

자기주파수 밀도함수와 켈스트럼을 이용한 반사음장 해석

이 병철,* 한 상보**

(Echo Field Analysis Using Power Spectral Density Function and Cepstrum)

(Byung-Chul Lee, Sang Bo Han)

1. 서 론

생활수준의 향상과 더불어 보다 쾌적한 환경을 바라는 인간의 욕구를 충족시키기 위한 산업기술의 적용이 그 어느 때 보다 크게 요구되고 있으며, 진동·소음의 저감을 위한 기술개발은 최근 업계의 현안 중의 하나로 대두되게 되었다. 특히, 생활 소음 및 산업 소음의 규제에 대한 각계의 관심이 깊어지고, 생산제품의 판매에 영향을 끼치는 인자 중의 하나로 진동·소음 기술이 요구됨에 따라 소음 진동분야의 연구가 최근 활발히 진행되어지고 있다. 소음제어기술은 차음재료나 흡음재료를 사용한 초기의 형태가 아직도 산업의 전 분야에서 주로 사용되어지고 있지만 최근 좀더 과학적인 소음제어기술들이 선보여지고 있다. 특히 신호처리기술의 발달로 인한 여러 가지 형태의 새로운 기술들은 소음제어를 전공하거나 종사하고 있는 사람들에게서 많은 관심의 대상이 되고 있다.

지금까지의 소음제어기술은 경제성이란 커다란 장점으로 인해 차음재료를 사용해 음파가 차음판 배후로 나가지 않게 하는 방법과 흡음재료를 사용해 음파를 흡수하는 방법이 주를 이루었다. 그러므로 차음의 효과는 차음판의 전면에서는 큰 반사파가 존재하지만 배후에서는 소량만이 존재하게 된다는 것이고, 흡음의 효과는 다공질 재료에 의한 흡음방식이나 진동 혹은 공명 흡음방식에 의해 소리에너지를 열에너지로 변환시켜 큰 반사파는 존재하지 않는 반면에 큰 투과 손실도 획득되지 않는다는 것이다. 이러한 효과들은 재료의 반사계수(reflection coefficient)^{[1][2][3][9]}와 흡수율(absorption coefficient)에 의해 결정되어진다. 그러나 이러한 방법들도 그 목적과 여건에 따라 제약을 받게 되며 자동차나 항공기 분야에서는 한계를 보이는 게 사실이다. 최근 이러한 이유로 컴퓨터를 이용한 능동소음제어 시스템(ANCS : Active Noisy Control System)의 연구가 활발히 진행되고 있다. ANCS는 곳곳에 설치된 센서(sensor)와 마이크로폰(microphone)을 통해 측정된 소음에 대응하는 보정음(補正音)을 컴퓨터가 순간적으로 계산해 스피커(speaker)를 통해 방사함으로써 소음을 제거하거나 축소하도록 고안된 것이다. 이러한 방법에서도 문제점은 있다. 소음이 일정한 주파수의 단일한 음파가 아니라 매우 다양하고 시시각각으로 변하기 때문이다. 그러나 최근 컴퓨터의 고집적(高集積), 초고속(超高速) 기술의 발달로 이러한 문제점을 해결해 ANCS기술의 적용이 가능하게 되었다.

최근의 이러한 고급의 기술은 소음의 반사파를 제거해 순수한 소음을 찾아내기 위한 기술적인 신호처리방법으로 대수 스펙트럼(spectrum)^{[4][5]}의 스펙트럼으로 정의되어지는

켈스트럼(cepstrum)^{[5][6][7]}의 개념을 도입하고 있다. 켈스트럼은 반사파의 영향으로 생긴 대수 스펙트럼내의 주기구조(周期構造), 예를 들면 일정간격의 측대파(側帶波)를 검출할 수 있는 능력과 신호원과 전달경로의 영향을 분리하는 디컨볼루션(deconvolution)^{[5][7]} 효과의 능력을 갖는다.

본 연구에서는 소음제어기술에 있어서 반사파의 영향을 제거한 순수한 음을 얻기 위한 방법으로서 앞에서 언급한 켈스트럼의 기능과 자기주파수 밀도함수(PSD : Power Spectral Density Function)^{[4][5][9][10]} G_{xx} 및 그로부터 도출되는 Conditioned Power Spectral Density Function: G_{yy} 의 관계를 이용해 반사파의 크기와 지연시간 등의 정보를 구하는데 그 목적을 두고 있다. 그리고 실제의 소음제어의 반사파 제거기법^{[5][6][7]}에서 이 기술을 응용하고자 한다.

