C_{IV} = \frac{\text{inv } \phi_R}{\alpha - (\theta_s + \text{inv } \phi_R)}$$

$$C_{IV}^2 = \frac{1}{\alpha - (\theta_s + \text{inv } \phi_R)}$$

$$C_{VI} = \frac{1}{\alpha - \theta_s} \frac{C_{IV}}{2t} + \frac{C_{IV} C_{IV}}{\alpha - \theta_s} + C_{IV} C_{IV} \left(\frac{u r_b^3}{6t} + \frac{C_{IV}}{r_b^2} \right)$$

$$\text{inv } \phi_R = \frac{\sqrt{R^2 - r_b^2}}{r_b} \tan^{-1} \frac{\sqrt{R^2 - r_b^2}}{r_b}$$

2. 에너지소비율

에너지지 소비율은 각 에너지 소비율을 모두 합한 것이다. 즉,

$$\dot{W}_T = \sum \dot{W}_I + \sum \dot{W}_S + \sum \dot{W}_F \quad (2)$$

여기서, \dot{W}_I 는 내부에너지 소비율, \dot{W}_S 는 전단에너지 소비율, \dot{W}_F 는 마찰에너지 소비율이다.

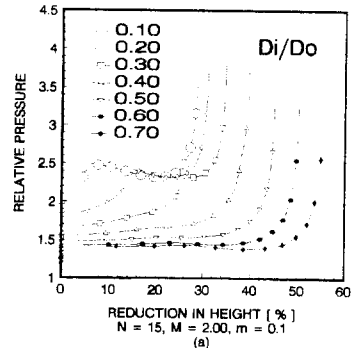
3. 결과 및 고찰

중공소재를 사용하여 중공스퍼어기어를 단조할 경우 상계범을 적용할 수 있는 속도장을 제시하였다. 본 연구에서는 잇수 10 ~ 35, 모듈 1.0 ~ 3.0, 압력각 20°, 기어 두께 4mm, 치 높이 2.25M, 마찰상수는 0.0, 0.1을 사용하였다. 소재는 A2024이고, 가공경화를 고려할 경우 다음 식에 의해 유효응력을 계산하였다^[8].

$$\bar{\sigma} = 358.0 \varepsilon^{0.15} \quad (3)$$

중공소재로부터 중공스퍼어기어를 단조할 경우 편차는 평편치와 맨드렐이 장착된 편치를 사용하였다.

Fig. 2는 잇수 15, 모듈 2.0, 마찰상수 0.1일 때 소재의 직경비(D_i/D_o)에 대해 상대압력과 하중을 압축률에 따라 나타낸 것이다. 직경비가 0.4이 하인 경우는 최종상태의 상대압력과 하중이 직경비에 관계없으나 0.4이상인 경우는 직경비에 따라 최종상태의 상대압력과 하중이 차이를 보인다. 직경비가 0.4이하인 경우는 소재내경이 감소하여 소재의 내부가 완전히 채워진 후 치부분이 채워지고 최종상태에서의 상대압력과 하중은 소재내경의 크기에 관계없이 일정하다. 그러나, 직경비가 0.4 이상이 되면 기어의 치부분이 다 채워진 후에도 소재 내경은 Fig. 3에서 보는 바와 같이 0으로 되지 않는다. 또한, 최종상태의 단조압력은 직경비가 0.4 이하인 경우 보다 낮고 하중은 내경이 클수록 낮아진다. 따라서, 중공 소재와 평편치를 이용한 스퍼어기어의 단조시 소재는 내경이 외경의 40% 이상이 되는 것을 사용하는 것이 단조하중과 상대압력을 낮출 수 있다.



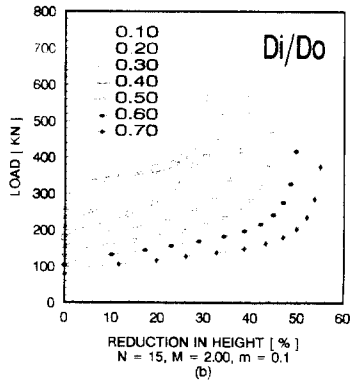


Fig. 2 Relative pressures and forging loads for each inner radii of hollow billet.

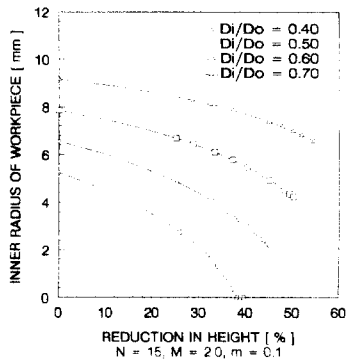


Fig. 3 Comparisons of inner diameter of hollow billet for each diameter ratio.

