

직교 보강재가 임의의 각도로 부착된 편면 보강평판의 진동 특성에 관한 연구

정 병 환, 김 찬 목**

(A Study on the Vibration Characteristics of the Eccentrically Stiffened Plate Attached an
Orthogonal Stiffener at Arbitrary Angle)

(Byoung-Hwan Jung , Chan-Mook Kim)

1. 서 론

보강평판은 평판에 각종 보강재를 용접등의 방법에 의해서 종방향, 횡방향, 경사 또는 임의의 방향으로 부착시켜 굽힘 및 비틀림 강성을 향상시킨 구조요소이다. 이러한 구조요소는 구조적 필요성이나 경량화 설계에 따라 선박의 deck, 철도 차량, 항공기 및 자동차 등의 각종 구조물에서 부하능력 및 경제성을 증대시키기 위하여 널리 사용되고 있고, 또한 자동차용 오일팬, 가전기기의 케이싱과 모터의 케이싱등에도 사용되고 있다. 최근 현장에서는 이러한 구조물의 진동 감소 및 방진 문제가 큰 관심사가 되고 있다. 본 논문은 정사각형 알루미늄 평판에 십자 형태의 Box Beam 보강재를 편면 보강하고 4변 자유단의 경계 조건을 설정하였다. 보강재는 유한요소 정식화 과정을 통하여 평판 요소에 등가시키고, 2차원의 평판 구조로 보강평판을 모델링하고 구조해석 프로그램인 ANSYS를 이용하여 해석하였다. 실험은 Impact Test에 의해서 주파수 응답 함수(FRF)를 각 시편에 대해서 구하고 이를 해석의 고유진동수와 비교하였다. 그리고 보강재가 임의의 각도로 평판에 부착되었을 때 고유진동수의 변화와 진동 모드(Mode Shape)를 분석하였다.

2. 이론 해석

본 논문은 Fig 2.1에서와 같은 보강평판의 동적 해석을 위해 보강재 부분을 선형 탄성이론을 바탕으로 유한요소 정식화 과정을 통하여 보강재의 요소 강성행렬(elementary of a stiffness matrix)과 요소 질량행렬(elementary of a mass matrix)을 구하였다. 보강재의 유한요소 해석에 있어서 본 논문에서 사용한 보강재 재료의 두께는 보강재의 길이에 비해 매우 작다. 이때 보강재의 막변위는 굽힘변위에 비해 매우 작다고 볼 수 있고, 따라서 보강재의 막변위는 무시할 수 있다. 그리고 Fig 2.2에서 보강재의 횡단면은 Z축에 대해 대칭이고 횡단면상의 도심 c는 평판의 중립면(middle surface)으로부터 e만큼 떨어져 있다. Fig 2.1은 직교 보강평판의 개략도이다.

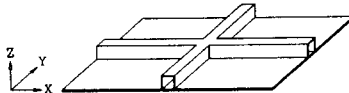


Fig. 2.1 Geometry of Stiffened Plate

선형 탄성이론⁽¹⁾에 의한 빔 보강재의 해석은 Fig 2.2에서 보는 바와 같이 2개의 질점을 갖는 1차원적 보요소 (beam element)에 인장, 비틀림, 굽힘을 각각 고려하고 각 질점마다 동력학적 6계 자유도를 갖는다.

* 국민대학교 대학원
** 국민대학교 기계설계학과

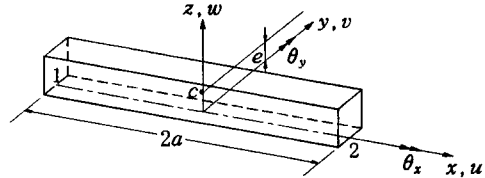


Fig. 2.2 Geometry of Stiffener Element

2-1. 빔 보강재의 유한요소 정식화⁽²⁾

선형 탄성이론을 바탕으로 한 빔 보강재의 인장, 굽힘, 비틀림 거동은 평판의 중립면(middle surface)에서의 변위에 대한 에너지 식으로 표현할 수 있다. 이것은 평판의 굽힘이나 비틀림 거동이 보강재의 거동을 유발시키므로 보강재의 도심축에 관한 에너지 식을 평판의 중립면에 대한 에너지 식으로 나타내는 것이 가능하기 때문이다. Fig 2.2에서 빔 보강재의 도심축에 대한 전체 운동에너지와 탄성 변형에너지는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T_e = \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \rho A (\dot{u}_c^2 + \dot{v}_c^2 + \dot{w}_c^2) dx + \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \rho I_x \theta_x^2 dx \quad (1)$$

$$U_e = \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} EA \left(\frac{\partial u_c}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} EI_y \left(\frac{\partial^2 w_c}{\partial x^2} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} GJ \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right)^2 dx \quad (2)$$

이때 J 는 단면의 비틀림 상수를 나타내고, 단면의 형상에 따라 St. Venant's의 상수로 다음과 같이 근사적으로 쓸 수 있다.

