

# 구조-음향 연성 평판 구조물의 음향전달특성에 관한 연구

오재용\* 이동익\*\* 조준호\*\*\* 송재은\*\*\*\* 도중석\*\*\*\*\*

( A Study on The Sound Transmission Properties  
of Sound-Structure Interaction Plate Structure )

(Jae-Eung Oh, Dong-Ick Lee, Joon-Ho Jo, Jae-Eun Song, Jung-Seok Do)

## 1. 서론

많은 공학자들은 기계 재료의 종류 및 형태에 따른 정적, 동적 특성 연구를 수행해 왔다. 특히 산업적으로 그 활용도가 높은 평판 재료에 대한 진동 특성 연구<sup>(1)</sup>는 많이 이루어졌다. 최근에는 진동 특성을 해석하는 방법도 부분구조합성법<sup>(2)</sup>, 감도해석법<sup>(3)</sup> 등의 방법으로 연구가 활발히 이루어지고 있다.

한편 평판의 진동이 공기와 같은 매질로 상호 작용을 하며, 막힘이 없는 공간으로 음향을 방사하는 현상에 대한 연구<sup>(4)</sup>도 이루어지고 있다. 그러나 평판 재료를 사용하여 기계 구조물을 제작하는 경우 많은 경우에 구조물간 결합에 의해 폐공간이 형성되고 이러한 폐공간에 의해 평판의 진동이 구조-음향 연성 현상이 발생 되고, 이에 따라 평판의 진동 특성도 달라지게 된다.

이러한 구조-음향 연성에 대한 연구는 1978년 Wayne B.McDonald<sup>(5)</sup>와 C. Kearney Barton<sup>(6)</sup>, 1979년 R. Vaicatis<sup>(7)</sup>에 의해 폐공간 내로의 음향 전달 현상을 연구하며 이루어졌다. 최근에 연구 동향은 이장명<sup>(8)</sup>의 FEM과 BEM을 이용한 폐공간 내로의 음향 전달 현상을 연구하였고, V.B. Bokil<sup>(9)</sup>에 의해 구조-음향 연성된 평판의 모드 해석 방법이 연구되었다. 한편 V.Martin<sup>(10)</sup>에 의해 능동 소음 제어의 모

델링을 좀더 정확히 하기 위해 구조 연성계를 고려한 연구도 수행되었다.

연구 결과 구조-음향 연성에 의한 평판의 고유진동수 변화를 구하였고 이 때에 경계조건을 만족하는 직교다항식을 이용한 Rayleigh-Ritz<sup>(11)</sup> 방법을 이용하였다.

또한 이러한 해석은 실험과도 매우 잘 일치함을 알 수 있었다.

## 2. 이론 해석

직육면체 모델의 한 면을 이루고 있는 평판의 진동방정식과 직육면체 폐공간 내의 음장분포의 지배 방정식은 다음과 같다.

$$D\nabla^4 W + \rho h \frac{\partial^2}{\partial t^2} W = P_1 - P_2 \quad (1)$$

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

여기서  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$  (Flexural rigidity)

- E : Modulus of elasticity
- h : Thickness of the steel plate
- P<sub>1</sub> : Excitation pressure on the plate
- P<sub>2</sub> : Response pressure on the plate in the cavity
- W : Displacement of the steel plate
- ν : Poisson's ratio
- ρ : Density of the steel plate
- φ : Velocity potential in the cavity

\* 한양대학교 자동차공학과 정회원  
 \*\* 한양대학교 정밀기계공학과  
 \*\*\* 한양대학교 정밀기계공학과  
 \*\*\*\* 한양대학교 정밀기계공학과  
 \*\*\*\*\* 한양대학교 정밀기계공학과

리유인체 폐공간의 경계 조건을 고려한 속도포텐셜과 매질 입자 속도의 관계는 다음과 같다

$$\frac{\partial}{\partial x} \phi(0, y, z, t) = V(0, y, z, t) \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \phi(a, y, z, t) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \phi(x, 0, z, t) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \phi(x, b, z, t) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \phi(x, y, 0, t) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \phi(x, y, c, t) = 0 \quad (8)$$

a : Distance between the flexible wall and the faced rigid wall in the cavity

b : Width of the rectangular cavity

c : Height of the rectangular cavity

이때 평판의 진동 형태를 다음과 같이 가정한다.