Fig. 4는 맨드릴 직경이 초기 소재의 내경의 10 ~ 70%까지 변화할 때 잇수에 대한 상대압력과 하중을 압하율에 따라 나타낸 것이다. 잇수가 증가함에 따라 최종상태의 상대압력이 최소로 되는 맨드릴 직경은 증가하고 최종상태의 하중은 잇수에 관계없이 맨드릴 직경이 큰 것이 낮다. 따라서, 잇수에 따른 최종상태의 상대압력이 가장 낮은 맨드릴 직경을 찾을 수 있다.

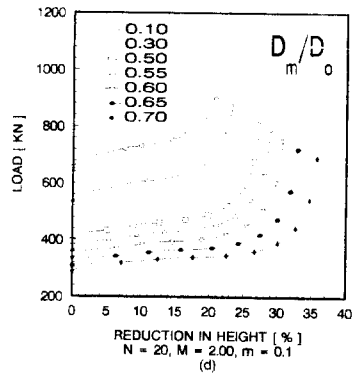
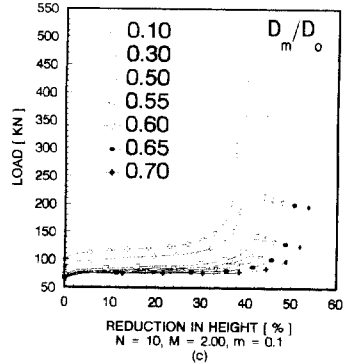
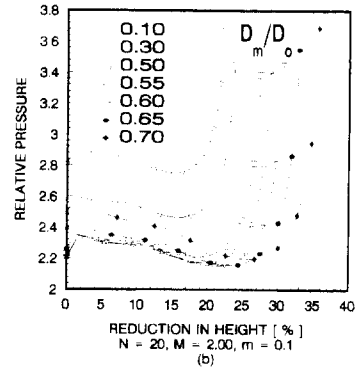
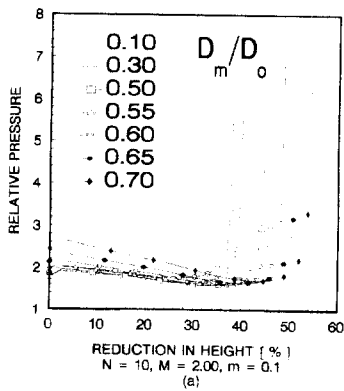


Fig. 4 Comparisons of relative pressures and forging loads for each number of teeth.

Fig. 5는 평핀치와 맨드릴이 장착된 핀치에 의한 중공 스피어기어의 단조 과정에서 하중과 상대압력을 압하율에 따라 나타낸 것이다. 그림에서 보듯이, 단조 초기의 상대압력과 하중은 평핀치를 이용한 것이 낮지만 최종상태에서는 맨드릴이 장착된 핀치를 사용한 경우가 상대압력과 하중이 낮다. 따라서 맨드릴이 장착된 핀치를 사용하는 것이 단조 후반부에서의 단조에 유리함을 알 수 있다.

Fig. 6은 평핀치에 의한 중공 스피어기어의 단조에 있어서 소재의 내경 변화와 단조 하중에 관한 이론해석치와 실험치를 비교하여 압하율에 따라 나타낸 것이다. 그림에서 보듯이 하중은 해석치와 실험치가 차이를 보이지 않으나 상대적으로 타당하다고 생각되며, 내경의 변화는 거의 일치한다. 따라서, 중공 소재를 이용한 스피어기어의 단조시 중립면을 원호로 가정하는 것이 타당함을 알 수 있다.

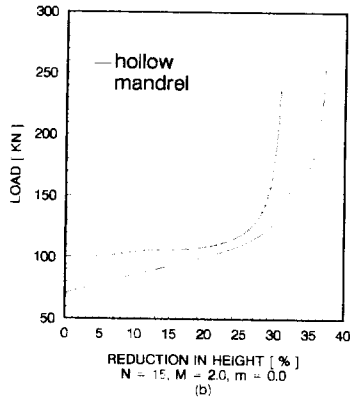
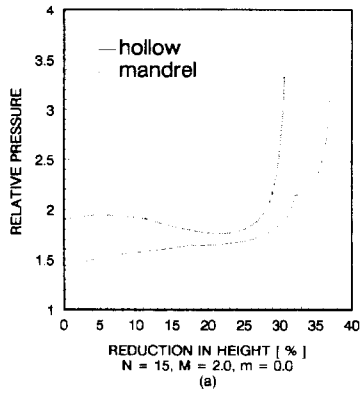


Fig. 5 Comparisons of relative pressure and forging load between solid billet and hollow one for each number of teeth.

