

이산푸리에 변환을 이용한 순환대칭 구조물의 유한요소 진동 해석

김창부, 김정락*

(Finite Element Vibration Analysis of Structures with Cyclic Symmetry using Discrete Fourier Transform)

(Chang-Boo Kim , Joung-Rak Kim)

1. 서론

터빈 익렬, 펌프 익차, 원형 냉각탑, 치차 등과 같이 동일한 형상이 원주 방향으로 반복되어 있는 순환 대칭 구조물의 진동특성을 유한 요소법을 사용하여 해석하는 경우에 전체구조를 모델링하는 대신에 구조물을 동일한 형상의 부분구조로 분할하여 부분구조 한개만을 모델링하고 분할된 경계에서 적절한 경계조건을 부과하여 진동해석을 수행함으로써 컴퓨터 기억용량을 절감시키고 계산시간을 단축할 수 있는 방법이 널리 사용되고 있다.

Orris and Petyt[1]는 부분구조의 양쪽 분할 경계면, 즉 연결 경계상에 있는 절점변위의 상관관계를 복소파동전파식을 이용하여 구하여 부분구조의 감소된 복소강성행렬 및 질량행렬을 만들고 실수부와 허수부를 분리하여 유한요소해석을 수행하는 방법을 제안하였다. 유한요소 프로그램 ANSYS[2]에서는 이와 같은 방법을 사용하고 있다.

Thomas[3]는 순회 정규모드를 이용하였고, 참고문헌[4]에서는 순회행렬을 이용하였다. 또한 유한요소 프로그램 MSC/NASTRAN[5]에서는 푸리에 급수를 이용하고 유한요소 절점의 위치 및 변위를 원통 좌표계를 표현하여 순환대칭구조물의 유한요소해석을 수행할 수 있도록 되어있다.

본 논문에서는 순환 대칭구조물의 형상의 주기성과 순환성을 고려하여 이산푸리에 변환을 이용함으로써 순환대칭구조물의 유한요소진동해석을 체계적으로 저용량의 컴퓨터에서 신속하고 정확하게 수행할 수 있는 방법을 제안하고자 한다.

2. 순환대칭 구조

동일한 형상이 원주 방향으로 반복되어 있는 구조를 순환대

칭 구조라 한다. 즉 형상이 임의의 각에서 정의되어 있을 때 특정한 각도만큼 회전시켜도 동일한 형상을 갖게 된다.

Fig 1.과 같이 x축에 대한 순환대칭 전체구조를 원주 방향으로 n개의 동일한 형상의 부분구조로 분할할 수 있다.

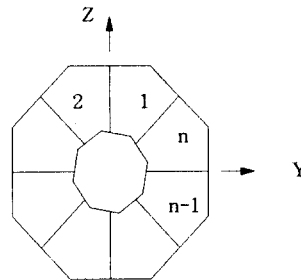


Fig. 1. Partition of whole structure

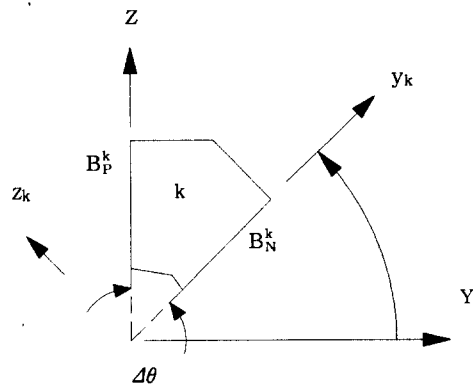


Fig. 2. Geometry of substructure

* 인하대학교 자동차 공학과

** LG산전(주) 연구소

전체구조를 n개의 부분구조로 나눔으로써 부분구조를 이루

는 분할각 $\Delta\theta$ 는 다음과 같다.

$$\Delta\theta = \frac{2\pi}{n} \quad (1)$$

부분구조 각각에 좌표계가 설정되며 k번째 부분구조에 설정된 좌표계(x_k, y_k, z_k)는 전체 좌표계(X, Y, Z)로부터 θ_k 만큼 회전되어 있으며 θ_k 는 다음과 같다.

$$\theta_k = k\Delta\theta \quad (2)$$

Fig.2와 같은 k번째 부분구조의 양의 경계면 B_p^k 과 k+1번째 부분구조의 음의 경계면 B_N^{k+1} 은 동일한 면이므로 이와같은 연결경계면에 있는 질점의 변위 벡터는 다음과 같은 조건을 만족시켜야 한다.

