

Nash 모형의 매개변수 결정과 적용성 검증

(Estimation and Verification of Parameters for Nash Model)

@ 윤석영¹⁾, 홍일표²⁾

1. 서론

Nash 모형은 홍수량을 산정하는 간단한 모형으로 하천시설기준(건설부)⁽¹⁾에 중소하천유역의 홍수유출 계산법으로 제시되어 있다. Nash 모형은 정확한 공식으로 표현되기 때문에 유역의 강우-유출관계를 분석하는데 자주 적용된다.

그러나, 우리나라의 경우 Nash 모형이 비교적 양호한 결과를 간단히 계산할 수 있는 장점이 있는 데도 불구하고 거의 적용되지 않고 있는 이유는 전적으로 자료의 신뢰성에 의해 선정되는 Nash 모형의 매개변수 N, K의 대표치를 쉽게 산정할 수 없었고, 또 이들 매개변수에 대한 특성이 심층적으로 분석되어 정리된 바가 거의 없기 때문에 실무에서 사용이 배제된 것으로 판단된다.

본 연구에서 관측 수문자료로부터 매개변수 N, K값을 보다 정확하게 산정할 수 있는 방법을 모색하고 이들 매개변수의 상호특성을 분석함과 동시에 유역지형인자와의 상관성을 검토하여 실무에서 쉽게 사용할 수 있도록 적용성을 향상시키는데 있다.

2. Nash 모형의 이론

2.1 모형의 유도

Nash 모형은 유역 전체가 일련의 N개의 저수지로 구성되어 있으며 각 저수지에 대한 저류량과 유출량은 선형관계를 갖는다고 가정하여 Laplace 변환 또는 회선적분이론(convolution theorem)을 이용하여 식(1)과 같이 유도된다.⁽²⁾⁽³⁾

$$O_i(t) = \frac{1}{K} \left(\frac{t}{K} \right)^{N-1} \frac{e^{-t/K}}{\Gamma(N)} \quad (1)$$

Nash 모형으로 산정된 단위유량도는 순간단위유량도이므로 식(2)를 이용하여 원하는 지속시간의 단위도로 환산하여야 한다. 이때 Nash 모형의 단위유량도 종거는 차원이 [T⁻¹]이므로 유역면적을 이용하여 유효우량(mm/hr)에 0.278·A(km²)를 곱하여 유출량의 단위(CMS)와 일치되도록 계산해 주어야 한다.

$$Q_i = 0.5(O_i - O_{i-1}) \quad (2)$$

2.2 매개변수 산정

Nash 모형의 매개변수는 강우-유출 자료의 1차, 2차 모멘트의 관계로부터 산정된다. 따라서, Nash 모형의 매개변수 N, K은 강우-유출자료를 이용해 모멘트 법으로 계산할 수 있다. 만약, M₁₁가 원점에 관한 유효우량의 1차 모멘트이고, M_{Q1}가 원점에 대한 직접유출수문곡선의 1차 모멘트라면, Nash 모형의 매개변수 N, K과의 관계는 식(3)과 같다.

$$M_{Q1} - M_{11} = N \cdot K = Lag \quad (3)$$

또 M₁₂가 원점에 관한 유효우량의 2차 모멘트값이고, M_{Q2}가 원점에 관한 직접유출수문곡선의 2차모멘트 값이라면 N, K, M₁₁과의 관계는 식(4)와 같다.

$$M_{Q2} - M_{12} = N(N+1)K^2 + 2NK M_{11} \quad (4)$$

M_{Q1}, M₁₁, M_{Q2}, M₁₂ 값은 관측된 강우-유출자료로 계산되기 때문에 N, K값은 식(3), 식(4)로 계산된다. N, K값이 결정되면 순간단위유량도가 결정된다.

