한국소음진동공학회 1995년도 추계학술대회논문집 pp.261-266

H_∞제어기법에 의한 자기부상계의 2자유도 제어기 설계에 관한 연구

[0]김창화*, 양주호**, 문덕홍**

(A Study on 2-Degree-of-Freedom Controller Design of Magnetic Levitation System by H_∞ Control)

(Chang-Hwa Kim, Joo-Ho Yang, Deok-Hong Moon)

1. 서 론

최근, 여러분야에서 소음 및 진동을 억제하기 위한 연구가 진행중이며, 특히 전자기력을 이용한 자기부상 시스템(Magnetic levitation system)은 물체를 비접촉으로 부상시키므로 접촉 소음이 없다는 장점이 있다. 이러한 장점으로 인하여, 자기부상 시스템은 고속 회전체의 자기 베어링, 자기부상 열차등 많은 분야에 점진적으로 이용되고 있다[1)~2)]. 자기 부상 시스템은 부상력을 얻는 방법에 따라 반발부상과(Repulsive suspension)과 흡인부상(Attraction suspension) 방식으로 구분할 수 있다. 반발부상방식은 비교적 부상간극을 크게할 수 있지만 자기력 손실의 크다는 단점을 가지고 있다. 이에 흡인부상 방식은 반발 부상 방식보다 전자기력이 강하고 부상간극이 적어 에너지 효율이 크다는 장점이 있다. 흡인력 제어방식[3)]으로 물체를 부상하는 시스템은 본질적으로 불안정한 시스템이므로 부상체를 안정하게 유지하기 위해서 안정화 제어기가 필요하다. 또한 자기부상 시스템의 공칭 모델은 파라미터의 변동이나 선형화 오차로 인하여 실제 플랜트와는 차이가 있으므로, 이로 인한 강인성 문제가 제어기의 설계시에 고려되어야 한다.

본 연구에서는 자기부상시스템에 대해 흡인식 자기부상방식을 채택하고 쇠구슬에 대한 운동을 상하 1자유도로 가정하여 운동방정식을 세운다. 이때 전자석의 자기 부상력은 전자석에 흐르는 전류와 인덕턴스의 함수라 가정하고, 모델의 불확실성은 자기부상계의 운동방정식으로부터 선형화 할때발생하는 오차 및 파라미터 변동으로 생각한다. 또한 모델의 불확실성이 존재하더라도 정상편차 없이 부상하는 서보제어계를 설계한다. 그런대 저자등[4)]은 강인성 문제 및 정상편차 없는 것에 역점을 두어 H_∞제어이론에 기초한 1형 로바스트 서보 제어기를 구하여 자기부상 시스템의 안정화 제어계로써 적용한 적이 있다. 이때 중심해 이외의 해를 이용하여 설계한 서보 제어계는 자기부상계의 과도상태시에 일어나는 오버슈트를 줄일 수 없었다. 따라서 시스템 내부 안정화를 위하여 H_∞제어이론[5)~6)]에의해 설계된 피드백(Feedback) 제어기와 물체가 부상할 때 오버슈트를 줄이고 제어량이 목표치에 잘 추종하기위해 설계된 피드 포워드(Feed forward) 제어기로써 2자유도[7)~8)]를 갖는 제어계를 설계한다. 이렇게 설계한 2자유도 제어계를 가지고 모의 응답실험 과 본 연구자들이 만든 자기부상 시스템의 실험결과를 비교함으로써 설계된 제어기의 타당성을 조사한다.

* 부산수산대학교 대학원

** 부산수산대학교

2. 자기부상계의 모델링 및 제작

2.1 제어대상의 모델링

직류 전자석의 흡인력을 이용하여 쇠구슬을 지정된 위치에 부상시키는 Fig.2.1과 같은 자기 부상 시스템을 생각한다. 쇠구슬은 수직 방향으로 운동한다고 가정하면 쇠구슬의 운동 방정식은 식(1)과 같다.