$$\vec{u}_p^k = \vec{u}_N^{k+1} \quad (3)$$

여기서 \vec{u}_p^k 는 k번째 부분구조의 양의 경계면 상에 있는 질점의 변위벡터이고 \vec{u}_N^{k+1} 는 k+1번째 부분구조의 음의 경계면 상에서 상기한 질점과 일치되는 질점의 변위벡터이다. 또한, 연결경계면에서의 힙조건은 작용과 반작용의 관계로부터 다음과 같이 표현된다.

$$\vec{f}_p^k = -\vec{f}_N^{k+1} \quad (4)$$

여기서 \vec{f}_p^k 는 k번째 부분구조의 양의 경계면 상에서 있는 질점에 작용하는 단위면적당의 반력벡터이고 \vec{f}_N^{k+1} 는 k+1번째 부분구조의 음의 경계면의 상에서 상기한 질점과 일치되는 질점에 작용하는 단위면적당의 반력벡터이다.

n+1번째 부분구조는 1번째 부분구조이므로 부분구조의 번호를 나타내는 윗 첨자는 다음의 관계를 갖는다.

$$n+1 = 1 \quad (5)$$

3. 운동방정식

3.1 좌표변환

순환대칭 구조물을 구성하는 n개의 부분구조에 각각 좌표계가 부착되어지고, k+1번째 좌표계는 k번째 좌표계로부터 X축에 대하여 $\Delta\theta$ 만큼 회전되어 있도록 설정되므로 위치, 변위, 힘 등 물리벡터(physical vector)의 k+1번째 좌표계에 대한 대수벡터(algebraic vector)는 다음과 같은 회전행렬 R을 이용하여 k번째 좌표계에 대한 성분벡터로 좌표변환될 수 있다.

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Delta\theta & -\sin\Delta\theta \\ 0 & \sin\Delta\theta & \cos\Delta\theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

따라서 k번째 부분구조와 k+1번째 부분구조의 연결경계면에 있는 질점의 변위조건 (3)과 반력조건 (4)는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{u}_p^k = R \mathbf{u}_N^{k+1} \quad (7)$$

$$\mathbf{f}_p^k = -R \mathbf{f}_N^{k+1} \quad (8)$$

3.2 부분구조 운동방정식

전체구조를 분할하므로서 이웃하는 부분구조 사이의 연결경계면은 부분구조의 경계면이 된다. 부분구조의 질량행렬 M^s , 감쇠행렬 C^s 및 강성행렬 K^s 는 모든 부분구조에 대하여 동일하므로 부분구조의 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$M^s \ddot{\mathbf{v}}^k(t) + C^s \dot{\mathbf{v}}^k(t) + K^s \mathbf{v}^k(t) = \mathbf{f}^k(t) \quad \text{for } k=1, \dots, n \quad (9)$$

여기서 $\mathbf{v}^k(t)$ 는 k번째 부분구조의 k번째 좌표계에 대한 질점 변위 벡터행렬이며 내부질점변위 벡터행렬 \mathbf{v}_i^k , 양의 경계질점 변위 벡터행렬 \mathbf{v}_p^k , 음의 경계질점변위 벡터행렬 \mathbf{v}_N^k 로 이루어진다. 또한 $\mathbf{f}^k(t)$ 는 k번째 부분구조에 가해지는 외력 벡터행렬이다.

이웃하는 부분구조와의 연결경계에서의 질점변위 벡터행렬은 식 (7)로부터 다음과 같은 조건을 만족해야 한다.

$$\mathbf{v}_p^k = \mathbf{A} \mathbf{v}_N^{k+1} \quad \text{for } k=1, \dots, n \quad (10)$$

여기서 \mathbf{A} 는 연결경계에서의 질점변위 벡터행렬을 k+1번째 좌표계에서 k번째 좌표계로 변환하는 좌표변환 행렬로서 직교행렬이다.