2. 이론 해석

(1) 수직 입사 흡음률의 정의

흡음율의 정의의 경우에는 수직 입사 흡음율, 사입사(斜入射) 흡음율, 난입사(亂入射) 흡음율의 3 종류가 있으나 실용적인 의미에서 관내법에 의한 재료의 수직 입사 흡음율 측정방법으로서 일정 방향으로부터 평면파가 수직으로 입사하였을 때의 정재파(定在波)를 측정함으로써 구할 수 있다. 수직 입사 흡음율은 일반적으로 사용되는 일은 적지만, 예를 들면 무향실에 이용하는 흡음재료에 대해서는 관내법에 의한 수직 입사 흡음율 α_n 으로 표시하는 것이 보통이다. Fig. 1과 같이 관의 한쪽 끝에 시료를 넣고 다른 쪽에서 순음을 보내면 관내에서 정상파가 생겨서 $\lambda/4$ 간격으로 음압의 산곡이 생긴다.

단 입사파의 진폭 A 에 대해서 반사파의 진폭 B 는 작기 때문에 골은 영이 되지 않고 산은

$$P_{\max} = A + B \quad (1)$$

골은

$$P_{\min} = A - B \quad (2)$$

이 된다. 이 산곡의 비를 정상파비(standing wave ratio)라 부르고 s 으로 표시한다.

$$s = P_{\max} / P_{\min} \quad (3)$$

여기에서

$$A + B = s(A - B) \quad (4)$$

그러므로 음압 반사계수 $|r_p|$ 는

$$|r_p| = \left| \frac{B}{A} \right| = \frac{s-1}{s+1} \quad (5)$$

* 경남대학교 대학원

** 경남대학교 기계설계학과

따라서 수직 입사 흡음율 α_n 은

$$\alpha_n = 1 - r_p^2 \quad (6)$$

으로서 정상파비 s 을 알면 수직 입사 흡음율 α_n 을 구할 수 있다.

(2) 개방 음장의 경우

음원의 신호를 $x(t)$ 라고 하면, 반사계수 r 인 반사면 으로부터 반사된 신호는 $rx(t + \tau)$ 로 표시할 수 있으며 계속된 신호음은 원음과 반사음의 합으로 다음과 같이 주어 진다.

$$y(t) = x(t) + rx(t + \tau) \quad (7)$$

여기서

$$\tau = 2 \frac{d}{c}$$

로 c 는 음속, r 는 음원과 반사면과의 거리이다.

$x(t)$ 와 $y(t)$ 의 푸리에 변환(Fourier Transform)을 각각 $X(\omega)$ 와 $Y(\omega)$ 로 나타내면 푸리에 변환의 특성에 의하여

$$Y(\omega) = X(\omega) + rX(\omega)e^{j\tau\omega} \quad (8)$$

로 주어지며, $Y(\omega)$ 의 공액복소수(Conjugate)는

$$Y^*(\omega) = X^*(\omega) + rX^*(\omega)e^{j\tau\omega} \quad (9)$$

가 된다.

따라서, 계속된 전체 신호음의 PSD는

$$\begin{aligned} G_{yy}(\omega) &= \frac{2}{T} [Y^*(\omega)Y(\omega)] \\ &= G_{xx}(\omega) (1 + r^2 + 2r \cos \tau \omega) \end{aligned} \quad (10)$$

로 주어진다.

따라서, 계속된 전체 신호음의 PSD는

$$G_{\text{mean}} = (1 + r^2) G_{xx}(\omega) \quad (11)$$

로 주어지는 평균치에

$$G_{\text{fluc}} = 2r G_{xx}(\omega) \cos \tau \omega \quad (12)$$

와 같이 표현되는 진폭 $G_{\text{high}} = 2r G_{xx}(\omega)$, ω 축 상에 서의 주기가 $1/\tau$ 로 주어지는 고주파 성분이 겹친 꼴로 표 시된다.