1) 윤석영 : 한국건설기술연구원 수자원연구실 선임연구원

2) 홍일표 : 한국건설기술연구원 수자원연구실 선임연구원

2.3 매개변수의 수정

Boyd⁽⁴⁾는 N값이 유역에 따라 일정한 값을 갖는다는 것을 밝힌 바 있다. 본 연구에서도 이와 같은 성질을 이용하여 유역별 평균값에서 유발되는 계산오차를 해소하고 N, K값의 일관성을 유지하기 위해 N과 K를 좁힌 값이 지체시간과 일치되도록 N, K값을 수정하였다. 이를 위해 K를 2가지 방법으로 수정하였다. 첫째, 지체시간과 N값을 고정시키고 수정된 K(I)을 구하는 방법과 둘째, 전 유역의 N값을 평균한 값으로 지체시간을 나누어 수정된 K(II)를 구하는 방법을 택하였다.

3. 유역대표응답

Nash 모형을 이용하여 관측수문곡선과의 재현성이 양호한 모형의 매개변수를 여러 호우사상에 대해 산정해 평균함으로써 이들에 대한 대표값을 구한다. Nash 모형은 사용된 자료의 조합에 따라 N, K의 평균값이 달라지므로 대상 호우사상 전체를 평균하는 방법과 첨두유량 발생시간을 비교하는 방법, 그리고 유역 물리적 특성을 이용한 방법으로 분류하여 대표 N, K값을 결정하였다.

4. 미계측 유역의 대표응답

미계측 유역에서 Nash 모형의 매개변수가 결정될 수 있다면 강우에 의한 유출의 예측이 가능하다. 이를 위해 실측자료로 구한 매개변수와 유역지상학적 인자와의 관계를 분석하여 미계측 유역의 매개변수를 간단히 결정할 수 있는 경험식을 제시한다.

5. 적용예

5.1 강우 및 유출 자료 및 지형인자

Nash 모형의 적용성을 검증하기 위하여 국제수문개발계획(IHP) 대표유역인 낙동강 수계 위천 유역의 동곡, 고노, 미성, 병천, 무성, 효령 수위관측소 지점을 대상유역으로 선정하였다. 선정된 강우-유출 자료는 참고문헌(5)(6)에 제시되어 있는 1시간 간격의 관측자료를 이용하였다. 1/50,000 지형도에서 추출한 위천의 6개 유역의 지형인자는 표 1.과 같다.

표 1. 유역별 지형학적 인자

유역명	면적 (km ²)	최원길이 (km)	평균길이 (km)
동 곡	33.8	8.29	6.01
고 노	109.8	19.14	11.34
미 성	171.7	30.71	15.84
병 천	300.3	40.40	20.26
무 성	472.5	42.62	20.67
표 령	149.5	11.61	21.39

5.2 강우-유출 자료의 선정

(1) 대상 호우사상 전체의 평균

수집된 15개의 모든 강우-유출 자료로부터 산정된 N, K값을 평균하여 산정하였다. 이렇게 산정된 Nash 모형의 N, K값은 표 2.와 같다.

표 2. 원자료의 N, K값 및 수정된 N, K값

유역명	Lag Time (hrs)	원자료의 N, K값		수정된 N, K값		
		N	K	N	K(I)	K(II)
동 곡	7.18	2.75	2.81	2.71	2.61	2.65
고 노	7.48	2.57	3.05	2.71	2.91	2.76
미 성	7.74	2.74	3.22	2.71	2.82	2.86
병 천	8.34	2.57	3.49	2.71	3.25	3.08
무 성	9.31	2.92	3.84	2.71	3.19	3.44

(2) 침투유량 발생시간 비교법

강우-유출 관계도를 그린 다음, 단위유량도 이론의 기본가정에 충실한 호우사상과 관측수문곡선은 하류 유역으로 내려 갈 수록 저류효과에 의해 침투유량 발생시간이 크게 나타나는 성질을 이용하였다. 동일 호우사상으로 인해 생성된 5개 유역의 침투발생시간을 상류유역에서 하류유역으로 순차적으로 비교하는 방법으로 필요한 자료를 선정하였다. 이렇게 선정된 Nash 모형의 N, K값은 표 3과 같다.