$$J = \int_A \left[\left(\frac{\partial \psi}{\partial y} - z \right) + \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} + y \right) \right] dA \approx 0.025 A^4 / I_x \quad (3)$$

보강재의 막변위를 고려하지 않았을 경우, 보강재의 도심축에 대한 변위를 평판의 중립면에 관한 변위의 식으로 표현하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u_c = e\theta_y = -e \frac{\partial w}{\partial x} \quad (4)$$

$$v_c = -e\theta_x$$

$$w_c = w$$

이때, e 는 평판의 중립면(middle surface)에서 보강재 도심축까지의 거리이다. 식 (4)를 식 (1), (2)에 대입하여 정리하면

$$T_e = \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \rho A e^2 \left(\frac{\partial \dot{w}}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \rho A \dot{w}^2 dx$$

$$+ \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \rho (I_x + Ae^2)^2 \dot{\theta}_x^2 dx \quad (5)$$

$$U_e = \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} E (I_y + Ae^2) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (6)$$

$$+ \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} GJ \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right)^2 dx$$

과 같은 평판의 중립면에 대한 빔 보강재의 에너지 식으로 나타낼 수 있다.

2-1-1. 빔 보강재의 질량행렬

두께가 얇은 평판의 경우에서 굽힘을 받는 요소들의 변위 방향의 변위는 일반적으로 3차 다항식의 형태로 나타난다. 또한 보강재의 변위는 접착선을 따라 평판의 변위와 일치한다고 생각할 수 있다. 그러므로 평판의 중립면상에서 보강재의 z 축 방향에 관한 굽힘변위는 접착선을 따라 3차원 변위함수(displacement function)의 항으로 나타낼 수 있다. 본 논문에서 보강재의 굽힘 거동은 1개의 절점에 2개의 자유도를 갖는 요소로 나타낼 수 있었고, 해당 요소의 변위함수는 다음과 같다.

$$w = [N_w(\xi)] \{w\}_e \quad (7)$$

$$\text{이때, } \{w\}_e = [w_1 \theta_{y1} w_2 \theta_{y2}]^T \quad (8)$$

이고, $[N_w(\xi)]$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[N_w(\xi)] = [N_1(\xi) -aN_2(\xi) N_3(\xi) -aN_4(\xi)] \quad (9)$$

$$\begin{aligned} N_1(\xi) &= \frac{1}{4} (2 - 3\xi + \xi^3) \\ N_2(\xi) &= \frac{1}{4} (1 - \xi - \xi^2 + \xi^3) \\ N_3(\xi) &= \frac{1}{4} (2 + 3\xi - 3\xi^3) \\ N_4(\xi) &= \frac{1}{4} (-1 - \xi + \xi^2 + \xi^3) \end{aligned} \quad (10)$$

평판의 중립면에서 보강재의 길이 방향 비틀림, 즉 x 축상의 비틀림에 대한 변위함수(displacement function)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\theta_x = [N_x(\xi)] \{\theta\}_e \quad (11)$$

$$\text{이때, } \{\theta\}_e = [\theta_{x1} \theta_{x2}]^T \quad (12)$$

이고, $[N_x(\xi)]$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[N_x(\xi)] = [N_1(\xi) N_2(\xi)] \quad (13)$$

$$\begin{aligned} N_1(\xi) &= \frac{1}{2} (1 - \xi) \\ N_2(\xi) &= \frac{1}{2} (1 + \xi) \end{aligned} \quad (14)$$

식 (5)에서 첫 번째 적분 항과 두 번째 적분 항은 굽힘과 인장에 의한 운동에너지 항이고 세 번째 적분 항은 비틀림에 의한 운동에너지 항이다. 따라서 식 (5)에 식 (7)과 식 (11)을 대입하고 행렬 형태로 전개하면 식 (5)의 각 항은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

첫 번째 항 :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \rho A e^2 \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \{w\}_e^T \rho A a \int_{-1}^{+1} [N_w(\xi)]^T [N_w(\xi)] d\xi \{w\}_e \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} \{w\}_e^T \frac{\rho A a}{30} \begin{bmatrix} 18 & -3a & -18 & -3a \\ -3a & 8a^2 & 3a & -2a^2 \\ -18 & 3a & 18 & 3a \\ -3a & -2a^2 & 3a & 8a^2 \end{bmatrix} \{w\}_e \quad (15)$$

두 번째 항 :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \rho A w^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \{w\}_e^T \rho A a \int_{-1}^{+1} [N_w(\xi)]^T [N_w(\xi)] d\xi \{w\}_e \\ &= \frac{1}{2} \{w\}_e^T \frac{\rho A a}{150} \begin{bmatrix} 78 & -22a & 27 & 13a \\ -22a & 8a^2 & -13a & -6a^2 \\ 27 & -13a & 78 & 22a \\ 13a & -6a^2 & 22a & 8a^2 \end{bmatrix} \{w\}_e \end{aligned} \quad (16)$$