$$W(0, y, z, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} a_{ij} X_i Y_j \cdot \exp(i\omega t) \quad (9)$$

식(2)의 속도포텐셜  $\phi$ 를 식(13)과 같이 가정한다.

$$\phi(x, y, z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \phi_{mn}(x) \cdot \cos \frac{m\pi y}{b} \cos \frac{n\pi z}{c} \cdot \exp(i\omega t) \quad (10)$$

음장분포를 지배하는 운동방정식과 경계조건을 만족하는 속도포텐셜을 구하고 압력과 속도포텐셜과의 관계를 이용하여 폐공간내의 압력 분포를 유도해낸후 이것을 평판의 운동방정식 (1)에 대입하여 정리하면 구조와 음향이 연성된 방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$D\nabla^4 W + \rho_0 h \frac{\partial^2}{\partial t^2} W + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\rho_0 \cosh \sqrt{U^2 - \left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2} a}{\sqrt{U^2 - \left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2} \cdot \sinh \sqrt{U^2 - \left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2} a} \frac{\partial}{\partial t^2} W = P_1 \quad (11)$$

$$\text{여기서 } U^2 = \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{c}\right)^2$$

$\rho_0$  : Density of the air

식 (11)로부터 운동에너지와 위치에너지를 구한다. Rayleigh-Ritz방법을 이용하여  $\omega^2$ 의 값을 구하기 위해서는 운동에너

지와 위치에너지에 대하여 계수  $a_{ij}$ 로 편미분하여 계수  $a_{mn}$ 에 대한 다항식으로 정리하여야 한다. 계수  $a_{mn}$ 함에 대한 다항식을 매트릭스 형태로 나타내면 식(12)과 같다

$$\left[ \frac{\partial}{\partial a_{ij}} (V - T) \right] (a_{mn}) = 0 \quad (12)$$

식(12)의 매트릭스  $\left[ \frac{\partial}{\partial a_{ij}} (V - T) \right]$ 의 determinant의 값

이 "0" 인 경우에 물리적으로 의미있는 결과를 얻을 수 있다. 이를 식(24)에 나타 내었다.

$$DET \left[ \frac{\partial}{\partial a_{ij}} (V - T) \right] = 0 \quad (13)$$

### 3. 실험

#### 3.1 실험장치

실험에 사용한 시편은 아연도강판(KS-3506)으로 두께는 1mm로 하였다. 시편의 주요 물성치는 Table 1에 나타내었다. 시편은 4번 고정 of 조건을 만들기 위해 1번을 320mm로 하고 4번을 나사들 이용하여 고정시키는 구조로 20mm두께의 아크릴 수지로 제작하였다.

<Table1> Main parameters

Notations	Physical Properties	
h	0.001	m
a	0.1 - 0.6, $\infty$	m
b	0.3	m
c	0.3	m
E	$200 \times 10^9$	N/m <sup>2</sup>
$\rho$	7700	kg/m <sup>3</sup>
$\nu$	0.33	
$\rho_0$	1.21	kg/m <sup>3</sup>
$C_0$	340.0	m/sec

실험장치구성으로 가속도계는 Dytran사의 3101, 충격해머는 Dytran사의 1622, 신호증폭기는 Dytran사의 4105, 주파수 분석기는 Advantest사의 R-9211A, 플로터는 Tektronix사의 HC100으로 하였다. 또 스피커는 Bukdoo사의 B300601, Function Generator는 B&K사의 Type 1027를, FFT는 ADVANTEST사의 R9212를, BAND PASS FILTER는 B&K사의 Type 1617를 사용했다.

