

경계요소법과 음장측정치에 의한 소음원의 진동장 및 음장 재구성

김 봉 기*, 이 정 권*

(**Reconstruction of Vibroacoustic Field from the Measured Pressures
Using the Boundary Element Method**)
(Bong-Ki Kim, Jeong-Guon Ih)

1. 서론

소음을 방사하는 진동체 표면의 진동분포 및 음압 분포를 파악하는것은 효과적인 소음제어를 할 수 있는 중요한 정보가 될 수 있다. 최근 근접음장 측정을 이용하여 감쇄파(evanescent wave)를 측정함으로써 음원의 특성을 예측하는 음향홀로그래피(acoustic holography) 방법이 연구되고 발전되었다[1-3]. 그러나, 이 방법은 공간푸리에 변환을 이용해야 하므로 분리좌표계에서만 측정이 가능하고 제한된 측정 데이터로 인하여 랩어라운드(wrap-around)오차를 유발한다. 특히 반사파가 존재하는 내부 음장의 경우 매우 단순한 형태의 소음원을 제외하고는 소음원의 진동장 및 음장을 재현하기가 매우 어렵다[4]. 또한 소음원의 형상이 분리좌표계에서 표현해야 하는 측정 면의 형태와 매우 다를 경우 근접장의 측정이 쉽지않다.

최근 분리좌표계 내에서 표현되지 않는 일반적인 형상을 갖는 음원의 근접장측정을 위한 공형음향 홀로그래피(conformal acoustic holography) 방법이 활발히 연구되고 있다[5-7]. 이 방법은 이산화된 Kirchhoff-Helmholtz 적분방정식으로부터 계산된 전달행렬과, 분리 좌표계에서 표현되지 않는 음원의 표면에 근접한 측정면에서 측정된 음압을 이용하여 음원의 특성을 예측한다. 이때 전달행렬의 특이값분리(singular value decomposition)를 이용해 감쇄파를 제거함으로써 측정오차에 의한 예측 오차를 개선할 수 있다[6]. 특히 측정위치에 따라 측정잡음에 대한 음원특성

의 재구성 오차를 줄일 수 있음이 보고되었다[7].

음장측정치를 이용해 소음원의 특성을 파악하는 역문제(inverse problem)는 일반적으로 작은 측정오차에 의해서도 재구성되는 소음원의 진동장 및 음장이 크게 발산하는 특성을 갖는다[8]. 이 발산의 원인은 전달행렬의 특이성(singularity) 때문이며, 주로 측정점까지 전파하지 못하는 음향모드에 의해 행렬의 랭크가 부족하기 때문이다[9]. 본 연구에서는 전달행렬의 특이성을 최소화할 수 있는 측정점을 체계적으로 선택하기 위하여 Kammer에 의해 제안된 effective independence(Eff) 방법[10]을 적용하였다. 이 방법은 많은 측정점 후보중에서 전달행렬의 norm을 가장 극대화할 수 있는 측정점을 반복적인 계산에 의해 선택하는 방법이다.

측정된 음압정보로부터 소음원의 특성을 알기 위해서는 전달행렬의 역변환 과정(inverse operation)을 거쳐야 하는데, 유일한 해를 얻기 위해서는 알고자 하는 소음원의 정보보다 많은 측정점을 선택하여 과결정(overdetermined)된 선형방정식을 얻어야 한다. 이로부터 본 연구에서는 최소자승법을 이용하여 소음원의 진동장 및 음장을 예측하였는데, 측정오차에 의한 소음원의 진동장 및 음장의 오차를 최소화하기 위해서는 역변화 과정에서 측정점까지 전파하지 못하는 음향모드를 여파하여야 한다. 이 모드는 일반적으로 공간상에서 고차모드의 형태로 나타나며, 이 모드에 의한 예측오차를 줄이기 위해서는 선형방정식에 재구성되는 소음원의 진동장 및 음장의 norm을 제한하는 부가적인 식을 첨가하는 적절화 방법(regularization method)을

* 한국과학기술원 기계공학과

사용해야 한다[11]. 이때 적절화 변수(regularization parameter)를 정확히 선택하는 것이 매우 중요한데, 본 연구에서는 측정잡음의 분산을 이용해 최적의 적절화 변수를 추정하여 이로부터 소음원의 진동장 및 음장을 재현함으로써 재구성 오차를 최소화 하고자 한다. 반사파가 존재하는 내부음장 예제를 통하여 제안된 방법의 타당성을 검증하였다.