세 번째 항 :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} \rho (I_x + Ae^2) \dot{\theta}_x^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \{\theta_x\}_e^T \rho A a (r_x^2 + e^2) \int_{-1}^{+1} [N_x(\xi)]^T [N_x(\xi)] d\xi \{\theta_x\}_e \\ &= \frac{1}{2} \{\theta_x\}_e^T \rho A a (r_x^2 + e^2) \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \{\theta_x\}_e \end{aligned} \quad (17)$$

세 번째 항에서 $r_x^2 = I_x/A$ 이고, I_x 는 x 축에 대한 단면 2차모멘트를 나타낸다. 식 (15), (16), (17)을 식 (5)에 대입하여 행렬로 표시하면

$$T_e = \frac{1}{2} \{\dot{u}\}_e^T [m]_e \{\dot{u}\}_e \quad (18)$$

의 형태로 나타낼 수 있고, 이때 $\{u\}_e$ 는

$$\{u\}_e^T = [w_1 \theta_{x1} \theta_{y1} w_2 \theta_{x2} \theta_{y2}] \quad (19)$$

이다. 그러므로 빔 보강재의 질량행렬 $[m]_e$ 은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[m]_e = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12}^T \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} m_{11} &= \frac{\rho A a}{210} \begin{bmatrix} 282 & 0 & -65a \\ 0 & 140e_x^2 & 0 \\ -65a & 0 & 72a^2 \end{bmatrix} \\ m_{12} &= \frac{\rho A a}{210} \begin{bmatrix} -72 & 0 & 5a \\ 0 & 70e_x^2 & 0 \\ -5a & 0 & -26a^2 \end{bmatrix} \\ m_{22} &= \frac{\rho A a}{210} \begin{bmatrix} 282 & 0 & 65a \\ 0 & 140e_x^2 & 0 \\ 65a & 0 & 72a^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

이때 $e_x^2 = r_x^2 + e^2$ 이다.

2-1-2. 빔 보강재의 강성행렬

앞 절에서 언급한바와 같이 식 (6)은 선형 탄성이론을 바탕으로 빔 보강재의 인장, 굽힘, 비틀림 운동을 평판의 중립면상에서 막변형을 고려하지 않고 변위에 대한 식으로 표현한 탄성 변형에 의한 에너지 식이다. 이때 첫 번째 적분 항은 굽힘과 인장에 의한 탄성 변형에너지 항이고 두 번째 적분 항은 비틀림에 의한 탄성 변형에너지 항이다. 따라서 식 (6)에 식 (7)과 식 (11)을 대입하고 행렬 형태로 전개하면 식 (6)의 각 항은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

첫 번째 항 :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} E(I_y + A e^2) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \{w\}_e^T EA(r_y^2 + e^2) \frac{1}{a^3} \int_{-1}^{+1} \{N_w(\xi)\}_1^T \{N_w(\xi)\}_1 d\xi \{w\}_e \\ &= \frac{1}{2} \{w\}_e^T EA(r_y^2 + e^2) \frac{1}{2a^3} \begin{bmatrix} 3 & -3a & -3 & -3a \\ -3a & 4a^2 & 3a & 2a^2 \\ -3 & 3a & 3 & 3a \\ -3a & 2a^2 & 3a & 4a^2 \end{bmatrix} \{w\}_e \end{aligned} \quad (22)$$

두 번째 항 :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \int_{-a}^{+a} GJ \left(\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \right)^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \{\theta_x\}_e^T \frac{GJ}{a} \int_{-1}^{+1} \{N_x(\xi)\}_1^T \{N_x(\xi)\}_1 d\xi \{\theta_x\}_e \\ &= \frac{1}{2} \{\theta_x\}_e^T \frac{GJ}{2a} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \{\theta_x\}_e \end{aligned} \quad (23)$$

첫 번째 항에서 $r_y^2 = I_y/A$ 이고, I_y 는 y 축에 대한 단면 2차모멘트이다.

식 (22), (23)을 식 (6)에 대입하여 행렬 형태로 나타내면

$$U_e = \frac{1}{2} \{u\}_e^T [k]_e \{u\}_e \quad (24)$$

으로 나타낼 수 있고, 이때의 $\{u\}_e$ 는 식 (19)와 같다.

따라서, 빔 보강재의 강성행렬 $[k]_e$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[k]_e = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12}^T \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} k_{11} &= \frac{EA}{4a^3} \begin{bmatrix} 6e_y^2 & 0 & -6ae_y^2 \\ 0 & a^2 r_y^2 / (1+\nu) & 0 \\ -6ae_y^2 & 0 & 8a^2 e_y^2 \end{bmatrix} \\ k_{12} &= \frac{EA}{4a^3} \begin{bmatrix} -6e_y^2 & 0 & -6ae_y^2 \\ 0 & -a^2 r_y^2 / (1+\nu) & 0 \\ 6ae_y^2 & 0 & 4a^2 e_y^2 \end{bmatrix} \\ k_{22} &= \frac{EA}{4a^3} \begin{bmatrix} 6e_y^2 & 0 & 6ae_y^2 \\ 0 & a^2 r_y^2 / (1+\nu) & 0 \\ 6ae_y^2 & 0 & 8a^2 e_y^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (26)$$

이때 $e_y^2 = r_y^2 + e^2$, $r_y^2 = J/A$ 이고 J 는 비틀림 상수로서 $J = 0.025 A^4 / I_x$ 의 값을 갖는다.