또한, 연결경계에서의 질점반력 벡터행렬은 식 (8)로부터 다음과 같은 관계식을 만족해야 한다.

$$\mathbf{f}_p^k = -\mathbf{A} \mathbf{f}_N^{k+1} \quad \text{for } k=1, \dots, n \quad (11)$$

3.3 자유도수

한 개의 부분구조의 내부질점 자유도수를 N_i , 부분구조가 다른 부분구조와 공통으로 X축 상에 질점을 갖고 있는 경우에 그와 같은 공통질점 자유도수를 N_c , 공통질점을 제외한 한쪽

연결경계면의 경계절점 자유도수를 N_B 라고 하면 부분구조의 자유도수 N_S 는 다음과 같다.

$$N_S = N_I + 2N_B + N_C \quad (12)$$

또한, 전체구조의 독립 자유도수 N_W 는 다음과 같다.

$$N_W = nN_I + nN_B + N_C \quad (13)$$

식(12)를 식(13)에 대입하면 N_W 는 다음과 같이 된다.

$$N_W = nN_S - nN_B - (n-1)N_C \quad (14)$$

그런데 부분구조의 운동방정식과 연결경계에서의 절점변위 관계식을 이용하여 전체구조의 운동방정식을 유도할 수 있다. 이와같은 경우 부분구조의 운동방정식 (9)의 자유도수는 N_S 이므로 n 개의 부분구조의 운동방정식으로 구성되는 전체 운동방정식의 자유도수는 nN_S 이고, 연결경계에서의 절점변위 구속식 (10)의 갯수는 $N_B + N_C$ 이므로 n 개의 연결경계에서의 절점변위 구속식으로 구성되는 전체 변위구속식은 $n(N_B + N_C)$ 개의 구속식에서 공통절점변위의 순환구속으로 인한 N_C 개의 종속식을 제외하면 $n(N_B + N_C) - N_C$ 개의 독립된 식으로 구성된다. 따라서 전체 구조의 운동방정식의 독립 자유도수 N_W 는 전체 운동방정식의 자유도에서 독립된 전체 변위구속식의 갯수를 빼면 식(14)와 같다.

4. 이산 푸리에 변환

4.1 절점변위의 변환

이산 푸리에 변환(Discrete Fourier Transform)을 이용하면 절점변위 벡터행렬은 다음과 같이 원주방향 조화형으로 표현된다.

$$\mathbf{v}^k(t) = \sum_{m=0}^{n-1} \text{Re}(\mathbf{v}_m^C(t) e^{im\theta_k}) \quad \text{for } k=1, \dots, n \quad (15)$$

여기서 $i = \sqrt{-1}$ 이고 지수 m 은 절직경수(number of nodal diameter)를 나타낸다. 그리고 $\mathbf{v}_m^C(t)$ 는 지수 m 에 관한 임의의 부분구조에 대하여 변환된 절점변위 복소벡터행렬로서 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{v}_m^C(t) = \mathbf{v}_m^R(t) + i\mathbf{v}_m^I(t) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \mathbf{v}^k(t) e^{-im\theta_k} \quad \text{for } m=0, \dots, n-1 \quad (16)$$

식 (15)과 식 (16)은 이산 푸리에 변환의 짝을 이룬다.

식 (15)를 삼각함수형으로 표현하면 다음과 같다.

$$\mathbf{v}^k = \mathbf{v}_0^R + \sum_{m=1}^{n-1} (\mathbf{v}_m^R \cos m\theta_k - \mathbf{v}_m^I \sin m\theta_k) \quad (17)$$

여기서

$$\mathbf{v}_m^R = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\mathbf{v}^k \cos m\theta_k) \quad (18)$$

$$\mathbf{v}_m^I = -\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\mathbf{v}^k \sin m\theta_k) \quad (19)$$

그런데 $(n-m)\theta_k = nk\Delta\theta - m\theta_k = 2\pi k - m\theta_k$ 이므로 식(17)은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\mathbf{v}^k = \mathbf{v}_0^R + 2 \sum_{m=1}^{\frac{n}{2}-1} (\mathbf{v}_m^R \cos m\theta_k - \mathbf{v}_m^I \sin m\theta_k) + (\text{if } n \text{ is even}) \mathbf{v}_{n/2}^R \cos \frac{n}{2} \theta_k \quad (20)$$

상기식에서

$$p = \begin{cases} \frac{n-1}{2} & \text{if } n \text{ is odd} \\ \frac{n}{2}-1 & \text{if } n \text{ is even} \end{cases} \quad (21)$$

4.2 외력의 변환

절점외력 벡터행렬을 절점변위 벡터행렬의 변환과 유사하게 변환시키면 다음과 같다.