따라서 식(11)과 식(12)를 이용하면, 계속된 신호를 이용하 여 반사면의 반사계수 r 을 추출해 낼 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} G_{\text{mean}} &= (1 + r^2)G_{xx}(\omega) \\ G_{\text{high}} &= 2r G_{xx}(\omega) \\ \frac{G_{\text{mean}}}{G_{\text{high}}} &= \frac{1 + r^2}{2r} \end{aligned}$$

따라서

$$r = \frac{G_{\text{mean}}}{G_{\text{high}}} - \sqrt{\left(\frac{G_{\text{mean}}}{G_{\text{high}}}\right)^2 - 1} \quad (13)$$

로 주어진다. 한편, 반사파의 지연시간 τ 는 주파수 영역 의 조화진동의 주기이므로 식(7)에 주어진 계속신호의 캡스 트럼을 위하여 손쉽게 파악해 낼 수 있다.

(3) 폐쇄 음장의 경우

음장이 폐쇄된 경우 음원에서의 신호가 주어진 후 반사 면에 의하여 반사된 음들이 연속적으로 발생하게 되므로 계 속된 신호는 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$\begin{aligned} y(t) &= x(t) + rx(t + \tau_1) + r^2x(t + \tau_2) + \dots \\ &= x(t) + \sum_{n=1}^{\infty} r^n x(t + \tau_n) \end{aligned} \quad (14)$$

따라서, 계속된 신호의 PSD는

$$\begin{aligned} G_{yy}(\omega) &= G_{xx}(\omega) \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} r^n e^{-j\omega\tau_n} + \sum_{n=1}^{\infty} r^n e^{j\omega\tau_n} \right. \\ &\quad \left. + \left(\sum_{n=1}^{\infty} r^n e^{-j\omega\tau_n} \right) \left(\sum_{n=1}^{\infty} r^n e^{j\omega\tau_n} \right) \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

연속적으로 반사된 신호가 계속된 신호에 반영되는 효과 를 살펴보기 위하여 식(14)에서 $n=2$ 의 경우를 살펴보면

$$\begin{aligned} G_{yy}(\omega) &= G_{xx}(\omega) \{ 1 + re^{-j\omega\tau_1} + r^2e^{-j\omega\tau_2} + re^{j\omega\tau_1} + r^2e^{j\omega\tau_2} \\ &\quad + (re^{-j\omega\tau_1} + r^2e^{-j\omega\tau_2})(re^{j\omega\tau_1} + r^2e^{j\omega\tau_2}) \} \\ &= G_{xx}(\omega) \{ 1 + k^2 + k^4 \\ &\quad + 2k \cos \tau_1 \omega + 2k^2 \cos \tau_2 \omega + 2k^3 \cos(\tau_1 - \tau_2) \omega \} \end{aligned} \quad (16)$$

식(16)의 내용을 살펴보면 계속된 신호음은 평균값

$$G_{\text{mean}} = (1 + k^2 + k^4) G_{xx} \quad (17)$$

에 진폭이 각각 $2k$, $2k^2$, $2k^3$ 이며 주파수 영역에서의 주기가 $1/\tau_1$, $1/\tau_2$, $1/(\tau_2 - \tau_1)$ 인 고주파 성분이 중첩 된 꼴로 주어진다는 것을 알 수 있다.

3. 수치 적용의 예

식(10)을 통하여 계속된 반사음향신호로부터 음원의 크기와 반사면의 반사계수, 지연시간 등을 산정해 낼 수 있는지의 여부를 수치적으로 합성된 신호를 대상으로 검증해 보았다. Fig. 2는 반정현파의 펄스형 신호가 반사계수 $r=0.9$ 인 벽면에 반사되어서 계속된 상태로 총 계속시간은 0.012초이 며, 1024개의 등간적으로 샘플링된 것이다.

Fig. 3에 반사파가 없는 경우의 음향신호에 대한 PSD와 반사파가 계속된 경우의 음향신호의 PSD를 비교해 놓았다. Fig. 3에 의하면 반사파의 효과는 식(10)에서 예측된 바와 같이 PSD의 크기가 증가되며, 동시에 일정한 주기를 가진 조화운동 성분이 중첩되어 있는 것으로 나타난다.

식(11)과 식(12)에 주어진 G_{mean} 과 G_{fluc} 의 값을 계속된 PSD로부터 추출해 내기 위하여 Fig. 3(b)에 주어진 것과 같 은 반사파의 효과가 포함된 음향신호의 PSD를 확대시킨 것이 Fig. 4에 주어져 있으며, 이로부터 반사계수 r 의 값이 0.89로 계산되어 짐을 손쉽게 알 수 있다.