2. 음향경계요소법을 이용한 역문제의 구성

소음원 표면의 진동으로부터 형성된 음압은 시간항을 $e^{i\omega t}$ 라 할 때, 잘 알려진 Kirchhoff-Helmholtz 적분 방정식으로부터 다음과 같이 표현된다.

$$c(\mathbf{r})p(\mathbf{r}) = \int_{S_0} \left[p(\mathbf{r}_0) \frac{\partial G(\mathbf{r}/\mathbf{r}_0)}{\partial n_0} - \frac{\partial p(\mathbf{r}_0)}{\partial n_0} G(\mathbf{r}/\mathbf{r}_0) \right] dS, \quad (1)$$

여기서 $p(\mathbf{r}_0)$ 표면음압이고, $G(\mathbf{r}/\mathbf{r}_0) = \exp(-ikR)/R$ 는 자유음장 그린함수, $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|$ 는 측정점 \mathbf{r} 과 소음원 표면 위의 \mathbf{r}_0 사이의 거리, $\partial/\partial n_0$ 표면 수직방향으로의 미분을 의미한다. 특히, $c(\mathbf{r})$ 는 입체각(solid angle)으로 다음과 같은 값을 갖는다[12].

$$c(\mathbf{r}) = \begin{cases} 4\pi & (\mathbf{r} \in V, \mathbf{r} \notin S_0) \\ 4\pi + \int_{S_0} \frac{\partial}{\partial n_0} \left(\frac{1}{R} \right) dS & (\mathbf{r} \in V, \mathbf{r} \in S_0) \\ 0 & (\mathbf{r} \notin V, \mathbf{r} \notin S_0) \end{cases}. \quad (2)$$

본 연구에서는 이차형상함수를 이용하여 좌표와 경계면 위에서의 음압과 진동속도를 보간하여 6개의 절점을 갖는 삼각형 요소로 이산화 하였다. 만일 M 개의 측정점과 N 개의 이산화된 표면 절점을 고려하고 $\{p\}_s, \{v_n\}_s$ 를 각각 표면 위의 음압벡터, 속도벡터라 하면, 식(1)은 다음과 같은 행렬/벡터 식 나타낼 수 있다[13]:

$$[D]_s \{p\}_s = [M]_s \{v_n\}_s, \quad (3a)$$

$$\{p\}_f = [D]_f \{p\}_s + [M]_f \{v_n\}_s, \quad (3b)$$

여기서 $[D]_s, [M]_s$ 는 소음원 표면에 대한 쌍극(dipole) 과 단극(monopole) 행렬, $[D]_f, [M]_f$ 는 측정점에 대한 각각의 쌍극, 단극행렬을 나타내며, $\{p\}_f$ 는 측정점의 음압벡터를 의미한다. $[D]_s^{-1}$ 과 $[M]_s^{-1}$ 이 존재할 때 식(3)의 두식을 연립하여 한개의 경계조건에 대해 음장 내의 측정음압을 나타내면 다음과 같다.

$$\{p\}_f = ([M]_f + [D]_f [D]_s^{-1} [M]_s) \{v_n\}_s \equiv [G]_v \{v_n\}_s, \quad (4a)$$

$$\{p\}_f = ([D]_f + [M]_f [M]_s^{-1} [D]_s) \{p\}_s \equiv [G]_p \{p\}_s. \quad (4b)$$

따라서, 과결정된 행렬의 최소자승법을 이용하면 측정 음압으로부터 다음과 같이 소음원 표면의 진동속도와 음압을 구할 수 있다.

$$\{v_n\}_s = ([G]_v^H [G]_v)^{-1} [G]_v^H \{p\}_f, \quad (5a)$$

$$\{p\}_s = ([G]_p^H [G]_p)^{-1} [G]_p^H \{p\}_f. \quad (5b)$$

이때, 전달함수의 특이값 분리를 적용하면

$$\{v_n\}_s = [V]_v [A^{-1}]_v [U]_v^H \{p\}_f, \quad (6a)$$

$$\{p\}_s = [V]_p [A^{-1}]_p [U]_p^H \{p\}_f \quad (6b)$$

이다. 여기서 $[U]$ 와 $[V]$ 는 각각 좌측특이행렬 및 우측 특이행렬이며, $[A]$ 은 특이값을 갖는 대각행렬이다.