$$\mathbf{f}^k = \mathbf{f}_0^R + 2 \sum_{m=1}^{\frac{n}{2}-1} (\mathbf{f}_m^R \cos m\theta_k - \mathbf{f}_m^I \sin m\theta_k) + (\text{if } n \text{ is even}) \mathbf{f}_{n/2}^R \cos \frac{n}{2} \theta_k \quad (22)$$

여기서

$$\mathbf{f}_m^R = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\mathbf{f}^k \cos m\theta_k) \quad (23)$$

$$\mathbf{f}_m^I = -\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\mathbf{f}^k \sin m\theta_k) \quad (24)$$

4.3 운동방정식의 변환

n 개의 부분구조에 대한 선형운동방정식 및 연결경계에서의 변위구속식을 이산 푸리에 변환하면 n 개의 변환된 선형운동방정식 및 대응되는 변환된 구속조건식이 얻어진다. 즉, $k=1, \dots, n$ 에 대하여 부분구조의 운동방정식 (9) 및 연결경계에서의 변위 구속식 (10)에 식 (20) 및 식 (22)를 대입하여 지수 m 에 따라서 정리하면 부분구조의 특성으로 표현되는 다음과 같은 $1+2p$ (if n is even) $1 = n$ 개의 운동방정식과 연결 경계에서의 변위 구속식을 얻을 수 있다.

1) $m = 0$ 일 때

부분구조의 변환된 운동방정식은 다음과 같다.

$$\mathbf{M}^S \ddot{\mathbf{v}}_0^R + \mathbf{C}^S \dot{\mathbf{v}}_0^R + \mathbf{K}^S \mathbf{v}_0^R = \mathbf{f}_0^R \quad (25)$$

그리고 연결경계에서 변환된 변위 구속식은 다음과 같다.

$$\mathbf{v}_{P0}^R = \mathbf{A} \mathbf{v}_{N0}^R \quad (26)$$

2) $1 \leq m \leq p$ 일 때

부분구조에 대한 변환된 운동방정식은 다음과 같다.

$$\mathbf{M}^S \ddot{\mathbf{v}}_m^R + \mathbf{C}^S \dot{\mathbf{v}}_m^R + \mathbf{K}^S \mathbf{v}_m^R = \mathbf{f}_m^R \quad (27)$$

$$\mathbf{M}^S \ddot{\mathbf{v}}_m^I + \mathbf{C}^S \dot{\mathbf{v}}_m^I + \mathbf{K}^S \mathbf{v}_m^I = \mathbf{f}_m^I \quad (28)$$

그리고 연결경계에서 변환된 변위 구속식은 다음과 같다.

$$\mathbf{v}_{Pm}^R = \mathbf{A} (\mathbf{v}_{Nm}^R \cos \theta_m - \mathbf{v}_{Nm}^I \sin \theta_m) \quad (29)$$

$$\mathbf{v}_{Pm}^I = \mathbf{A} (\mathbf{v}_{Nm}^R \sin \theta_m + \mathbf{v}_{Nm}^I \cos \theta_m) \quad (30)$$

여기서

$$\theta_m = m \Delta \theta \quad (31)$$

3) n 이 짝수이고 $m=n/2$ 일 때

부분구조에 대한 변환된 운동방정식은 다음과 같다.

$$\mathbf{M}^S \ddot{\mathbf{v}}_{n/2}^R + \mathbf{C}^S \dot{\mathbf{v}}_{n/2}^R + \mathbf{K}^S \mathbf{v}_{n/2}^R = \mathbf{f}_{n/2}^R \quad (32)$$

그리고 연결경계에서 변환된 변위 구속식은 다음과 같다.

$$\mathbf{v}_{Pn/2}^R = -\mathbf{A} \mathbf{v}_{Nn/2}^R \quad (33)$$

4.4 자유도수

$m=0$ 일 때 변환된 운동방정식의 자유도수는 N_S 이고 변환된 변위구속식의 갯수는 $N_B + N_{C0}$ 이다. 여기서 N_{C0} 는 공통절점에서 변환된 변위구속식 (26)중에서 독립된 구속식의 갯수이다. 따라서 변환된 방정식의 독립된 자유도수는 $N_S - N_B - N_{C0}$ 이다.