반사음이 폐쇄된 공간에서 측정된 경우에는 반사파가 계속적으로 계속되게 되며 이러한 경우의 예를 위하여 Fig. 5에 예시된 것과 같이 반정현파가 연속적인 2 개의 반사신호 를 발생시킨 경우에 음원의 PSD와 계속된 전체 신호음의 PSD를 Fig. 6에 비교해 놓았다. Fig. 5의 경우처럼 반사음이 1 개가 아니고 연속적으로 들어오는 경우에는 식(15)를

직접 사용하여 반사계수를 구할 수도 있으나 그 신호의 처리 과정이 단순 반사파의 경우에 비해서는 다소 복잡해진다. Fig. 6에 계속된 신호의 PSD, G_{mean} 과 G_{high} 을 계산해 내기 위한 확대 그림이 Fig. 7에 주어져 있다.

Fig. 5의 경우와 같이 2 개의 반사파가 존재하는 경우에는 G_{mean} 으로 나타내어지는 PSD의 평균값 위에 주기가 $1/\tau_1$, $1/\tau_2$, $1/(\tau_2 - \tau_1)$ 이고 그 크기가 r , r^2 , r^3 에 비례하는 3 가지 성분의 조화운동 성분이 중첩되어 나타나게 된다는 것을 Fig. 7의 결과를 통해 알 수 있다. 여기서 τ_1 은 1차원 파형의 경우 한쪽 반사면에 도달했다 오는 동안의 시간이며 τ_2 는 반대편 반사면에 도달했다 오는 시간이다.

따라서 이 경우에는 PSD 상의 크기를 비교 처리하여 반사음을 해석하는 것보다는 반사음의 효과를 캡스트럼 상에서 충격응답함수(Impulse Response Function)에 해당하는 피크 점들로 표시된다는 사실을 이용하여 측정된 신호의 캡스트럼을 취하고, 반사파의 효과를 제거해 주는 것이 훨씬 손쉬운 방법이다.

문제는 반사음장 하에서 계속된 음향신호의 캡스트럼 상에서 피크 형식으로 나타나는 반사파의 효과를 나타내는 일련의 충격응답함수를 여하히 구별해 낼 수 있는 가이다. 다행히 Fig. 5에 주어진 것과 같이 원음의 캡스트럼과 반사파의 충격응답함수가 반사에 의한 지연시간 τ 보다 짧은 경우에는 계속된 음향신호의 캡스트럼에서 충격응답함수들을 제거시키는 것이 비교적 수월하다. 식(16)에 예시된 바와 같이 1차원 음장인 경우에는 반사신호의 효과에 의한 캡스트럼 상의 충격응답함수들의 쿼프런시(quefrensy)가 τ_1 , τ_2 , $\tau_2 - \tau_1$ 에 해당된다는 것을 알 수 있다.

또한, 폐쇄된 음장 하에서의 실제 계속에 있어서도, 위의 경우가 적용될 수 있는데, 이는 1차원 음장의 경우에는 계속된 신호 속에 무수한 반사파가 생긴다 하더라도 τ_1 , τ_2 , $\tau_2 - \tau_1$, τ_1 에 해당되는 쿼프런시에서 충격함수가 존재하기 때문이다. 여기서, τ_1 은 음파가 1차원 음장을 한번 왕복하는데 걸리는 시간을 의미한다. 이미 언급한 바와 같이 원음과 반사파의 효과를 나타내는 충격응답함수의 길이가 지연시간 보다 짧은 경우에는 재편집된 캡스트럼을 이용하여 원음을 재생시키기가 수월하며, Fig. 5에 해당되는 신호음의 캡스트럼, 반사파의 효과를 나타내는 충격응답함수가 제거된 편집된 캡스트럼, 이로부터 복원된 원음의 신호가 그림 8의 (a) (b) (c)에 예시되어 있다.

원음의 충격함수의 길이가 캡스트럼 상에서 지연시간보다 짧지 않은 경우의 예를 알아보기 위하여 Fig. 9에서와 같은 sine chirp 신호가 반사된 신호를 대상으로 신호분석을 수행하였다. 반사파가 1 개만 계속된 경우, 반사계수 r 과 원음의 PSD는 마찬가지로 식(10)에 주어진 것과 같이 쉽게 계산해 낼 수 있으며, Fig. 10(b)에 계속된 신호의 PSD, G_{mean} 과 G_{high} 을 계산해 내기 위한 확대 그림이 Fig. 11에 주어져 있다.