표 3. 원자료의 N, K값 및 수정된 N, K값

유역명	Lag Time (hrs)	원자료의 N, K값		수정된 N, K값		
		N	K	N	K(I)	K(II)
동 곡	6.87	2.72	2.55	2.83	2.53	2.43
고 노	7.88	2.6	3.08	2.83	3.03	2.78
미 성	8.42	2.83	3.04	2.83	2.98	2.98
병 천	10.09	3.09	3.31	2.83	3.27	3.57
무 성	11.04	2.93	3.78	2.83	3.77	4.03

(3) 유역물리적 특성을 이용한 방법

표 3.은 참고문헌(7)에 제시된 Clark-KICT 방법에 적용된 자료를 사용하였다. 즉, 출구까지 유량의 최소 이동시간을 구하여 평균유속을 산정한 후, 평균유속이 과다하게 산정되거나, 과소하게 산정된 자료를 제외하고 물리적으로 타당성이 인정되는 유속을 갖는 강우-유출사상을 선정하였다. 이렇게 선정된 Nash 모형의 N, K값은 표 4와 같다.

표 4. 원자료의 N, K값 및 수정된 N, K값

유역명	Lag Time (hrs)	원자료의 N, K값		수정된 N, K값		
		N	K	N	K(I)	K(II)
동 곡	6.84	2.52	2.78	2.48	2.71	2.76
고 노	7.51	2.49	3.07	2.48	3.02	3.03
미 성	7.73	2.59	3.07	2.48	2.98	3.12
병 천	8.11	2.48	3.42	2.48	3.30	3.27
무 성	8.28	2.35	3.55	2.48	3.52	3.34

5.3 미계측 유역의 유역응답 산정 및 적용

미계측유역의 순간단위유량도를 유도하기 위해 N, K와 유역 지형인자 및 지체시간과의 회귀식을 산정 방법별로 유도하였다.

1) 대상 호우사상 15개 전체

$$\begin{aligned}
 N &= 2.56 A^{0.011} & (r=0.207) \\
 K &= 1.82 A^{0.115} & (r=0.971) \\
 K(I) &= 1.95 A^{0.0818} & (r=0.919) \\
 K(II) &= 1.85 A^{0.0928} & (r=0.916) \\
 Lag &= 5.01 A^{0.0923} & (r=0.915)
 \end{aligned}
 \qquad
 \begin{aligned}
 K &= 0.29 Lag^{1.158} & (r=0.984) \\
 K(I) &= 0.62 Lag^{0.752} & (r=0.851) \\
 K(II) &= 0.37 Lag^{1.004} & (r=1.000)
 \end{aligned}$$

2) 침투유량 발생시간 비교법

$$\begin{aligned}
 N &= 2.25 A^{0.0452} & (r=0.690) \\
 K &= 1.57 A^{0.1361} & (r=0.967) \\
 Kn(I) &= 1.55 A^{0.1373} & (r=0.960) \\
 Kn(II) &= 1.18 A^{0.1914} & (r=0.968) \\
 Lag &= 3.46 A^{0.1826} & (r=0.974)
 \end{aligned}
 \qquad
 \begin{aligned}
 K &= 0.66 Lag^{0.717} & (r=0.916) \\
 K(I) &= 0.12 Lag^{0.730} & (r=0.958) \\
 K(II) &= 0.32 Lag^{1.053} & (r=0.998)
 \end{aligned}$$

3) 유역물리적 특성을 이용한 방법

$$\begin{array}{ll}
 N = 2.74 A^{0.0197} & (r=0.567) \\
 K = 1.98 A^{0.098} & (r=0.972) \\
 K(I) = 1.91 A^{0.095} & (r=0.962) \\
 K(II) = 2.14 A^{0.074} & (r=0.997) \\
 Lag = 4.73 A^{0.094} & (r=0.985)
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{ll}
 K = 0.25 Lag^{1.256} & (r=0.970) \\
 K(I) = 0.23 Lag^{1.278} & (r=0.956) \\
 K(II) = 0.41 Lag^{0.997} & (r=1.000)
 \end{array}$$

5.4 미계측 유역의 적용성 검증

미계측 유역에 대한 Nash 모형의 적용성을 검증하기 위하여 위천유역의 효령지점을 선정하였다. 효령지점은 현재 관측되고 있는 지점이지만 미계측 지점으로 가정하여 상기 방법들을 적용하였다. 검증된 호우사상은 표 5와 같다.