$1 \leq m \leq p$ 일 때 변환된 운동방정식의 자유도수는 $2N_S$ 이고 변환된 변위구속식은 $2N_B + 2N_{Cm}$ 이다. 여기서 $2N_{Cm}$ 은 공통절점에서 변환된 변위구속식 (29)과 (30)중에서 독립된 구속식의 갯수이다. 따라서 변환된 방정식의 독립된 자유도수는 $2(N_S - N_B - N_{Cm})$ 이다.

n 이 짝수이고 $m=n/2$ 일 때 변환된 운동방정식의 자유도수는 N_S 이고 변환된 변위구속식은 $N_B + N_{Cn/2}$ 이다. 여기서 $N_{Cn/2}$ 는 공통절점에서 변환된 변위구속식 (33)중에서 독립된 구속식

의 갯수이다. 따라서 변환된 방정식의 독립된 자유도수는 $N_S - N_B - N_{Cn/2}$ 이다.

그런데, 공통절점에서 변환된 변위 구속식중에서 독립된 전체 구속식의 갯수는

$$N_{C0} + \sum_{m=1}^p 2N_{Cm} + (\text{if } n \text{ is even}) N_{Cn/2} = (n-1)N_C \quad (34)$$

가 되어야하므로 변환된 운동방정식 전체의 독립자유도수는 다음과 같고,

$$\begin{aligned} & (N_S - N_B - N_{C0}) + \sum_{m=1}^p 2(N_S - N_B - N_{Cm}) + \\ & (\text{if } n \text{ is even}) (N_S - N_B - N_{Cn/2}) \\ & = nN_S - nN_B - (n-1)N_C \end{aligned} \quad (35)$$

식(14)의 전체구조의 독립자유도수 N_W 와 일치한다.

4.5 이산 푸리에 역변환과 전체 좌표계의 표현

지수 각각에 대하여 표현된 운동방정식 및 연결경계 변위 구속식을 만족하는 해 \mathbf{v}_0^R , \mathbf{v}_m^R 및 \mathbf{v}_m^I ($m=1, \dots, p$), $\mathbf{v}_{n/2}^R$ 를 구하면 k 번째 부분구조의 절점변위 성분벡터 \mathbf{v}^k 는 식 (20)에 표현된 이산 푸리에의 역변환을 이용하여 계산된다.

이와같이 계산된 k 번째 부분구조의 임의의 절점의 변위벡터 혹은 회전벡터 \mathbf{v}_i^k 는 k 번째 좌표계에 대하여 표현되어 있으므로 전체 좌표계에 대하여 표현되는 변위벡터 혹은 회전벡터 \mathbf{v}_{ki} 를 얻기 위해서는 좌표계의 변환을 다음과 같이 수행해야 한다.

$$\mathbf{v}_{ki} = \mathbf{R}^k \mathbf{v}_i^k \quad (36)$$

여기서 \mathbf{R}^k 는 k 번째 좌표계의 전체 좌표계에 대한 회전행렬이다.

$$\mathbf{R}^k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_k & -\sin \theta_k \\ 0 & \sin \theta_k & \cos \theta_k \end{bmatrix} \quad (37)$$

5. 수치해석 결과

본 논문에서는 상용 유한요소해석 프로그램 EMRC NISA II(6)를 사용하여 자유진동해석 및 강제진동해석을 수행하였다.

5.1 완전자유 정사각평판의 자유진동해석

내변이 모두 자유단이며 가로, 세로의 길이가 1m 이고 두께가 5mm 인 정사각평판에 대하여 자유진동해석을 수행하였다. 한 요소당 8개의 절점을 가진 3차원 일반 쉘요소(3-D general shell element)를 사용하여 사각평판을 유한요소 분할하였으며 각 절점은 UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ인 6개의 자유도를 가지고 있다. 또한, 평판의 물성치는 다음과 같다.

Young 탄성계수 : 2.0×10^{11} N/m²

Poisson 비 : 0.3

밀도 : 7850 kg/m³

전체구조의 형상과 해석에 사용된 유한요소모델을 Fig 3.에 나타내었다. 전체구조를 4개의 부분구조로 분할하고 그 부분구조를 Fig 4.에 나타내었다.

해석에 필요한 자유도는 다음과 같다.