캡스트럼을 통한, 신호분석의 가능성을 반사파가 1 개뿐인 경우에 수행하기 위하여 재편집된 캡스트럼을 통하여 회복된 원음의 신호가 Fig. 12에 주어져 있다. Fig. 13에 주어진 것과 같이 원음의 충격응답함수의 길이가 반사 지연시간에 비해 짧지 않은 신호에 대하여 반사파가 2 개일 경우, 그 캡스트럼을 보면 그 양상이 상당히 복잡하며, Fig. 14에 주어진 캡스트럼에서 알 수 있듯이 반사파의 충격응답함수

에 해당되는 피크 점들을 찾기가 매우 어렵다. 따라서, 반사음장 하에서의 반사계수 산정 및 원음의 회복에는 충격응답함수의 형태가 반사파에 의한 충격응답함수와 확연히 구별되는 신호음을 사용하는 것이 실질적인 계속시 복잡한 문제에 부딪치지 않게 된다는 것을 짐작할 수 있다.

4. 결 론

반사음이 포함된 신호의 계속을 통하여 원음의 크기와 반사계수의 크기, 지연시간 등의 추출을 수치적 예를 사용하여 규명해 보았다.

반사계수의 측정시, 폐쇄된 음장에서는 정상파비로 표시되는 단일 주파수 신호를 사용하는 것이 실제 계속시 가장 손쉬운 방법이며, 광역의 주파수 성분에 걸쳐 그 값을 파악할 필요가 있는 경우에는 캡스트럼 상에서 반사파의 효과가 원음과 확연히 구분되는 신호를 사용하는 것이 신호처리 과정에서 불필요한 부담을 제거시켜 준다.

개방 음장에서는 반사파가 1 개밖에 포함되지 않으므로 이 경우에는 PSD 상의 데이터 처리를 통하든지 또는 캡스트럼의 재편집을 통하여 원음의 크기와 성분 그리고 반사계수 등을 손쉽게 추출해 낼 수 있다.

광대역 주파수 성분을 가진 음원을 계속에 사용할 경우에는 comb lifter의 적용에 보다 세심한 주의를 기울일 필요가 있으며 캡스트럼 상의 추가 충격응답함수의 식별에 보다 더 합리적인 방법이 강구되어야 할 것이다.

참 고 문 헌

- [1]. W.L.Harold, S.G.William, and A.E.Harold, "Noise Control for Engineers," McGraw-Hill Book Company, pp. 133-139, 1980.
- [2]. M.P.Norton, "Fundamentals of Noise and Vibration Analysis for Engineers," Cambridge University Press, pp. 295-303, 1989.
- [3]. L.B.Leo and L.V.Istvan, "Noise and Vibration Control Engineering," John Wiley & Sons, pp. 175-274, 1992.
- [4]. J.S.Bendat and A.G.Piersol, "Random Data," John Wiley & Sons, pp. 109-163, 1986.
- [5]. R.B. Ramdall and J.Hee, "Cepstrum Analysis," Brüel & kjaer Technical Review, No. 3, 1981.
- [6]. A.A.Syed, J.D.Brown, M.J.Oliver, and S.A.Hills, "The Cepstrum: A Viable Method for The Removal of Ground Reflections," J. Sound and Vibration, Vol. 71, No. 2, 1980.
- [7]. J.S.Bolton and E.Gold, "The Application of Cepstral Techniques to The Measurement of Transfer Functions and Acoustical Reflection Coefficients," J. Sound and Vibration, Vol. 93, No. 2, 1984.
- [8]. R.H.Lyon and A.Ordubad, "Use of Cepstra in Acoustical Signal Analysis," J. Mech. Des., Vol. 104, Apr. 1982.
- [9]. P.A.Nelson, A.R.D.Curtis, S.J.Elliott, and A.J.Bullmore, "Active Minimization of Harmonic Enclosed Sound Field: Part I, II and III," J. Sound and Vibration 117, 1987.
- [10]. J.s.Bendat and A.G.Piersol, "Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis," John Wiley & Sons, 1980.

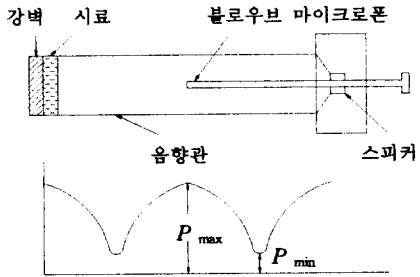


Fig. 1 Schematic diagram of measuring standing wave ratio.