각 방법별로 매개변수의 적용성을 검증하기 위해서는 N, K값의 조합이 필요한 바, 본 연구에서는 지체시간과 K(II)의 회귀식으로 부터 산정된 각각의 값을 $Lag=NK$ 에 대입하여 계산된 N값을 적용하였다. 이렇게 계산된 계산치와 관측치를 비교 검증한 결과는 표 7과 같다.

표 7의 방법별 오차량의 비교는 첨두유량의 경우, 식(5)를 이용하여 산정하였으며, 첨두발생시간의 경우 계산치와 관측치의 첨두발생시간 차이를 계산하여 분석하였다.

$$\text{오차율} = \frac{Cal Q_P - Obs Q_P}{Obs Q_P} \times 100(\%) \quad (5)$$

표 5. 효령유역의 호우사상

호우사상명	호우발생 일시	비고
DT861	1986.7.21.07 - 07.23.09	적용성 검증자료
DT891-1	1989.7.11.07 - 07.18.22	
DT905	1990.9.23.16 - 07.27.09	
DT923	1992.7.15.19 - 07.19.05	

표 6. 효령유역의 유역응답 특성

방법	Lag	N	K
(1)	7.94	2.69	2.95
(2)	8.65	2.81	3.08
(3)	7.58	2.45	3.09

표 7. 방법별 오차량의 비교

유역	호우 사상	Obs		방법 (1)				방법 (2)				방법 (3)			
				Cal		Error		Cal		Error		Cal		Error	
		Qp(cms)	Tp(hr)	Qp(cms)	Tp(hr)	Qp(%)	Tp(hr)	Qp(cms)	Tp(hr)	Qp(%)	Tp(hr)	Qp(cms)	Tp(hr)	Qp(%)	Tp(hr)
효령	DT861	49.26	11	67.33	9	26.8	-2	63.54	10	29.0	-1	59.03	9	19.8	-2
	DT891-1	43.0	7	42.75	7	-0.58	0	39.70	8	-7.7	1	40.73	6	1.8	-1
	DT905	92.18	9	103.56	9	12.4	0	97.18	10	5.4	1	94.00	8	2.0	-1
	DT923	126.76	40	113.55	42	-11.6	2	107.10	42	-15.5	2	103.48	41	-19.4	1
평균		-	-	-	-	12.58	1	-	-	14.4	1.25	-	-	10.5	1.25

6. 비교분석

N, K_N값은 계산된 모멘트 값의 작은 오차에도 민감하게 반응함으로 산정에 주의하여야 한다. 계산의 정확도를 증진시키기 위해서는 기저유량과 유효유량 산정시 유효유량 시작점이 직접유출 시작점이 되도록 시간축을 일치시키는 것이 중요하다. 왜냐하면 두 시간축의 차이만큼 오차가 발생하기 때문이다.

표 7에 나타난 바와 같이 세가지 방법 모두 산정된 평균오차 값은 서로 비슷하다. 이것은 방법별로 회귀식의 상관계수에 차이가 있을지라도 결과에 미치는 영향은 크지 않음을 나타내는 것으로 상관 계수가 0.9이상이면 실무에서의 적용은 무리가 없을 것으로 판단된다. 그러나 K와 지체시간에 대한 회귀식의 상관계수는

방법(1)이 방법(2),(3)보다 전반적으로 낮음을 알 수 있다. 이와 같은 현상은 Nash 모형이 유역의 물리적 특성을 충분히 반영하지 못하는 단점을 강우-유출자료로 보완해 주어야함을 의미하는 것으로 관측자료의 신뢰성에 의심이 갈때 유역의 물리적 특성을 반영한 자료의 선별이 우선되어야 할 것으로 판단된다.