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = mg - f \qquad (1)$$

여기서, m : 쇠구슬의 질량 [kg], f : 전자기력 [N]

x : 쇠구슬과 전자석 사이의 길이 [m]

g : 중력가속도 [m/s^2]

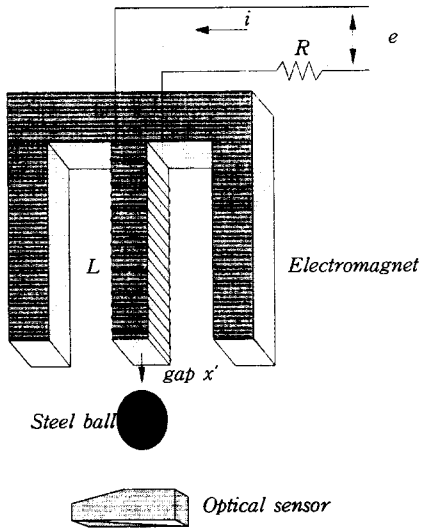


Fig.2.1 Magnetic levitation system

이 때, 전자기력 f는 전자석의 인덕턴스 L과 전류 i에 대해 x에 관한 다음의 편미분 방정식으로 놓을 수 있다.

$$f = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2}Li^2\right) \qquad (2)$$

여기서, i : 전자석에 흐르는 전류 [A]

또한, Fig.2.1에서보면, 전자석의 회로 방정식은 식(3)과 같이 얻을 수 있다.

$$e = Ri + \frac{d}{dt}(Li) \qquad (3)$$

여기서, R :전자석 코일의 저항 [Ω], L : 코일의 인덕턴스 [H], e : 전자석에 가하는 전압 [V]

위의 식(2),(3)의 인덕턴스 L은 부상체의 크기, 모양, 위치에 따라 변화하는 값으로 식(4)와 같이 전자석과 부상체의 간극 x'의 함수라 가정할 수 있다[9]

$$L(x') = \frac{Q}{X_\infty + x} + L_0 \qquad (4)$$

이때 식(4)에서 Q, X_∞, L_0는 실험에 의해 구해지는 파라미터 값들이며, 코일의 인덕턴스 L은 전자석과 부상체사이의 간극에 대해 임피던스 계산방법으로 측정하였다. 본 연구에서 이용한 임피던스 계산방법은 일정한 교류전압과 주파수 그리고 일정한 저항 값으로부터 도선에 흐르는 전류를 측정하여 인덕턴스를 구하는 방법을 말한다. 식 (1)~(4) 에서 전자석에 가하는 제어입력은 전압 e, 전자석과 부상체 사이의 간극 중 평행점에서의 미소변화분을 $x(x' = X + x, X$:평행점에서 전자석과 부상체사이의 거리)를 출력으로 했을 때의 관계식은 비선형으로 표현된다. 이 식을 평형점 부근에서 1차항까지 Taylor 급수전개법에 의해 선형화 했을 때의 전달함수는 식 (5)와 같다.

$$P(s) = \frac{x(s)}{e(s)} = \frac{b_0}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \qquad (5)$$

단, $a_3 = -m(Q + L_0(X_\infty + X))(X_\infty + X)^{-1}$, $a_2 = -mR(X_\infty + X)^4$
$a_1 = (QI^2(Q + L_0(X_\infty + X)) - Q^2I^2)$, $a_0 = RQI^2(X_\infty + X)$
$b_0 = QI(X_\infty + X)^2$

2.2 실험장치의 구성 및 파라미터 동정

Fig.2.1의 자기부상 시스템에 있어서, 전자석은 E형 규소강판을 적층하고 직경이 0.5 (mm)인 코일을 1900회정도 감고 만들었다. 또한 쇠구슬은 직경이 62.4 (mm)이고, 전자석과 쇠구슬의 간극은 레이져식 위치센서를 쇠구슬의 연직하방에 설치하여 측정하였다. 또한, 자기부상계에 가하는 제어전압을 증폭하는 선형앰프는 트랜지스터를 이용하여 자작하였고, 이 앰프의 최대 출력전압은 50(v)이고, 이때 평형점 $X = 7(mm)$에서의 공급전압은 27.6 (v)이다.

Fig.2.2는 코일의 인덕턴스 L과 간극 x에대한 그림이다. 이 그림에서 별표모양의 값들은 실제 코일의 인덕턴스 L과 간극 x 에 대한 실험 데이터이고 이러한 데이터를 가지고 최소 자승법에 의해 구한 $L(x)$의 각 파라미터의 값들을 구한 결과는 다음과 같다. 이들의 값에 의한 $L(x)$의 그래프는 Fig.2.2의 실선과 같다.