3. 측정잡음에 의한 소음원 진동속도의 재구성 오차

지금부터의 수식 유도과정은 식(6a)의 표면 진동속도에 관한 전달행렬만을 다루며, 표면 음압에 관한 유도과정은 동일하다. 만일 측정잡음을 고려하면 식(6a)는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\{\tilde{p}\}_f = [G]_v \{v_n\}_s + \{n\}. \quad (7)$$

따라서, 식(7)로부터 예측된 진동속도는 다음과 같다.

$$\{\hat{v}_n\}_s = ([G]_v^H [G]_v)^{-1} [G]_v^H \{\tilde{p}\}_f. \quad (8)$$

식(7)을 식(8)에 대입하고, 진동속도의 재구성 오차를 구하면 다음과 같다.

$$\{\hat{v}_n\}_s - \{v_n\}_s = [L] \{n\}, \quad (9)$$

$$\text{여기서 } [L] \equiv ([G]_v^H [G]_v)^{-1} [G]_v^H. \quad (10)$$

만일 측정잡음이 모든 측정점에서 평균이 0, 분산이 σ^2 이며, 서로 상관되지 않으면(uncorrelated), 다음과 같이 재구성 오차 제곱의 기대값을 나타낼 수 있다:

$$E[(\{\hat{v}_n\}_s - \{v_n\}_s)^H (\{\hat{v}_n\}_s - \{v_n\}_s)] = \sigma^2 \text{tr}([G]_v^H [G]_v)^{-1}. \quad (11)$$

여기서 $\text{tr}(\cdot)$ 는 행렬의 trace를 의미하고 $E(\cdot)$ 은 기대값을 의미한다. 전달행렬의 특이값 분리를 이용하면

$$E[(\{\hat{v}_n\}_s - \{v_n\}_s)^H (\{\hat{v}_n\}_s - \{v_n\}_s)] = \sigma^2 S_F \quad (12)$$

과 같이 되며 이때 특이인자(singularity factor), S_F 는 다음과 같이 정의된다.

$$S_F \equiv \text{tr}[\text{diag}(A_1, A_2, \dots, A_L)^{-2}]. \quad (13)$$

따라서, 측정잡음에 의한 재구성 오차를 최소화 하기 위해

서는 전달행렬의 특이인자를 최소화 하도록 측정위치를 선택하여야 한다.

4. Efi 방법을 이용한 최적의 측정점 선택 [10]

재구성 오차의 covariance행렬은 다음과 같다.

$$[C] = E[(\{\hat{v}_n\}_s - \{v_n\}_s)(\{\hat{v}_n\}_s - \{v_n\}_s)^H] \quad (14)$$

이 행렬의 norm을 최소화하기 위해 고유치 해석을 하고, 큰 고유치가 주요 성분이 되도록 하는 각 측정위치의 기여도를 나타내면 다음과 같다.

$$\{E_f\} = \text{diag}([G]_v, ([G]_v^H [G]_v)^{-1} [G]_v^H) \quad (15)$$

전달함수의 특이치분리를 이용하면 다음과 같다.

$$\{E_f\} = \text{diag}([U_N]_v, [U_N]_v^H) \quad (16)$$

여기서, $\{E_f\}$ 의 i 번째 요소는 i 번째 측정점이 전달행렬의 열 또는 행 사이의 독립성에 미치는 기여도를 나타내며 작은 Efi값을 제거함으로써 전달함수의 norm을 최대화 하는 최적의 측정점을 선택할 수 있다. 일반적으로 식(16)은 주파수의 함수이므로 관심주파수 대역에서 유일하게 측정점을 선택하기 위해서는 다음과 같이 주파수에 대하여 적분한 Efi값을 사용한다.

$$\{E_f\}_{\text{avg}} = \text{diag} \int_{f_1}^{f_2} ([U_N]_v, [U_N]_v^H) df / (f_2 - f_1) \quad (17)$$