Nash 모형은 모형의 각 요소가 유역의 각 요소와 일치되지 않기 때문에 유역의 유출과정을 모형화하는데 어려움을 준다.⁽⁴⁾ 표 2, 표 3, 표 4에 나타난 바와 같이 원자료의 N값은 유역규모와는 관계없는 것으로 나타났다. Boyd⁽⁴⁾는 Nash 모형의 매개변수 값과 유역특성인자와의 회귀분석을 통해, N값은 유역에 따라 크게 변하지 않을 뿐 아니라 유역특성인자와의 관계가 약한 반면, K값은 유역규모에 따라 일정한 성향으로 증가하는 변동성이 있음을 밝힌 바 있다. 이와 같은 Nash 모형의 특성은 표 2, 표 3, 표 4에 의해 본 연구에서도 확인할 수 있었다. Boyd는 호주의 5개 소유역에 대해 3개 유역은 N값이 6, 나머지 2개 유역은 N값이 3인 것을 확인하였으며, 윤용남⁽⁸⁾은 N값을 시행착오법으로 산정한 결과, 경안천 유역의 2개 호우사상, 평창강 백옥포 유역의 3개 호우사상에 대해 모두 N값을 4로 결정한 바 있다. 이처럼 N값은 유역에 따라 호우사상에 관계없이 일정한 값을 가질 수 있음을 입증하는 것이라 할 수 있다.

5.3절에 대표값 산정방법별로 유도된 회귀식은 앞에서 언급한 바와 같이 N값은 유역특성인자와 상관관계가 매우 미약한 것으로 나타났다. 그러나 K값은 방법(1)를 제외하고는 K(I), K(II)방식 모두 전반적으로 양호한 상관관계를 나타냈으나 K(II)방식이 K(I)방식보다 비교적 나은 결과를 제시하고 있는 바, 향후, K(II)방식을 채택하는 것이 바람직할 것으로 판단된다.

특히, K(II)방식의 K값은 지체시간과 상관성이 다른 방식에 비해 상관계수가 거의 완전상관에 가까운 것으로 나타나 지체시간에 0.3 - 0.4를 곱하면 쉽게 K 값을 구할 수 있다. 이들 관계로부터 미세측 유역의 지체시간만 알아도 Nash모형의 매개변수를 쉽게 산정할 수 있음을 알 수 있다.

본 연구는 비교적 큰 유역내에서 연속적으로 관측되는 소유역(the nested basin of a larger watershed)을 대상으로 분석하였기 때문에, 동일 수계내 서로 다른 유역(different watersheds)을 대상으로 분석한 결과와는 차이가 있을 수 있다. 향후 이들 두 유역형태의 모든 자료를 이용하여 분석할 필요가 있을 것으로 판단된다.

7. 결 론

1. 매개변수의 산정에 필요한 강우-유출사상은 유역의 물리적 특성을 고려하여 선정하는 것이 필요함을 확인하였다.
2. N 값은 유역별로 일정한 값을 가짐을 확인하였으며, K(II)방식으로 산정된 K값이 유역 지상학적 인자와 상관성이 가장 양호하였다..
3. K(II)방식으로 산정된 K값은 지체시간과 완전 상관에 가까웠으며, 이 관계로부터 유역지체시간을 알면 미세측유역의 단위유량도를 유도할 수 있음을 확인하였다.

참고문헌

- 1) 건설부 하천시설기준, 1993, pp460-518
- 2) Nash, J. E., "The Form of The Instantaneous Unit Hydrograph.", International Assoc. Sci. Hydrology, Pub.45, Vol.3, 1957, pp.114-121.
- 3) Nash, J. E., "A Unit Hydrograph Study, with Particular Reference to British Catchments.", Proceedings of the Institution of Civil Engineers (London) 17 : 1960, pp249-282.
- 4) Boyd M. J. "A Storage Routing Model for Flood Hydrograph Synthesis Based on Geomorphologic Relations.", Ph.D. Thesis, University of New South Wales.
- 5) 건설부, 국제수문개발계획(IHP) 연구보고서, 1983-1993.
- 6) 건설부, 수자원관리기법 개발연구조사사업 보고서 별책부록 홍수수문자료집, 1991.
- 7) 한국건설기술연구원, 홍수유출예측을 위한 수리, 수문학적 인자의 결정, 건기연94-WR-113, 1994.
- 8) 김 제형, 윤 용남, "소유역의 홍수유출계산을 위한 단일선형저수지 모형의 적용.", 한국수문학회지, 제19권 제1호, 1986, pp.65-74.
- 9) Askew, A. J., "Variation in Lag Time for Natural Catchments." J of Hyd. Div., ASCE, Vol.70, 1970, pp.317-330.
- 10) Chow, V. T., Maidment. D. R. and Mays, L. M., Applied Hydrology, Mcgraw-Hill Book Company, 1988