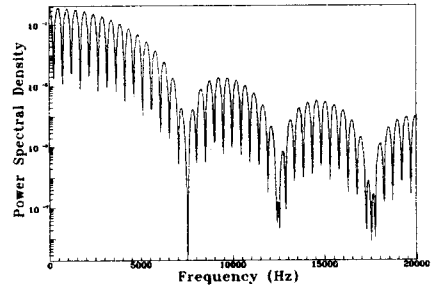


Fig. 3(b) PSD of half-sine signal with echo received.

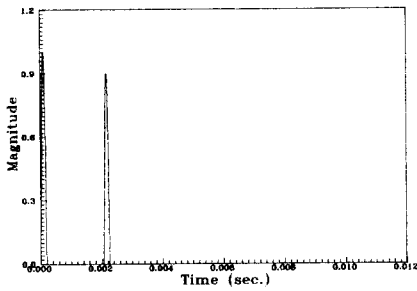


Fig. 2 Measured echo time signal simulating open field.

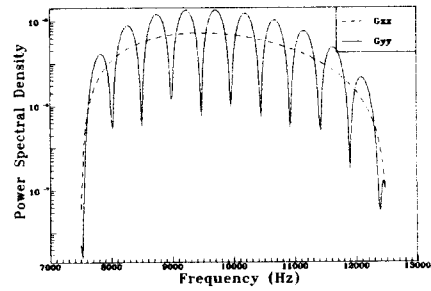


Fig. 4 Conditioned PSD of Fig. 3(b).

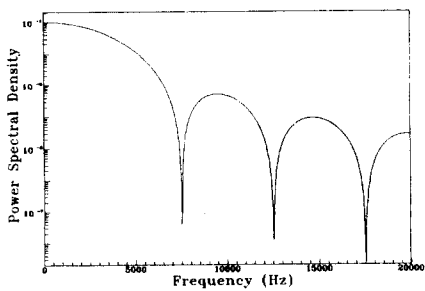


Fig. 3(a) PSD of original half-sine pulse.

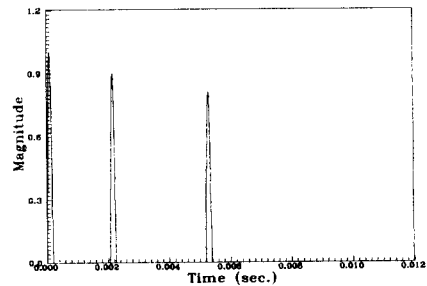


Fig. 5 Measured echo time signal simulating closed field.

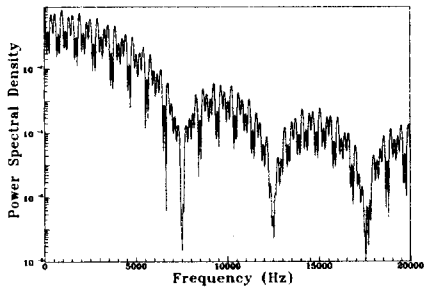


Fig. 6 PSD of half-sine signal with two echoes received.

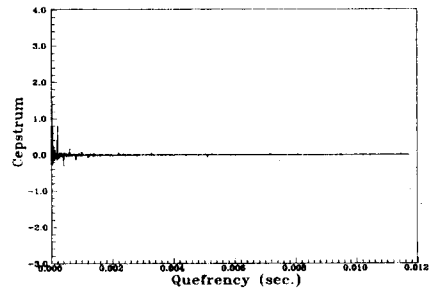


Fig. 8(b) Edited cepstrum.

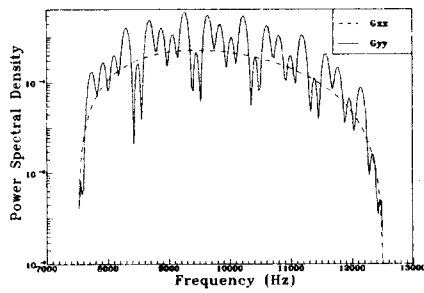


Fig. 7 Conditioned PSD of Fig. 6.