5. 재구성 오차의 감소를 위한 적절화 방법의 적용

전통적인 적절화 방법은 선형방정식의 오차를 최소화하는 최소자승오차식에, 재구성되는 소음원 진동장의 norm을 제한하는 식을 첨가함으로써 해를 구하는 방법이다. 즉, 재구성된 소음원의 진동장은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\{\hat{v}_n\}_s = \arg \min_{\{\tilde{p}\}_f} \left\{ \|\{\tilde{p}\}_f - [G]_v \{v_n\}_s\|_2^2 + \mu^2 \|\{v_n\}_s\|_2^2 \right\} \quad (18)$$

여기서 μ 는 적절화 변수이며, 만일 $\mu = 0$ 이면 본래의 최소자승오차식을 만족하고, $\mu = \infty$ 이면 완전히 해의 norm을 최소화하는 해가 얻어진다. 부가적인 함수, $\mu^2 \|\{v_n\}_s\|_2^2$, 에 의해 얻어진 최소자승해는 다음과 같다.

$$\{\hat{v}_n\}_s = (\mu [I] + [G]_v^H [G]_v)^{-1} [G]_v^H \{\tilde{p}\}_f \quad (19)$$

특이치분리를 이용하면 다음과 같다.

$$\{\hat{v}_n\}_s = [V][\lambda][U]^H \{\tilde{p}\}_f, \text{ 여기서 } \lambda_i = \lambda_i / (\mu + \lambda_i^2) \quad (20)$$

이로부터, 다시 구성된 측정점의 음압과 원래모델의 최소자승오차를 구하면 다음과 같다.

$$\xi_\mu^2 = E[(\{\hat{p}\}_f - [G]_v \{v_n\}_s)^H (\{\hat{p}\}_f - [G]_v \{v_n\}_s)] \quad (21)$$

한편, 적절화과정에 의해 발생한 측정음압의 편차오차는 다음과 같다.

$$\hat{\delta}_\mu = (\mathbf{P}_N - \mathbf{P}_\mu) \{\tilde{p}\}_f \quad (22)$$

여기서, $\mathbf{P}_N = [U_N]_v, [U_N]_v^H$, $\mathbf{P}_\mu = [U][IT][U]^H$ 이며, $[IT]$ 는 $\Pi_\mu = \lambda_i^2 / (\mu + \lambda_i^2)$ 인 대각행렬이다. 이때, 식(21)에 식(20)을 대입하고, $\xi_\mu^2 = E[\hat{\xi}_\mu^2]$ 을 만족하는 모델의 최소자승오차를 추정하면 다음과 같다.

$$\hat{\xi}_\mu^2 = \hat{\delta}_\mu^H \hat{\delta}_\mu - \sigma^2 (N - 2 \sum_{i=1}^N \Pi_\mu) \quad (23)$$

식(23)의 첫번째 항은 측정잡음의 분산에 의한 오차이며, 두번째 항은 적절화변수에 의한 편차오차(bias error)이다. 만일 적절화변수가 증가하면, 분산에 의한 오차는 감소하고, $(\mathbf{P}_N - \mathbf{P}_\mu)$ 에 의한 편차 오차는 증가한다. 따라서, 적절화변수에 따라 분산오차와 편차오차는 서로 상충관계에 있으며, 식(23)의 모델최소 자승오차를 최소화하는 적절화변수가 존재함을 알 수 있다.

6. 예 제 : 한면이 진동하는 직사각형 상자의 내부 음장

그림 1과 같이 크기가 $1.5m \times 0.5m \times 0.5m$ 이고 한면이 진동하는 직육면체 상자를 고려하였다. 경계요소 모델은 362개의 절점과 180개의 요소로 구성되었으며, 이때 요소의 최대 길이는 $0.3m$ 이다. 따라서, 요소의 최대길이가 관심주파수의 반파장을 표현할 수 있다면 해석 가능한 최대 주파수는 572Hz 이다. 한면을 제외하고는 모든 면이 강체이므로 식 (4a)는 다음과 같이 된다.