$M = 1.048(kg)$, $R = 31.78(\Omega)$
$Q = 3.26905\,(Hm)$, $X_\infty = 6.002747\,(m)$, $L_0 = 2.384\,(H)$

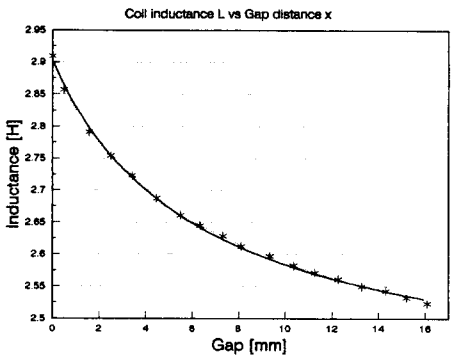


Fig.2.2 Coil inductance L vs. gap distance x

자기부상 시스템에 대한 식(5)의 전달함수는 위의 파라미터 값을 이용하면 식(6)과 같다.

$$P(s) = \frac{-5.968}{(s + 29.332)(s + 14.105)(s - 30.999)} \qquad (6)$$

3. 제어기의 설계

3.1 H_∞제어기 설계 및 주파수 하중함수 선정

H_∞제어 이론은 폐루프 전달함수의 무한대(∞)노옴을 평가하고, 이것을 어느 일정치 이하로 억제하는 보상기를 구하는 설계이론이다. 본 논문에서는 하중함수가 포함된 일반화 플랜트 $G(s)$와 제어기 $K(s)$로 이루어진 제어 시스템은 Fig.3.1과 같다.

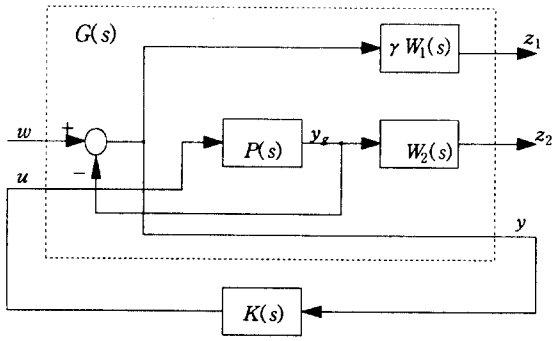


Fig.3.1 Generalized plant with the controller

Fig.3.1에서 $w(t)\in R^{m1}$는 기준신호, 외란 등에 해당하는 외부입력, $u(t)\in R^{m2}$는 제어입력, $y(t)\in R^{l2}$는 관측량 $z(t)=[\ z_1\ z_2\ ]^T\in R^{l1}$는 제어량, 그리고 $x(t)\in R^n$는 상태변수이다. 입력 w에서 편차 e까지의 전달함수를 $S(s)$, 입력 w에서 제어대상의 출력 y까지의 전달함수를 $T(s)$, 루프 전달함수를 $L(s)$이라하면, $L(s)$, $S(s)$, $T(s)$는 아래와 같이 정의 된다.

$$L(s) = P(s)K(s)$$
$$S(s) = \{I + L(s)\}^{-1}$$
$$T(s) = L(s)\{I + L(s)\}^{-1}$$

여기서 $S(s)$는 감도함수이고 $T(s)$는 상보감도함수이다. 또한 $W_s(s)$은 감도함수에 대한 주파수 하중함수이고, γ는 $W_s(s)$의 게인을 조정하기위한 양의 실수이며, $W_t(s)$는 상보감도함수에 대한 주파수 하중함수이다. 이때

$$\left\| \begin{bmatrix} \gamma W_s S \\ W_t T \end{bmatrix} \right\|_\infty < 1 \qquad (7)$$

식(7)을 만족하는 제어기 $K(s)$를 구하는 것을 혼합감도문제라 한다[10)~11)]. 이러한 혼합감도문제의 해를 구하기 위해 아래의 설계사양에 의거하여 주파수 하중함수 $W_s(s)$, $W_t(s)$를 선정하였다.