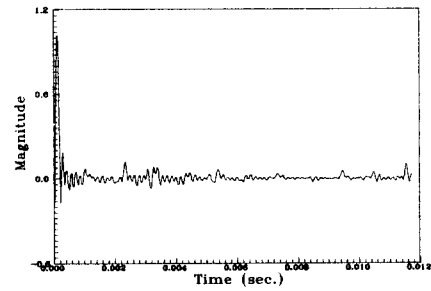


Fig. 8(c) Half-sine signal regenerated from edited cepstrum.

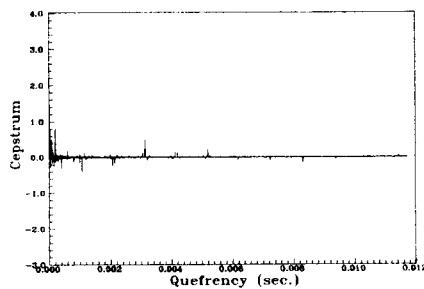


Fig. 8(a). Cepstrum of half-sine signal with two echoes received.

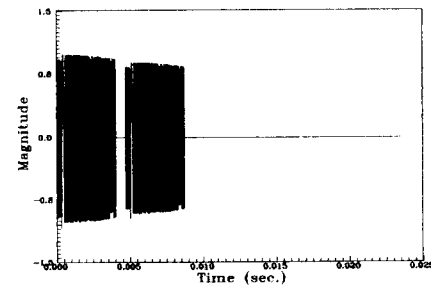


Fig. 9 Measured echo time signal simulating open field.

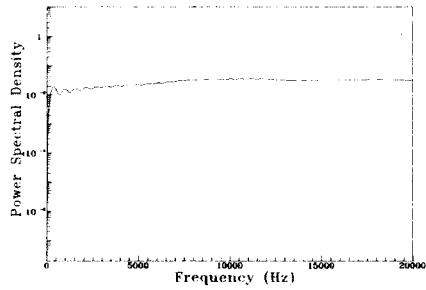


Fig. 10(a) PSD of original sine chirp signal.

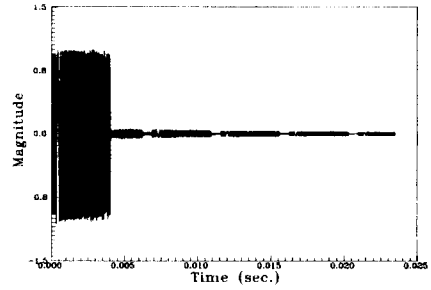


Fig. 12 Sine chirp signal regenerated from edited cepstrum.

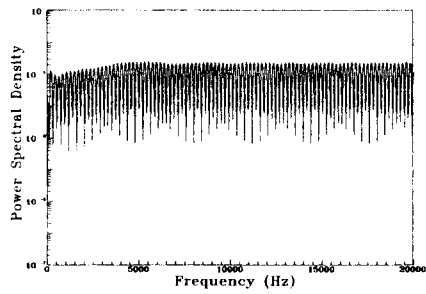


Fig. 10(b) PSD of sine chirp signal with echo received.

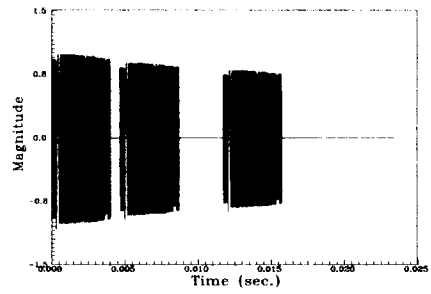


Fig. 13 Measured echo time signal simulating closed field.

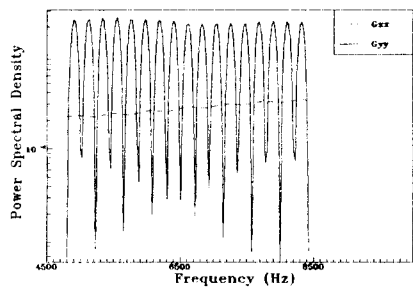


Fig. 11 Conditioned PSD of Fig. 10(b).

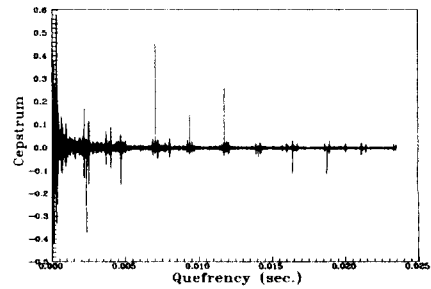


Fig. 14 Cepstrum of sine chirp signal with two echoes received.