$$\{p\}_f = [G_1; G_2]_v \begin{Bmatrix} v_n \\ 0 \end{Bmatrix}_s \quad (24)$$

축소된 경계요소모델에서 진동하는 면의 절점 수는 29개이므로, 측정점은 최소한 29개 이상이면 된다. 후보측정점의 여러종류에 대한 Efi 결과를 관찰하기 위하여 그림 2와 같이 세가지 후보측정점들을 선택하였다. 이때, 측정점 사이의 거리는 최소한 실제 마이크로폰 직경의 크기보다는 커야 측정이 가능하므로 본 연구에서는 최소한 4.5cm 간격을 유지하도록 하였다. 첫번째 측정후보 점들은 총 $1331(11 \times 11 \times 11)$ 개이며 y 축과 z 축 방향으로 4.5cm 씩 균일하게 분포하고 있으며, 이 yz 면을 x 축 방향으로 11개 갖

고 있다(그림 2a). 두번째 측정후보점들은 총 729 (9×9×9)개이며 y축과 z축 방향으로 5.6cm씩 균일하게 분포하고 있으며, 이 yz면을 x축 방향으로 9개 갖고 있다(그림 2b). 마지막으로, 세번째 측정후보점들은 총 343(7×7×7)개이며 y축과 z축 방향으로 7.5cm씩 균일하게 분포하고 있으며, 이 yz면을 x축 방향으로 7개 갖고 있다(그림 2c). EIT 방법을 이용한 반복 계산과정을 통하여 위에 언급한 세가지 후보 측정점들로부터 그림 3과 같이 49개의 측정점을 결정하였다. 이때 EIT방법의 적용을 위한 주파수는 100~400 Hz 사이에서 균일하게 30개의 주파수를 선택하였다. 결과로부터 소음원의 근접장 부근에서 모든점들이 선택된 것을 볼 수 있으며, 특히 세번째 후보로부터 선택된 결과는 EIT 방법을 적용하지 않더라도 일반적으로 근접장 측정 이론에 의해 선택할 수 있는 결과와 동일하다[4]. 선택된 세종류의 측정점들을 이용하여 그림 4에 전달행렬의 특이인자를 계산하였다. 첫번째 후보로부터 선택된 측정점들이 다른 후보로부터 결정된 측정점들에 비하여 가장 작은 특이인자를 갖고 있으며, 따라서 이 측정점들에서 측정된 음압을 이용하면 측정잡음에 의한 재구성 오차를 줄일 수 있다. 즉, 균일하게 분포된 측정점에 의한 역문제가 EIT에 의해 선택된 측정점을 이용한 역문제보다 측정잡음의 영향을 크게 받는다고 할 수 있다. 또한, 고주파 가진일수록 작은 특이인자를 나타내는데, 이것은 측정면으로 잘 전파하지 못하는 고차모드를 고주파 가진일수록 강하게 가진해 주기 때문이다. 진동하는 면의 진동속도를 재현하기 위해 내부의 첫번째 공명에 해당하는 114Hz를 선택하였다. 또한, 그림 5와 같이 단순 지지된 평판의 (1,2), (2,2) 진동모드 형태를 가정하고 임의의 크기를 입력으로 하였다. 첫번째 측정후보로부터 선택된 측정점들과 균일한 분포를 갖는 세번째 측정점을 이용하여 음압을 구하고 이로부터 진동속도를 재구성하였다. 모의실험을 위해 측정점에 측정잡음을 20dB 부가하고, 다음과 같이 Monte-Carlo 모의실험을 통해 진동속도를 재현하였다.

$$E[v_m v_m^*] = \frac{1}{N_M} \sum_{j=1}^{N_M} (v_m v_m^*)_j \quad (25)$$

여기서 v_m 는 i 번째 절점의 수직 진동속도이다. 이때 재구성 오차는 다음과 같이 정의한다.

$$e = \frac{\| \{v_n\}_s - \{\hat{v}_n\}_s \|_2}{\| \{\hat{v}_n\}_s \|_2} \times 100(\%) \quad (26)$$

여기서 $\| \cdot \|_2$ 는 Euclidean norm을 의미한다. 그림 6의 결과로부터 첫번째 측정후보로부터 선택된 측정점을 이용한 결과가 균일하게 분포한 측정점에 비하여 재구성 오차가 작음을 확인할 수 있다. 이때 표1에 측정점들의 평균적인 S/N비와 재구성 오차를 나타내었다. EIT를 적용하면 평균적인 S/N비를 크게 하도록 측정점을 선택함을 알 수 있다.