$N_I = 450$ $N_B = 60$
 $N_C = 6$ $N_S = 576$
 $N_W = 2046$ $N_{C0} = 4$
 $N_{C1} = 4$ $N_{C2} = 6$

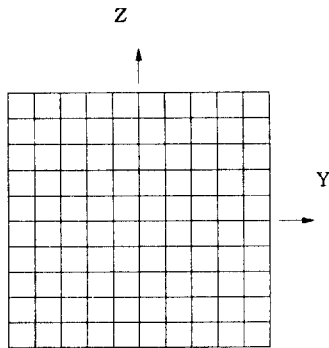


Fig 3. FEM model for whole structure of square plate

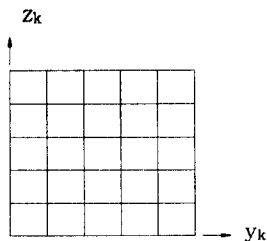


Fig 4. FEM model for substructure of square plate

전체구조에 대하여 24개의 고유진동수를 구해보았고, 부분구조에 대해서는 m=0일 때 6개, m=1일 때 12개, m=2일 때 각각 6개의 진동수를 구하여 그 중 강제모드를 제외한 10개의 저차진동수를 Table 1.에 나타내었다. 고유진동수는 두 경우에 일

치하고 있다.

강제모드는 m=0 일 때 2개, m=1 일 때 4개, m=2 일 때 0개로 총 6개이다. 해석에 소요된 시간은 전체구조로 해석하였을 때 1843초였으며, 부분구조로 해석하였을 경우 m=0 일 때 109초, m=1일 때 1756초, m=2일 때 113초였다.

Table 1. Natural frequency of square plate (Hz)

Mode No.	Whole structure	Sub-structure	m
1	1.634784E1	1.634784E1	2
2	2.381963E1	2.381963E1	2
3	2.950085E1	2.950085E1	0
4	4.221287E1	4.221287E1	1
5	4.221287E1	4.221287E1	1
6	7.429770E1	7.429770E1	1
7	7.429770E1	7.429770E1	1
8	7.718681E1	7.718681E1	0
9	8.413202E1	8.413202E1	0
10	9.383896E1	9.383896E1	2

5.2 고정-자유원판의 강제진동해석

감쇠효과를 고려하여 원판의 강제진동해석을 수행하였다. 외측반경 100mm, 내측반경 20 mm, 두께 1mm 인 내측경계에서 고정된 원판을 대상으로 강제진동해석을 수행하였다. 원판의 물성치는 다음과 같다.

Young 탄성계수 : 2.1×10^{11} N/m²

Poisson 비 : 0.3

밀도 : 8×10^3 kg/m³

사용된 요소는 3차원 일반 쉘요소이며 전체구조의 형상과 유한요소모델을 Fig 5.에 나타내었다. 또한 전체구조를 8개로 분할하여 분할각 45°로 이루어진 부분구조의 형상과 유한요소모델을 Fig 6.에 나타내었다.

해석에 필요한 자유도는 다음과 같다.

$N_I = 390$ $N_B = 60$
 $N_C = 0$ $N_S = 510$
 $N_W = 3600$

고유진동수를 전체구조물에 대하여 50개를 구하였고, 부분구조에 대해서는 m=0 일 때 10개, m=1, 2, 3 일 때 각각 20개, m=4 일 때 10개를 구하여 그 중 10개의 저차 고유진동수를 Table 2.에 나타 내었다. 고유진동해석에 소요된 시간은 전체구조로 해석하였을 때 7583초였으며, 부분구조로 해석하였을 경우 m=0 일 때 166초, m=1 일 때 732초, m=2 일 때 635초, m=3 일 때 684초, m=4 일 때 137초였다.

Table 2. Natural frequency of circular plate (Hz)

Mode No.	Whole structure	Substructure	m
1	1.188743E+02	1.188743E+02	1
2	1.188743E+02	1.188743E+02	1
3	1.278618E+02	1.278618E+02	0
4	1.596227E+02	1.596227E+02	2
5	1.596228E+02	1.596227E+02	2
6	3.118167E+02	3.118167E+02	3
7	3.118167E+02	3.118167E+02	3
8	5.395951E+02	5.395951E+02	4
9	5.395951E+02	5.395952E+02	4
10	7.980078E+02	7.980078E+02	0

감쇠 강제진동의 경우, 여기력은 27번 절점에 X방향으로 가해지는 크기가 10 N, 여기진동수가 1차 고유진동수와 같은 $f=118.8743$ Hz 정현력으로 다음과 같다.

$$F_x = 10 \sin(2\pi ft) \text{ at node 27}$$

Rayleigh 감쇠를 고려하면 감쇠행렬은 $c_1K + 2c_2M$ 으로 나타낼 수 있으므로 강성행렬의 비례상수 c_1 은 $6 \times 10^{-5} s$ 로 정하고 질량행렬의 비례상수 c_2 를 $6 \times 10^{-5} s^{-1}$ 로 하였다.