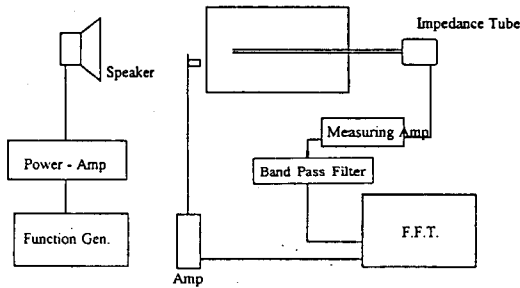
#### 3.2 실험 방법

실험은 우선 평판의 마주보는 면의 아크릴 판재가 제거된, 4각 파이프의 한쪽 끝이 평판으로 고정시킨 형태로 수행하였고, 다음은 한쪽 끝을 평판으로 부터 0.1m부터 0.6m 떨

어진 위치까지 0.1m 간격으로 하여, 20mm 아크릴 판재로 막고 실험을 행하였다. 실험은 평판의 고유진동수가 잘 나타나는 위치를 선정하여 가속도계를 부착하고 충격해머의 가진위치를 변경하며 실험을 행하였다. 대부분의 경우 모든 곳에서 좋은 응답 특성을 얻었으나 특히 4번근처의 고정된 부위를 가진하는 것이 변형이 쉽게 되는 중앙부 가진하는 것보다 좋은 응답 특성을 얻었다. 실험의 범위는 폐공간의 음향공진 범위를 고려하여 1000 Hz로 하였다.

두번째로 스피커를 평판의 바로 앞쪽에 위치시켜 white noise로 가진시키고 cavity 내부에서는 평판에 근접한 위치에서 음압을 측정하는 실험을 수행하여 주파수분석을 하였고 또한 평판으로부터 측정위치를 점점 멀리하면서 음압을 측정하여 폐공간 내부의 음향의 모드 형태를 알아내는 실험을 수행하였는데 이 실험에서는 폐공간의 크기를 a=0.6 m로 한정했다. Fig.1은 측정장비 구성 상태를 나타내고 있다.

<Fig.1> Experimental apparatus



#### 4. 결과 및 고찰

##### 4.1 이론 해석 결과

Table 1에 주어진 물성치를 이용하고, 4번 고정의 경계조건을 만족하는 직교 다항식을 다음과 같이 가정하고 구하였다.

$$X_i = \cosh(k_i, x) - \cos(k_i, x) - \alpha_i (\sinh(k_i, x) - \sin(k_i, x)) \quad (14)$$

$$Y_j = \cosh(k_j, y) - \cos(k_j, y) - \alpha_j (\sinh(k_j, y) - \sin(k_j, y)) \quad (15)$$

$$\alpha_n = \frac{\cosh(k_n) - \cos(k_n)}{\sinh(k_n) - \sin(k_n)} \quad (16)$$

여기서,  $k_1 = 4.7300$ ,  $k_2 = 7.8532$ ,  $k_3 = 10.9956$ ,

$k_4 = 14.1372$ ,  $k_5 = 17.2786$ 이다.

구조-음향이 연성되어 있지 않은 경우와 연성이 되어 있는 경우에 대해 8차까지의 고유진동수를 구하여 Table 2에 정리하였고 음향의 고유진동수를 계산하여 Table 3에 정리하였다.

<Table 2> Natural frequencies of coupled plate(Theory)

a(m)	Plate Natural Frequencies (Hz)							
	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th	7th	8th
0.1	117.2	206.7	206.7	297.7	349.0	357.2	394.0	443.0
0.2	107.3	201.9	201.9	294.3	346.4	354.6	392.2	442.4
0.3	103.5	200.2	200.2	292.3	344.0	352.1	389.3	438.6
0.4	101.5	198.0	198.0	289.6	339.9	347.5	380.4	437.6
0.5	101.1	196.4	196.4	284.7	343.0	348.6	398.6	446.1
0.6	99.1	195.2	195.2	268.5	350.0	357.6	393.7	442.7
∞	98.1	199.5	199.5	296.5	350.7	360.3	398.6	451.6
	98.3	197.9	197.9	296.2	360.7	362.4		