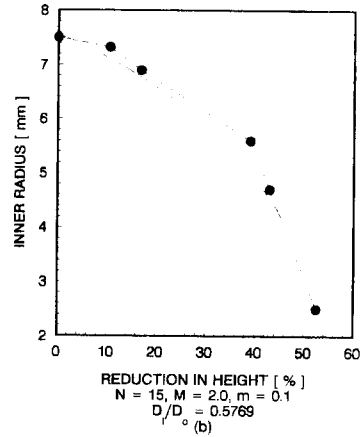
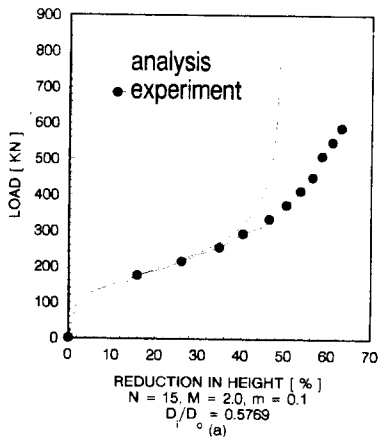


Fig. 6 Comparisons of inner radius and forging load between analysis and experiment.

4. 결론

본 연구에서는 스피어기어 단조를 상세해석하기 위해 치형을 실제 치형인 인벌류우트 곡선으로 하고 필렛을 원호로 가정하여 속도장을 유도한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 중공 소재로부터 중공 기어를 단조할 경우 맨드렐이 장착된 펀치를 사용하는 것이 평판치를 사용한 것보다 하중과 상대 압력이 낮음을 알 수 있었다.
- 2) 중공 소재를 사용하여 단조할 때 내경의 변화량을 예측할 수 있었고, 이로써 단조된 기어와 같이 사용 가능한 축의 직경을 결정할 수 있었다.
- 3) 중공소재와 평판치를 사용할 경우 초기 소재 내경이 큰 것이 단조에 영향을 미친다.
- 4) 제시한 속도장에 의해 얻은 상계하는 압하율에서 실험과 차이를 보이지만 단조하중의 예측에 있어서는 실제단조에 적용할 수 있다고 생각된다.
- 5) 중공 소재와 평판치를 이용한 스피어기어의 단조시 중립면을 원호로 가정하는 것이 타당하다는 것을 알 수 있었다.

참고 문헌

- [1] O. P. Grover and B. L. Junaia, "Analysis of Closed Die Forging of Gear Like Elements", *Advanced Tech. of Plasticity*, Vol. II, pp.888 ~ 893, 1984
- [2] N. A. Abdul and T. A. Doan, "An Analysis of the Forging of Spur Gear Forms", *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*, Vol. 26, No. 2, pp.113 ~ 123, 1986
- [3] M. Kiuchi, H. K. Chung and J. Yanagimoto, "Analysis of Upsetting of Hollow Billets with Square and Gear type Dies", *J. of the JSTP*, Vol. 31, No. 354, pp.907 ~ 912, 1990
- [4] 최재찬, 허관도, 김창호, 최영, "인벌류우트 스피어 기어의 밀폐단조에 관한 상세 해석", *한국소성기공학회지*, 제 2 권, 제 4 호, 통권 제 5 호, pp.22 ~ 36, 1993
- [5] K. Kondo, T. Jitsunari and K. Ohga, "Investigation on Cold Die Forging of a gear Utilizing Divided Flow", *Bulletin of JSME*, Vol. 28, No. 244, pp. 2442 ~ 2450, 1985
- [6] K. Ohga, K. Kondo and T. Jitsunari, "Research on Precision Die Forging Utilizing Divided Flow", *Bulletin of JSME*, Vol. 28, No. 244, pp. 2451 ~ 2459, 1985
- [7] 최재찬, 허관도, 김창호, 최종웅, "스피어기어의 밀폐단조에 관한 상세해석", *한국정밀기공학회지*, 제 11 권, 제 4 호, 통권 제 42 호, pp. 26 ~ 31, 1994
- [8] T. Altan, S. I. Oh, H. L. Gogel, 1983, "Metal Forming", ASM, p. 58
- [9] D. Y. Yang, "Investigation in to Non Steady State 3 Dimensional Extrusion of a Trochoidal Helical Gear by Rigid Plastic Finite Element Method", *Annals of the CIRP*, Vol. 13:1, pp. 229 ~ 233, 1994