3. 유한요소 해석

3-1. 빔 보강재의 유한요소 모델링

본 논문에서는 Box 형태의 빔 보강재를 Fig 3.1에서와 같이 2개의 측면 요소(lateral part element)와 1개의 윗면 요소(upper part element)로 나누고 각각의 요소에 앞 절에서 언급한 이론식을 적용하였다.

Fig 3.1에서 측면 요소는 평판의 중립면, 즉 평판과의 접착면에서 각각 2개의 절점을 가지고 각 절점은 막변위(membrane displacements)를 무시한 동역학적 3개의 자유도로 이루어져 있다. 이 3개의 자유도는 국부 좌표계(local coordinate)에서 식 (19)에서와 같이 w , θ_x , θ_y 의 성분으로 구성된다. 윗면 요소의 국부 좌표계는 측면 요소의 국부 좌표계를 전체 좌표계(global coordinate)에 대해서 항

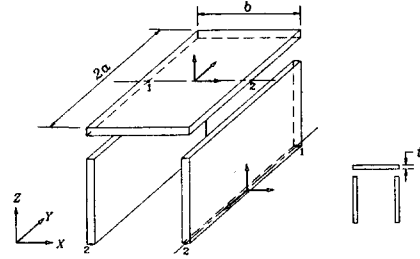


Fig 3.1 Decomposition of Box Beam Stiffener

상 $+90^\circ$ 만큼 회전시켜 정의하였고, 측면 요소와 마찬가지로 2개의 절점과 절점당 3개의 자유도로 구성되어 있다.

식 (21)의 질량행렬과 식 (26)의 강성행렬은 보강재 각 부분의 도심에서의 특성행렬들을 평판의 중립면(middle surface)까지 이동시켜 구한 것이다. 따라서 보강재의 측면 요소와 윗면 요소를 각각 1차원적 빔 요소(beam element)로 도시하면 Fig 3.2 a)와 같이 나타낼 수 있다. Fig 3.2 b)는 이들 보강재 요소가 연속적으로 연결된 상태이다.

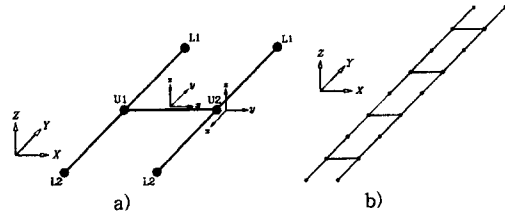


Fig 3.2 Elements of Beam Stiffener

2개의 절점과 1차원의 빔 요소로 설정된 보강재의 측면 요소와 윗면 요소는 구조해석 범용 프로그램인 ANSYS의 User's Matrix를 이용하여 사용자가 직접 각 요소의 특성값을 설정할 수 있다. 이 User's Matrix는 ANSYS상에서 Element Type이 Matrix27로 설정되어 있고, 2개의 절점으로 구성된 요소들의 질량과 감쇠, 강성행렬을 나타낼 수 있다.

본 논문에서는 보강재 각 부분의 요소 질량행렬과 요소 강성행렬의 특성값을 앞 절의 유한요소 정식화 과정을 통하여 프로그래밍을 하였고, 보강재의 치수와 물성치를 입력하면 손쉽게 User's Matrix를 구성할 수 있도록 하였다.

3-2. 보강평판의 유한요소 해석

본 논문에서 평판의 요소는 4개의 절점으로 이루어진 탄성 쉘(elastic shell) 요소를 사용하였고, 절점당 6개의 자유도(u , v , w , θ_x , θ_y , θ_z)로 구성되어 있다. 그리고 보강평판의 모델링은 먼저 전체 평판을 사각형 요소의 메쉬(mesh)로 나눈 후에 보강재와 평판의 접착면에 해당되는 절점을 찾고, 이 절점들 사이에 Fig 3.2에서와 같은 보강재의 측면과 윗면 요소들을 평판의 요소에 중첩시켰다. 이러한 방법으로 보강재를 평판의 요소에 등가시켜 평판만의 2차원 해석으로 가능하게 하였고, 이를 Fig 3.3에 나타내었다. Fig 3.4는 본 논문에서 해석하고자 하는 보강평판의 개략도이다.