설계사양 :

1) 공칭 성능(Nominal performance) : 0.1(rad/s)
2) 모델의 파라미터 변동 및 수학적 모델링 오차에 대한 로바스트 안정성(Robust stability)

감도함수 $S(s)$에 대한 주파수하중 $W_s(s)$은 공칭성능에 대한 설계사양 0.1(rad/s)의 추종성을 갖기위하여 식(8)과 같은 일차 하중함수를 선정하였다.

$$W_s(s) = \frac{50}{\left(\frac{1}{2\times\pi\times 0.0157}s + 1\right)} \qquad (8)$$

다음으로 설계사양 2를 만족하는 제어기를 설계하기 위하여 상보감도함수 $T(s)$에 대한 주파수 하중 $W_t(s)$은 아래와 같은 제어대상의 정보를 이용한다.

① 전달함수 $P(s)$의 분모와 분자의 상대적 차수가 3.

② 공칭 플랜트 $P(s)_{nom}$에 대한 곱셈형 섭동(Multiplica-tive perturbation : Δ_{mpl})은

$$\Delta_{mpl}(s) = (P_{real} - P_{nom})P_{nom}^{-1} \qquad (9)$$

$$\bar{\sigma}\{\Delta_{mpl}(jw)\} \le |W_t(jw)| \qquad (10)$$

으로 생각한다. Fig.3.2은 Table 1에 있는 제어대상의 파라미터 변동에 대한 최대값 및 최소값을 사용하여 식(9)에 대한 주파수 응답이다.

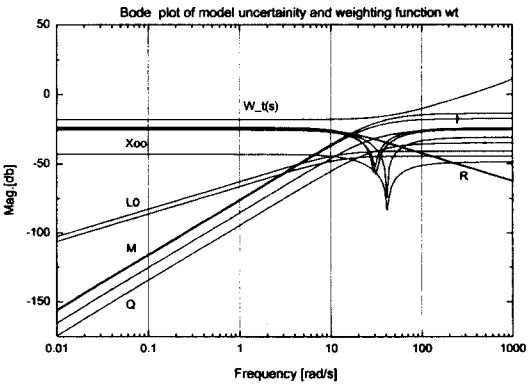


Fig.3.2 Bode plot of model uncertainties

Table 1 Parameters

Parameter	Max. Value	Min. Value
$Q[\ Hm]$	3.3346×10^{-3}	3.100×10^{-3}
$L_0[\ H]$	2.40	2.36
$R[\ \Omega]$	34.9	30.78
$X_\infty[\ m]$	6.051×10^{-3}	5.800×10^{-3}
$M[\ kg]$	1.21	0.87
$I[\ A]$	0.9	0.8

이러한 관계를 이용하여 상보감도함수의 주파수 하중함수는 식(11)과 같이 선정하였다.

$$W_1(s)=\frac{(\frac{1}{14\times\pi}s+1)(\frac{1}{600\times\pi}s+1)(\frac{1}{700\times\pi}s+1)}{8} \quad (11)$$

이러한 주파수 하중함수에 대해 식(7)을 만족하는 제어기 $K_1(s)$를 Glover 와 Doyle이 제안하는 알고리즘을 사용하여 구하였다. 여기서, γ=3 으로하여 계산한 결과, 제어기는 식(12)와 같다.

$$K_1(s)=\frac{K_{1n}(s)}{K_{1d}(s)} \quad (12)$$

단, $K_{1n}(s)=-10^{10}\times(1.157s^3+63.31s^2+1046s+5403)$

$K_{1d}(s)=s^4+4274s^3+4938\times10^3s^2+8542\times10^5s+8421\times10^4$

이때 샘플링 주기를 120 (μs)으로하여 식(12)을 쌍선형 변환 방식으로 이산화한 제어기는 식(13)이다.

$$K_1(z)=\frac{K_{1n}(z)}{K_{1d}(z)} \quad (13)$$

단, $K_{1n}(z)=10^5\times(-5.464z^4+10.89z^3+0.03577z^2-10.89z+5.428)$

$K_{1d}(z)=z^4-3.541z^3+4.68z^2-2.737z+0.5972$

3.2. 서보 제어계의 구성

위 3.1절에서 설계한 피드백 보상기 $K_1(s)$와 더블어 제어량이 목표치에 잘 추종하도록 피드 포워드(feed forward)제어기 $F(s)$를 설계하여 Fig.3.3과 같이 2자유도를 갖는 제어계를 설계한다.