27, 219, 411, 603번 절점의 진폭과 위상차를 전체구조에 대하여 해석한 결과와 본 논문에서 제시한 방법을 이용하여 얻어진 결과를 Table 3에 나타내었다.

Table 3. Damped Amplitude and phase of displacement in x direction

Node No.	Amplitude(mm)		Phase(Deg)	
	Whole structure	Sub-structure	Whole structure	Sub-structure
27	5.2781E+00	5.2781E+00	2.8057E+02	2.8057E+02
219	4.2029E-01	4.2029E-01	3.3397E+02	3.3397E+02
411	4.7919E+00	4.7919E+00	7.9400E+01	7.9400E+01
603	4.2030E-01	4.2030E-01	3.3397E+02	3.3397E+02

절점변위의 진폭과 위상차가 두 경우에 일치함을 알 수 있다.

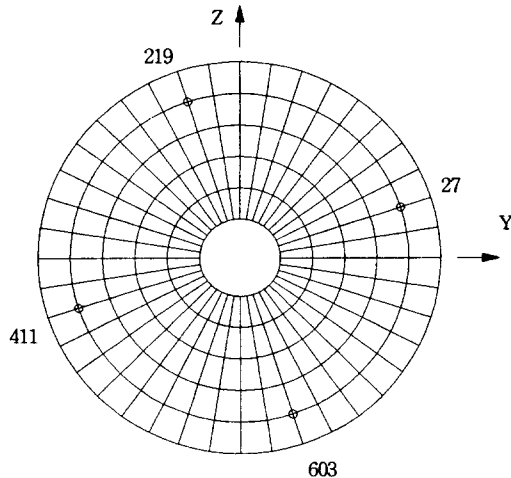


Fig. 5. FEM model for whole structure of circular plate with hole

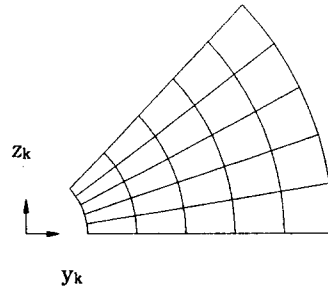


Fig. 6. FEM model for substructure of circular plate with hole

6. 결론

순환대칭 구조물의 진동특성을 전체구조에 대하여 유한요소법을 사용하여 직접 해석할 경우에는 매우 많은 컴퓨터 기억용량과 계산 시간이 요구된다.

그러나 순환대칭 구조물을 반복되는 부분구조로 분할하여 부분구조 한개만에 대하여 유한요소해석을 이산 푸리에 변환 지수에 따라서 체계적으로 수행함으로써 해석에 필요한 자유도의 수가 현저히 감소되어 저용량의 컴퓨터에서도 정밀한 해석이 가능하게 되었고 부분구조만 유한요소분할 하므로서 전체구조를 요소분할을 하는 불필요한 과정을 없앨 수 있었다.

특히, 계산시간이 많이 소요되는 고유 진동해석의 경우에 제안된 방법을 사용함으로써 해석에 수행하는데 소요되는 컴퓨터 계산시간을 훨씬 줄일 수 있었다.

제안된 방법은 순환대칭구조물의 정적해석에 응용될 수도 있다.

참고문헌

1. R. M. Orris and M. Petyt, "Finite Element Study of Harmonic Wave Propagation in Periodic Structures", *Journal of Sound and Vibration*, pp.223-236, 1974
2. Peter C. Kohnke, *ANSYS Engineering Analysis System Theoretical Manual*, Swanson Ansys Systems INC., 1986
3. D. L. Thomas, "Dynamics of Rotationally Periodic Structures," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 14, pp.81-102, 1979
4. 道村晴一, 長松昭男, "羽根車の振動(第4報, 車盤と翼の連成振動の解析. その2)," *日本機械學會論文集(C編)*, 45卷 399號, pp. 1206-1216, 1979
5. The MacNeal-Schwendler Corporation, *MSC/NASTRAN, Handbook for Linear Analysis, MSC/NASTRAN VERSION 64*, 1985
6. E.M.R.C., *NISA II*, Engineering Mechanics Research Corporation, 1993