보강재 각 부분을 1차원 빔 요소로 평판의 해당 절점에 연결시켜 평판 요소와 보강재 요소를 중첩시킬 때, 설정된 보강재 요소의 국부 좌표계에 유의하여야 한다. ANSYS의 모델링에서 2개의 절점을 가진 선 요소(line element)들은

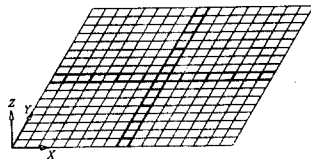


Fig. 3.3 2-D Orthogonal Stiffened Plate

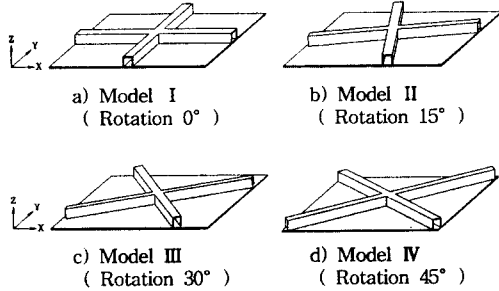


Fig. 3.4 Outline of Stiffened Plates

먼저 선택된 절점에서 나중 선택된 절점으로 방향성을 가지게 되고, 앞 절의 이론식에서 보강재 요소의 국부 좌표계는 1번 절점에서 2번 절점으로 x -축의 방향을 설정하였다. 따라서 보강재 요소의 국부 좌표는 선 요소의 방향성과 일관되게 설정되어야 하고, 윗면 요소는 측면 요소에 대해서 항상 $+90^\circ$ 만큼 회전되어 정의되었음에 유의한다. 이러한 전체 좌표계와 국부 좌표계는 Fig. 3.5에 나타내었고, 각 보강재 요소의 질량행렬과 강성행렬은 보강재 요소의 국부 좌표계를 평판의 전체 좌표계와 일치하도록 회전시킨 후에 구하여야 한다.⁽⁴⁾

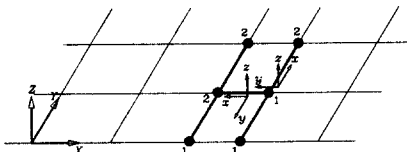


Fig. 3.5 Basic Concept of Rotating Coordinate System

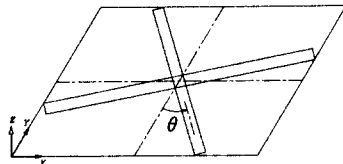


Fig. 3.6 Global Coordinate and Rotation of an Orthogonal Stiffener

Fig. 3.5에서 보강재의 측면 요소는 국부 좌표계를 z -축을 중심으로 -90° (cw) 회전시켜 전체 좌표계와 일치시키고, 윗면 요소는 z -축을 중심으로 -180° (cw) 회전시켜 전체 좌표계와 일치시킨다. Fig. 3.6에서는 보강재 자체가 $+\theta$ (ccw) 만큼 회전이 되어 있으므로 보강재 각 요소의 국부 좌표계는 이를 감안하여 전체 좌표계와 일치하도록 회전시켜야 한다.

보강재의 국부 좌표계를 평판의 전체 좌표계에 일치시키기 위해서는 앞 절의 이론 해석에서 식 (18)의 운동에너지

지와 식 (24)의 탄성 변형에너지를 다음과 같이 변형시켜야 한다. 먼저 식 (18)와 (24)은 식 (19)에서와 같이 각 절점당 3개의 자유도(w, θ_x, θ_y)로 구성되어 있으므로 이를 평판 요소의 6개 자유도($u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z$)로 나타내어야 한다.

$$T_e = \frac{1}{2} \{\dot{u}\}_e^T [m]_e \{\dot{u}\}_e \quad (27)$$

$$U_e = \frac{1}{2} \{u\}_e^T [k]_e \{u\}_e$$

$$\{u\}_e^T = \{u_1 \ v_1 \ w_1 \ \theta_{x1} \ \theta_{y1} \ \theta_{z1} \ u_2 \ v_2 \ w_2 \ \theta_{x2} \ \theta_{y2} \ \theta_{z2}\} \quad (28)$$

식 (27)의 질량행렬 $[m]_e$ 와 강성행렬 $[k]_e$ 는 2개의 절점에 대해서 12×12 의 정방 행렬로 나타낼 수 있고, $\{u\}_e$ 는 보강재의 국부 좌표를 나타낸다. 따라서 $\{u\}_e$ 는 좌표축의 회전에 의해서 다음과 같이 전체 좌표계로 나타낼 수 있다.

$$\{u\}_e = [R]_e \{U\}_e \quad (29)$$

$$[R] = \begin{bmatrix} [L]_{3 \times 3} & & & \\ & [L]_{3 \times 3} & & \\ & & [L]_{3 \times 3} & \\ & & & [L]_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$\{U\}_e^T = \{U_1 \ V_1 \ W_1 \ \theta_{x1} \ \theta_{y1} \ \theta_{z1} \ U_2 \ V_2 \ W_2 \ \theta_{x2} \ \theta_{y2} \ \theta_{z2}\} \quad (31)$$

보강재 각 요소의 국부 좌표계는 z -축을 중심으로 $x-y$ 평면상에서 각도 ϕ 만큼 회전하여 평판의 전체 좌표계와 일치되므로 식 (30)의 $[L]_{3 \times 3}$ 행렬은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[L] = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (32)$$

따라서 식 (29)를 식 (27)에 대입하면

$$T_e = \frac{1}{2} \{\dot{U}\}_e^T [M]_e \{\dot{U}\}_e \quad (33)$$

$$U_e = \frac{1}{2} \{U\}_e^T [K]_e \{U\}_e$$

와 같이 나타낼 수 있고, 질량행렬 $[M]_e$ 과 강성행렬 $[K]_e$ 는 다음과 같이 구성된다.