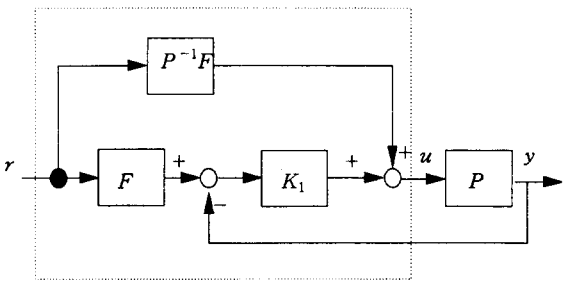


Fig.3.3 2-degree-of freedom control system

2자유도계의 이론에 의하면 목표치 입력 r과 제어대상의 출력 y 를 이용하여 제어 입력 u를 만들어 내는 방법중의 하나가 Fig.3.3과 같은 제어시스템이다. Fig.3.3에서 알 수 있는 바와 같이 입력 u로부터 출력 y까지의 전달 함수 $P_{yr}(s)$은 식 (14)과 같다

$$P_{yr}(s)=F(s) \quad (14)$$

식(14)에서 알 수 있듯이 피드백 보상기 $K_1(s)$는 입력 r부터 출력 y에 영향을 미치지 못한다. 또한 피드포워드 보상기 $F(s)$는 피드백 특성에 영향을 미치지 못함을 알 수 있다. 여기서 제어기의 안정성을 보장하고 정상편차를 없애기 위하여 피드 포워드 보상기 $F(s)$는 식(15)을 만족하여야 한다

$$P(s)^{-1}F(s)\in RH_\infty \quad (15)$$

$$F(0)=I \quad (16)$$

본 연구에서 이용된 자기부상계의 전달함수가 식(6)에 유의하여 피드포워드 보상기 $F(s)$를 식(17)과 같이 3차가 되도록 선정한다.

$$F(s)=\frac{a}{(s+a)^3} \quad (17)$$

본 실험에서는 시행착오를 거쳐 a를 66로 하여 피드포워드 제어기를 설계하였다. 이때 샘플링 주기를 120 (μs)으로하여 식(17)을 쌍선형 변환 방식으로 이산화한 제어기는 식(18)이다.

$$F(z)=\frac{10^{-8}\times(5.34z^3+16.02z^2+16.02z+5.34)}{z^3-2.977z^2+2.955z-0.9776} \quad (18)$$

4. 시뮬레이션 결과와 실험결과

자기부상 시스템에 대해 응답실험을 하기위해 디지털 제어기로는 IBM-PC/486을 이용하였고, 연속계와 이산계 사이의 신호변환을 위하여 12비트의 A/D, D/A 컨버터(AXIOM-AX5411)를 사용하였다. 또한, 쇠구슬의 위치는 레이저 센서를 이용하여 계측하였고, 샘플링 주기는 A/D, D/A 변환기의 카운터를 이용하여 하드웨어 인터럽트를 이용하였다. 설계된 제어기의 타당성을 검증하기위해 아래와 같은 경우로 시뮬레이션 및 응답실험을 행하였다.

(case A) : 공칭 성능을 조사하기 위해 스텝적으로 부상위치를 변경한 경우.

(case B) : 외란제거 성능을 알아보기 위해 쇠구슬이 평형점에 있을 때 외란을 가한 경우.

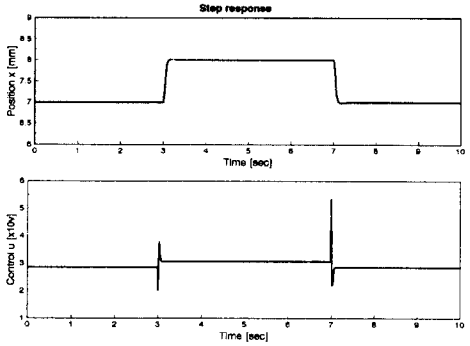
(case C) : 강인한 추종성을 조사하기 위해 파라미터 변동(쇠구슬의 질량이 변동)을 한 경우.