<Table 3> Natural frequencies of acoustic(Theory)

a(m)	Acoustic Natural Frequencies		
	1st	2nd	3rd
0.1			
0.2	850.0		
0.3	566.6		
0.4	25.0	950.0	
0.5	340.0	680.0	
0.6	283.3	566.6	850.0
∞			

구조-음향이 연성되어 있지 않은 경우 1차 고유진동수에 대하여 2.04배, 3.0배, 3.66배, 4.0배의 위치에 피크를 갖는다. 그러나 폐공간이 형성되어 구조-음향이 연성되어 있는 경우

$$\text{우 식(11)의 } \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\rho_0 \cosh \sqrt{U^2 - \left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2} a}{\sqrt{U^2 - \left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2} \cdot \sinh \sqrt{U^2 - \left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2} a}$$

항이 무한대가 되는 경우가 발생된다. 따라서 이 경우에 식(13)의 determinant의 값이 무한대가 되는 경우가 생긴다. 이것은  $\omega$ 의 값이 음향공진주파수의 값인 경우이다. 계산 결과 1000 Hz 이하의 범위에서 a=0.6m의 경우 283 Hz와 566Hz 근처에 음향공진주파수가 존재한다. 이러한 결과가 Fig. 3에 나타나 있다. a=0.2m의 경우는 850Hz근처에 음향공진주파수가 존재한다.

##### 4.2 실험 결과

첫번째 실험의 결과를 Table 4와 Table 5에 각각 정리하였다.

<Table 4> Natural frequencies of coupled plate(Experiment)

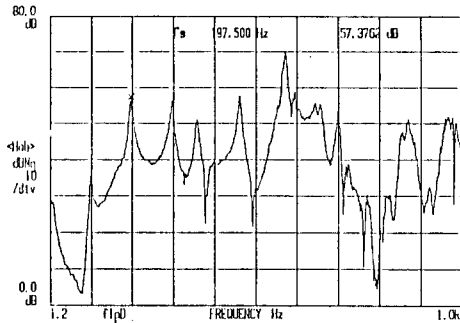
a(m)	Plate Natural Frequencies (Hz)							
	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th	7th	8th
0.1	118.2	202.5	202.5	306.2	361.7	361.7	422.2	470.0
0.2	111.2	200.0	200.0	306.2	363.2	363.2		471.7
0.3	110.0	203.2	203.2	307.7	372.2	372.2		470.5
0.4	108.7	203.2	203.2	307.7	372.2	372.2		471.2
0.5	107.7	202.2	202.2	305.5	372.0	372.0	411.0	471.2
0.6	103.2	197.5	197.5	297.7	361.2	361.2	400.0	464.2
∞	99.0	198.5	198.5	297.7	360.0	360.0	395.0	461.2

<Table 5> Natural frequencies of acoustic(Experiment)

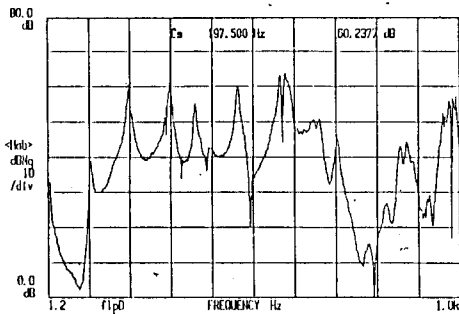
a(m)	Acoustic Natural Frequencies		
	1st	2nd	3rd
0.1			
0.2	853.2		
0.3	566.6		
0.4	424.5		
0.5	336.7	666.5	
0.6	282.5	566.7	857.2
∞			

실험에서는 5차와 6차의 고유진동수가 분리되지 않고 하나의 고유진동수로 나타났다. 연성되지 않은 Fig. 2에서 음향공진주파수에 해당하는 주파수에 피크가 존재하지 않는 것을 알 수 있다. a = 0.6m의 Fig. 3에서 1차 고유진동수가 103.5 Hz로 이동되고 2차 이상의 고유진동수는 변화가 없었다. 음향공진주파수에 해당하는 283 Hz, 566 Hz, 850 Hz 근처에 피크가 측정되었다. 0.3m의 정4각형 단면에 부합하는 음향공진주파수는 566 Hz로 중복되어 나타난다. a = 0.2m의 Fig.5의 경우는 1차 고유진동수가 109.5 Hz로 이동되고 2차 이상의 고유진동수는 변화가 거의 없었다. 또한 0.2m에 상응하는 음향공진주파수가 850Hz이고, 0.3m의 정4각형 단면에 부합하는 음향공진주파수는 566 Hz이다.