$$[M]_e = [R]_e^T [m]_e [R]_e \quad (34)$$

$$[K]_e = [R]_e^T [k]_e [R]_e$$

3-3. 해석 결과

Fig. 3.7은 보강재가 평판의 중앙단에서 Z -축을 중심으로 30° (ccw) 회전한 보강평판의 모델링이고, 해석용 프로그램은 ANSYS (ver. 5.0a)를 사용하였다. 해석 절차는 앞 절에서의 보강재의 이론과 모델링을 바탕으로 User's Matrix를 작성하고, 평판만을 모델링한 후 평판에서 보강재의 부착 위치에 해당하는 절점에 보강재의 각 요소를 중첩시켰다. 보강재의 높이와 폭, 두께는 $10 \times 10 \times 1 \text{ mm}$ 이고, 평판의 크기는 $200 \times 200 \text{ mm}$ 로 설정하였다. 그리고 평판은 두께가 1 mm 인 쉘 요소(shell element)로 설정하였다. Table 3.1은 보강재가 임의의 각도(0, 15, 30,

45)로 부착되었을 때 보강평판의 해석 결과이고, Fig 3.8은 보강평판의 각 모드에 대한 고유진동수의 변화를 나타내었다. 그리고 각 보강평판의 진동 모드형상은 Fig 3.9 ~ Fig 3.12에 나타내었다.

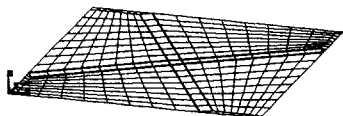


Fig 3.7 Modeling of Stiffened Plate (30° rotated stiffener)

Table 3.1 Natural Frequency for Stiffened Plate with Completely free Boundary Condition (Hz)

Numerical Result			Numerical Result		
Model	Mode	Natural Frequency	Model	Mode	Natural Frequency
Model I 0° Rotation	1st	148.87	Model III 30° Rotation	1st	248.78
	2nd	214.44		2nd	315.13
	3rd	253.75		3rd	403.43
	4th	545.06		4th	441.10
	5th	601.16		5th	548.76
Model II 15° Rotation	1st	170.60	Model IV 45° Rotation	1st	311.16
	2nd	239.88		2nd	384.87
	3rd	282.86		3rd	421.44
	4th	488.22		4th	681.49
	5th	521.50		5th	775.20

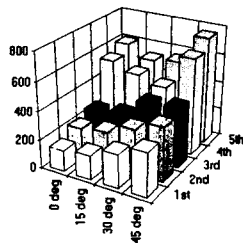


Fig 3.8 Variation of Natural Frequency at each Vibration Mode



a) 1st mode(149 Hz) b) 2nd mode (214 Hz)



c) 3rd mode (254 Hz) d) 4th mode (545 Hz)

Fig 3.9 Mode Shape of Stiffened Plate (0° Rotational Stiffener)



a) 1st mode (171 Hz) b) 2nd mode (240 Hz)



c) 3rd mode (283 Hz) d) 4th mode (488 Hz)

Fig 3.10 Mode Shape of Stiffened Plate (15° Rotational Stiffener)



a) 1st mode (239 Hz) b) 2nd mode (315 Hz)



c) 3rd mode (403 Hz) d) 4th mode (441 Hz)

Fig 3.11 Mode Shape of Stiffened Plate (30° Rotational Stiffener)



a) 1st mode (311 Hz) b) 2nd mode (385 Hz)



c) 3rd mode (421 Hz) d) 4th mode (681 Hz)

Fig 3.12 Mode Shape of Stiffened Plate (45° Rotational Stiffener)

4. 실험

4-1. 실험 장치 및 방법

본 논문의 실험에서 평판과 보강재의 재질은 가공이 쉽고 접착이 용이한 순수 알루미늄(Aluminum, Al-1050)을 사용하였고, 재료의 물성치는 Table 4.1에 나타내었다.

Table 4.1 Properties of Material (Al-1050)

Material	Young's modulus (N/mm ²)	Density (kg/mm ³)	Poisson's ratio
Al-1050	7.036×10^4	2.705×10^{-6}	0.34

먼저 시편의 제작에 있어서 직교 보강재의 교차된 부분은 알루미늄 용접으로 고정시켰고, 평판과 보강재의 접착은 알루미늄과 거의 같은 물성치를 갖는 Araldite (Ciba-Geigy 社, 스위스) 접착제를 이용하였고, 상온에서 24시간 이상 압착한 후 실험에 사용하였다. 본 논문에서 보강평판의 경계 조건은 4변 자유단으로 설정하였고, 가스다관 줄을 이용하여 고정된 틀에 보강평판을 수직으로 매달았다. 실험에 사용한 보강평판의 형상과 치수는 Fig 4.1에 나타내었다.