먼저, Fig.4.1은 case A에 해당하는 실험으로서 편차없이 기준위치로 수렴하는가를 알아보기 위해 부상위치를 스텝적(1 mm)으로 변경한 경우의 실험결과이다. 이때 X축은 시간이고 Y축은 평행점으로 부터 쇠구슬의 위치 및 제어입력이다. 이때 Fig.4.1(a)은 시뮬레이션 결과이며, Fig.4.1(b)은 실제 부상실험을 행한 결과이다. 두 그림으로부터, 초기의 과도상태에서 오버슈트가 없음을 알 수 있고 기준 입력에 대해 정상편차 없이 부상되어 있음을 알 수 있다.

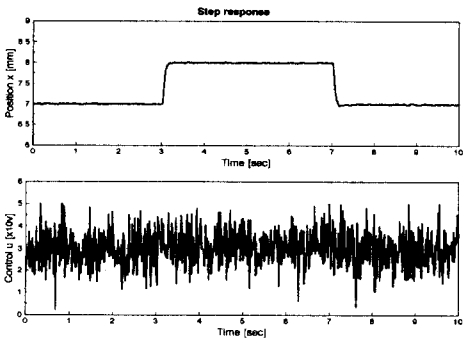
Fig.4.2는 case B에 해당하는 경우의 응답이다. Fig. 4.2(a)는 시뮬레이션 결과이며, Fig.4.2(b)는 실제부상실험의 결과이다. 이때 자기부상계에 외란으로 가한것은 부상된 상태에서 전류의 변화이고, 이 전류의 변화는 쇠구슬이 부상된 상태에서 전자석의 저항값을 3초에 증가하였다가 7초후에 저항값을 제거한 상태로 행하였다. 이때 증감하였던 저항값은 4[Ω]으로 전자기력의 약 40%에 해당하는 값이다. 위의 모두 강인한 외란 제거 성능을 보이고 있다.

Fig.4.3은 case C에 해당하는 경우의 응답실험이다. Fig.4.3(a)은 시뮬레이션 결과이며, Fig.4.3(b)은 실제 부상실험의 결과이다. 시뮬레이션 및 실제실험에서 이용한 자기부상계의 질량의 변동값은 Table.1에 있는 최대값이고, 이 값은 공칭모델의 질량에 약 18%에 해당하는 값이다. 이 경우의 실험결과로부터 파라미터가 변동한 경우에도 강인한 추종성능이 있음을 알 수 있다.

위의 Fig.4.1~Fig.4.3의 시뮬레이션의 결과와 실제의 부상실험을 행한 결과 모두를 보면, 3절에서 설계한 2자유도 제어기는 파라미터의 변동이나 외란을 가한 경우에도 양호한 제어성능을 가지고 있고, 오버슈트 없이 목표치의 추종성이 있음을 알 수 있다.