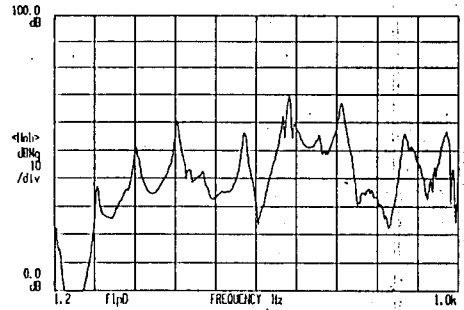
<Fig.2> Frequency response function of the un-coupled plate



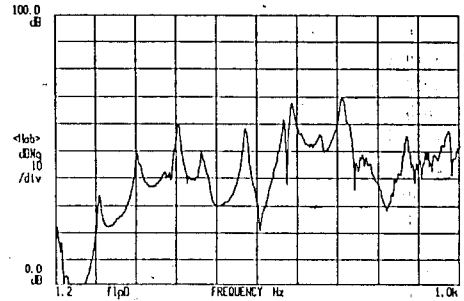
<Fig.3> Frequency response function of the coupled plate (a=0.6m)



<Fig.4> Frequency response function of the un-coupled plate (a=0.2m)

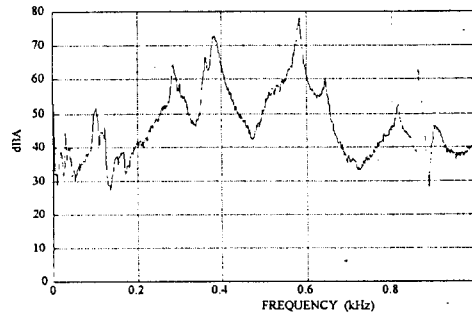


<Fig.5> Frequency response function of the coupled plate (a=0.2m)

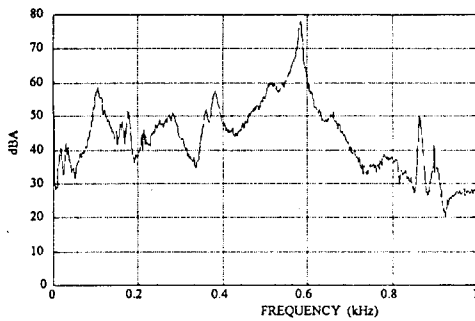


두번째 실험에서 94 dB의 white noise로 가진 했을 때 측정점의 위치가 평판으로부터 0 mm, 340 mm, 600mm 인 경우의 주파수 응답함수가 Fig.6, Fig.7, Fig.8 에 각각 나타나 있다. 그리고 Cavity의 길이 방향에 따라 측정된 각 측정점의 음압들을 연결시켜 음향의 모드형을 구하였고 이 과정을 각각의 음향고유진동수마다 행하여 이론치와 비교하여 나타낸 그림이 Fig.9, 10, 11이다.