진동 응답을 위한 가진 방법은 시험편의 수직 방향에서 충격 해머(Impact hammer)로 평판의 중앙에 가까운 부위

를 가볍게 가진하였다. 진동 측정용 센서(Sensor)로는 가속도계(Accelerometer)를 사용하였고, 가속도계는 Fig. 4.2에서와 같이 보강평판의 뒷면에 부착하였다. Fig. 4.2에서 가속도계의 부착 위치, 즉 측정 지점은 보강평판의 절선(Nodal line)과 일치하지 않도록 설정하였다.

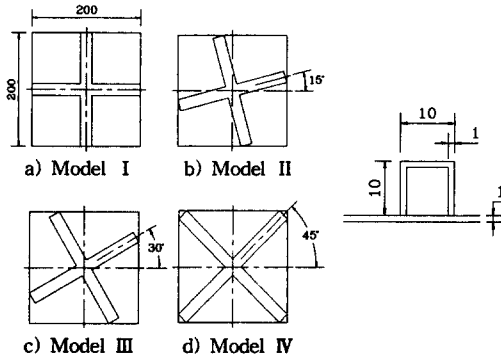


Fig. 4.1 Size of Experiment Specimens

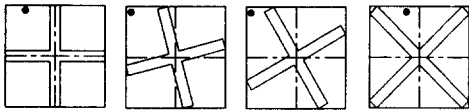


Fig. 4.2 Measurement Point of each Experiment Specimen

측정시 시험편에 가속도계의 질량에 의한 영향을 최소화하기 위하여 질량이 작은 고주파용 가속도계를 파란편으로 부착하였다. Fig. 4.3은 실험장치의 전체적인 개략도이다. 충격 해머에서의 입력 신호와 가속도계에서의 출력 신호는 다채널 신호 분석기(signal analyzer)에 각각 Transient weighting과 Exponential Weighting을 하여 입력이 되고, 이를 3회씩 측정하고 평균을 취하여 주파수 응답 함수(FRF)를 구하였다.

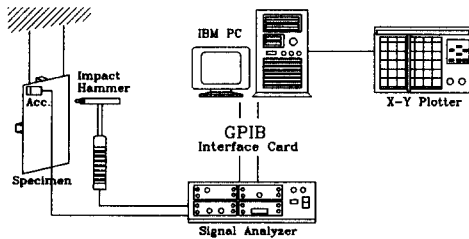


Fig. 4.3 Schematic Diagram of Measuring System

4-2. 실험 결과 및 분석

본 실험에서 보강평판의 주파수 응답 함수(FRF)는 전체 주파수 범위를 0~800Hz, 주파수의 해상도는 800 라인(Line)으로 설정하여 구하였다. 따라서 주파수상의 고유진동수는 1 Hz 간격으로 표현할 수 있다. 그리고 충격 해머(Impact hammer)의 팁(Tip)은 플라스틱을 사용하였다. Table 4.2는 실험에서 얻은 각 보강평판의 고유진동수를 앞 절의 유한요소 해석에 의한 고유진동수와 비교한 것이다.

Table 4.2 Comparison of the Numerical and Experimental Results for each Specimen

Model	Mode	Numerical Result (Hz)	Experimental Result (Hz)
Model I 0° Rotation	1st	148.87	141
	2nd	214.44	191
	3rd	253.75	230
	4th	545.06	528
	5th	601.16	616
Model II 15° Rotation	1st	170.60	168
	2nd	239.88	224
	3rd	282.86	265
	4th	488.22	471
	5th	521.50	510
Model III 30° Rotation	1st	248.78	254
	2nd	315.13	318
	3rd	403.43	385
	4th	441.10	420
	5th	548.76	510
Model IV 45° Rotation	1st	311.16	296
	2nd	384.87	377
	3rd	421.44	439
	4th	681.49	656
	5th	775.20	759

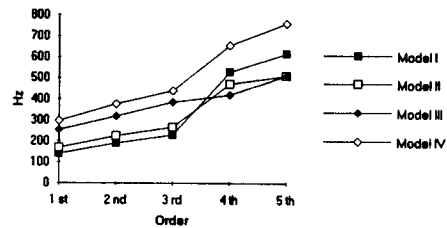


Fig. 4.4 Variation of Natural Frequency for the Rotation of Stiffener

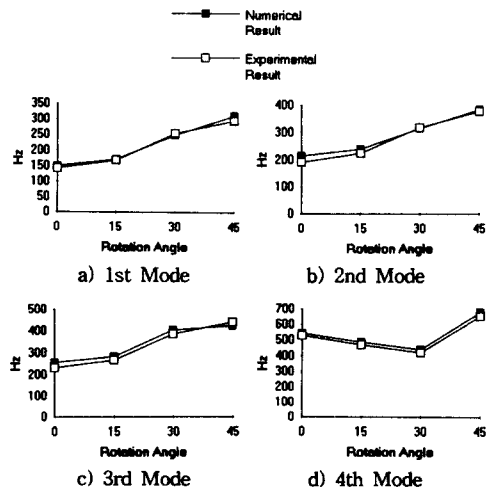


Fig. 4.5 Comparison of the Numerical and Experimental Result

Fig. 4.4는 보강재의 회전도에 따른 각 보강평판의 고유진동수 변화를 실험값을 기준으로 나타낸 것이고, Fig. 4.5는

각각의 보강평판에 대한 1차, 2차, 3차, 4차 고유진동수의 변화를 해석 결과와 실험 결과로 동시에 비교한 것이다. Table 4.2와 Fig 4.4의 실험 결과에서 보강재의 회전 때 다른 각 보강평판의 고유진동수는 3차까지의 진동 모드에서 Model I 을 기준으로 할 때