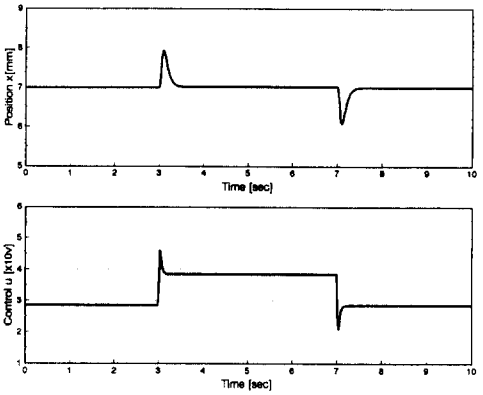


(a) Simulation result

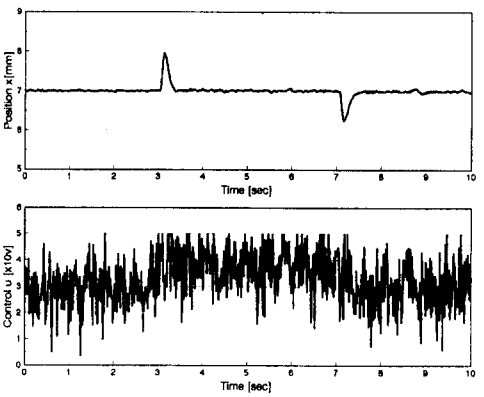


(b) Experimental result

Fig.4.1 Step responses of magnetic levitation system in the case a

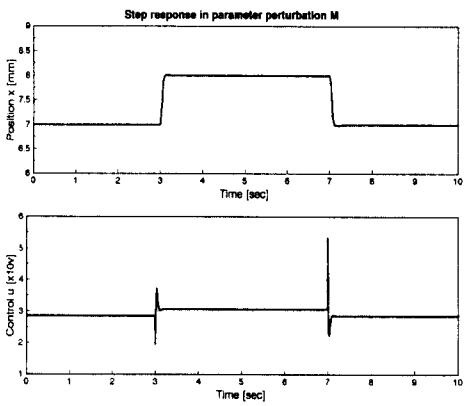


(a) Simulation result

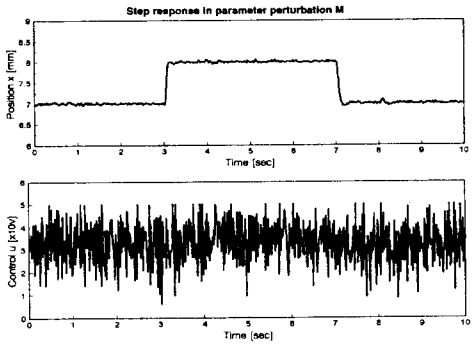


(b) Experimental result

Fig.4.2 Disturbance responses of magnetic levitation system in the case b



(a) Simulation result



(b) Experimental result

Fig.4.3 Responses the perturbation M in the case c

5. 결 론

본 연구에서는 상하 1자유도로 제한한 경우에 있어 자기부상 시스템을 수학적으로 모델링하고 H_∞제어이론을 이용하여 설계한 피드백 제어기와 목표치 추종성을 좋게 하기위하여 피드 포워드로 제어기를 가지고 2자유도 제어계를 구성하여 시뮬레이션 및 실제 부상실험를 수행하였다. 실험결과로부터 아래와 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1) 자기부상 시스템의 전자기력은 자속밀도의 함수로 생각하지 않고 전자석의 전류와 인덕턴스의 함수로 모델링할 수 있었고, 또한 인덕턴스는 전자석과 부상체의 간극의 함수로 생각하여 제어기를 구할 수 있었다.

2) 본 연구에서 설계된 2자유도 제어기는 과도상태에서 오버슈트 없이 목표치에 추종하고 있으며 또한 모델의 불확실성이 존재하더라도 안정하게 부상하고 있고 외란제거성능도 갖고 있음을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

1) 野波, "磁氣浮上 磁氣軸受制御の現況と制御理論", 計測と制御, Vol.32.4, pp.301, 1993

2) 電氣學會, "磁氣浮上と磁氣軸受", コロナ社, pp.6~pp36, 1993

3) 永田正夫, "磁氣浮上技術の動向と動的問題",日本機械學會誌, Vol.96, No.899, pp.876~879, 1993

4) 양주호,김창화,정석권,김영복,"자기부상 시스템에 강인한 제어기 설계에 관한 연구(I)",한국박용기관학회,Vol.19,No.3, 1995

5) Glover, K. and Doyle, J.C., "State-Space Formulae for All Stabilizing Controllers that Satisfy an H_∞-Norm Bound and Relations to Risk Sensitivity", Systems & Control Letters,Vol.11, pp.167~172, 1988

6) Doyle, J.C., Glover, K., Khargonekar, P.P. and Francis, B.A., "State-Space Solutions to Standard H_2 and H_∞ Control Problems", IEEE Tranactions on Automatic Control, Vol. 4, No. 8, pp. 831~847, 1989

7) 藤崎泰正, 池田幸夫,"2自由度 積分型 サボ系 構成", 計測自動制御學會論文集, Vol.27, No.8,pp.907~914,1991

8) 정병건,양주호, 김창화,"μ-설계법에 의한 저속 박용 디젤기관의 속도제어기 설계," 韓國舶用機關學會誌, 第19卷, 第 1號, pp.60~70, 1995

9) 山田 ·,宮澤永次郎,別所 一夫, "基礎磁氣工學", 學獻社, pp.183~186, 1985

10) 細江繁幸, 荒木光彦, 制御系設計(H_∞制御とその應用), 朝倉書店, 東京, pp.4~136, 1994

11) Shahian.B,Hassul.M, Control system design using matlab,Prentice-hall, pp.295~448, 1993