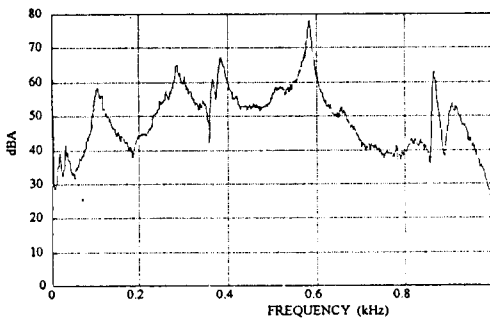
<Fig.6> Frequency response at the point 1



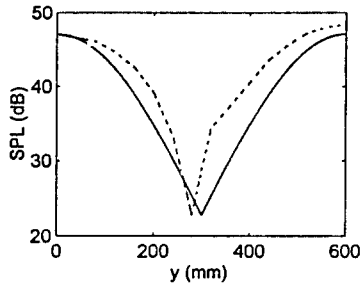
<Fig.7>Frequency response at the point 2



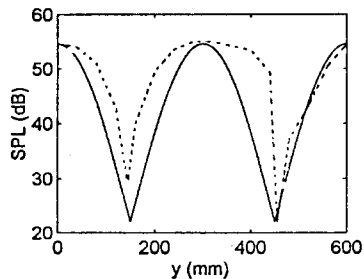
<Fig.8>Frequency response at the point 3



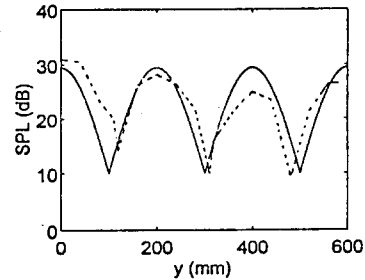
<Fig.9>Mode shape of acoustic(286Hz)



<Fig.10>Mode shape of acoustic(567Hz)



<Fig.11>Mode shape of the acoustic(850Hz)



폐공간내의 음장분포를 앞서의 이론에서 코사인 함수로 가정했던 것과 실험으로부터 구한 모드형상이 잘 일치함을 알 수 있다. Fig.9, 10, 11에서 실선으로 나타낸 것이 이론치이고 점선으로 나타낸 것이 실험치이다.

## 5. 결론

본 논문에서 4번 고정된 경계조건과 평판이 직육면체의 폐공간과 구조-음향 연성되어 있는 경우에 대하여 경계조건을 만족하는 직교 다항식을 가정하고 폐공간내의 속도포텐셜을 구하여 이를 실험을 행하여 결과를 서로 비교하였다.

본 논문의 결론은 다음과 같다.

- (1) 속도포텐셜을 이용한 방법이 구조-음향 연성된 평판의 운동방정식을 하나의 수식으로 나타 낼수 있음을 알았다.
- (2) 구조-음향 연성된 경우 1차 고유진동수 변화비는 마주보는 면과의 거리에 반비례한다.
- (3) 구조-음향 연성된 경우의 폐공간의크기가 클수록 낮은 주파수의 음향 공진주파수 성분이 평판의 고유 진동수로 나타난다.

## 참고 문헌

1. Werner Soedel, 1981, "Vibrations Of Shells and Plates", Marcel Dekker Inc.,pp 164
2. 長松昭男, 1991, "部分構造合成法", 培風館, pp 116
3. 이 정운, 1992, "설계파라미터 변경에 의한 연속계의 동특성 변화 예측", 한양대학교대학원 박사학위 논문
4. Frank Fahy, 1985, "Sound and Structure Vibration", Academic Press
5. Wayne B. McDonald, 1978, "Noise Transmission Through Plates Into a Enclosure", NASA Technical Paper 1173
6. C. Kearney Barton, 1978, "Noise Transmission Through Flat Rectangular Panels Into a Closed Cavity", NASA

Technical Paper 1321

7. R. Vaicaitis, 1979, "Noise Transmission Through Stiffened Panels", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 70, No. 3, pp 413-426
8. Chang-Myung Lee, 1992, " Application of Finite Element and Boundary Element Methods To a Coupled shell-Type Acoustic-Cavity System", A Thesis submitted to the Graduated Faculty of North Carolina State University for Degree of Doctor of Philosophy
9. V. B. Bokil, 1994, " A Technique for the Modal Analysis of Sound-Structure Interaction Problems", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 173, No. 1, pp 23-41
10. V. Martin, 1994, "Numerical Vibro-Acoustic Modelling of Aircraft For the Active Acoustic Control of Interior Noise, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 176, No. 3, pp 307-332