- 1) 15° 회전시 : 15 ~ 19% 증가
 - 2) 30° 회전시 : 66 ~ 80% 증가
 - 3) 45° 회전시 : 91 ~ 110% 증가
- 함을 알 수 있다.

Table 4.2와 Fig 4.5에서 실험 결과를 기준으로 볼 때 각 보강평판에서의 해석 오차는 1차 고유진동수에서 -2~5%, 2차에서 -1~10%, 3차에서 -4~9%, 4차에서 3~4%, 5차에서 -3~7% 정도로 근사함을 알 수 있다.

Fig 4.6은 각 보강평판의 주파수 응답 함수(FRF)를 나타낸 것이다.

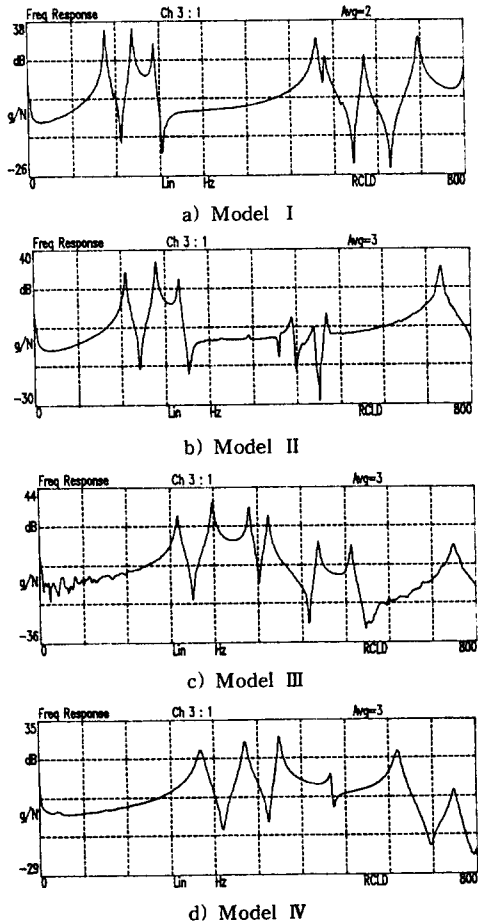


Fig 4.9 Frequency Response Function for Model I ~ IV

5. 결 론

본 논문에서는 Box Beam 형태의 직교 보강재가 임의의 각도(0, 15, 30, 45)로 부착된 보강평판의 해석에서 보강재를 측면 요소와 윗면 요소로 분해하고 이를 유한요소 정식화 과정을 통하여 평판의 요소에 중첩시켜 평판만의 2차원 해석을 하였다. 그리고 유한요소 해석과 실험을 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) 실험 결과를 기준으로 볼 때 각 보강평판에서의 해석 오차는 1차 고유진동수에서 -2~5%, 2차에서 -1~10%, 3차에서 -4~9%, 4차에서 3~4%, 5차에서 -3~7% 정도로 발생하여 비교적 실험치와 잘 일치하였다. 이것을 통해 본 논문에서 제시한 유한요소 해석의 정당성을 입증할 수 있다.
- 2) 보강평판의 해석시 모델링 과정에서 보강재 부분을 생략할 수 있으므로 전체 모델링이 간편해졌고, 실행 시간(Run time)도 30~40% 정도 줄일 수 있다.
- 3) 보강재의 회전에 따른 보강평판의 고유진동수는 3차까지의 진동 모드에서 Model I 을 기준으로 할 때 i) 15° 회전시 : 15~19% 증가 ii) 30° 회전시 : 66~80% 증가 iii) 45° 회전시 : 91~110% 로 증가한다.

6. 참고 문헌

1. S. P. Timosheko, "Theory of Elasticity", McGraw-Hill, 1975, pp. 46~50, 307~309
2. Maurice Petyt, "Introduction to Finite Element Vibration Analysis", Cambridge University Press, 1975, pp. 23~28, 84~88, 294~298
3. Abhijit Mukherjee, "Finite Element Free Vibration of Eccentrically Stiffened Plate", Computer & Structures, 1988, Vol.30, No.6, pp. 1303~1317
4. I. E. Harik and M. Guo, "Finite Element Analysis of Eccentrically Stiffened Plate in Free Vibration", Computer & Structures, 1993, Vol.49, No.6, pp. 1007~1015
5. A. W. Lees "Analysis of the Vibration of Box Beams", J. of Sound and Vibration, 1976, Vol.45(4), pp. 559~568