재구성된 진동속도를 보다 정확히 추정하기 위하여, 식(23)을 이용해 적절화변수를 변화시키면서 추정된 모델의 최소자승오차를 그림7에 계산하였다. 이때 내부의 공명주파수에 해당하는 114, 228, 343Hz를 선택하였다. 그림 8은 1000회의 Monte-Carlo 모의실험을 통해 계산된 실제의 재구성 오차이며, 그 경향이 그림 7과 유사함을 확인할 수 있다. 추정된 최소 자승오차의 최소값과 이때의 실제 재구성 오차를 표2에 나타냈다. 결과로부터 고주파 가진일수록 재구성 오차가 작아지는 것을 확인할 수 있으며, 최소자승오차의 최소값으로부터 추정된 최적의 적절화변수를 이용하면 재구성 오차를 줄일 수 있음을 확인하였다. 그림 9는 최적의 적절화 변수를 이용해 재구성한 진동면의 진동속도이며 적절화방법을 사용한 후 실제의 진동속도 형태에 매우 근접하게 예측하였음을 알 수 있다.

7. 결론

진동하는 경계면의 진동장 및 음장을 재구성하기 위하여 음장측정치 및 경계요소법을 이용한 음향 홀로그래피 방법을 연구하였다. 특히, 측정잡음 및 전달행렬의 특이성에 의해 발생하는 재구성 오차에 대하여 고찰하였다. 재구성의 정확도를 나타내기 위하여 전달행렬의 특이인자를 도입하였다. 예제로 한면이 진동하는 직육면체 상자를 고려하였다. 결과로부터 매우 작은 측정잡음에 대해서도 전달행렬의 특이성 재구성 오차가 크게 발생하며, 측정위치에 따라 전달행렬의 특이성이 크게 영향받음을 확인하였다. EIT방법을 이용하여 최적의 측정점을 선택한 결과 전달행렬의 특이성을 크게 줄일 수 있었으며 이때 측정점의 위치는 가진주파수에 관계없이 큰 음장이 형성되는 소음원의 근접장에 위치함을 알 수 있다. 또한 저주파 가진에 비해 고주파 가진이 작은 특이인자값을 나타내며, 따라서

재구성 오차가 작음을 알 수 있었다. 재구성장의 정밀도를 향상시키기 위하여, 부가적으로 진동장의 norm을 제한하는 적절화방법을 도입하였다. 모델의 최소자승오차를 최소화 하는 최적의 적절화변수를 추정하여 이로부터 재구성 오차를 줄일 수 있었다.

8. 참고문헌

- [1] E. G. Williams and J. D. Maynard, "Holographic Imaging without the Wavelength Resolution Limit," *Phys. Rev. Lett.* **45**, 554-557 (1980).
- [2] J. D. Maynard, E. G. Williams, and Y. Lee, "Nearfield Acoustic Holography, I. Theory of Generalized Holography and the Development of NAH," *J. Acoust. Soc. Am.* **78** 1395-1413 (1985).
- [3] W. A. Veronesi and J. D. Maynard, "Nearfield Acoustic Holography (NAH) II. Holographic Reconstruction Algorithms and Computer Implementation," *J. Acoust. Soc. Am.* **81**, 1307-1322 (1987).
- [4] M. Villot, G. Chaveriat and J. Roland, "Phonoscopy : An Acoustical Holography Technique for Plane Structures Radiating in Enclosed Spaces," *J. Acoust. Soc. Am.* **91**, 187-195 (1992).
- [5] W. A. Veronesi and J. D. Maynard, "Digital Holographic Reconstruction of Source with Arbitrarily Shaped Surfaces," *J. Acoust. Soc. Am.* **85**, 588-598 (1989).
- [6] G. V. Borgiotti, A. Sarkissian, E. G. Williams, and L. Schuetz, "Conformal Generalized Near-field Acoustic Holography for Axisymmetric Geometries," *J. Acoust. Soc. Am.* **88**, 199-209 (1990).
- [7] B. K. Gardner and R. J. Bernhard, "A Noise Source Identification Technique Using an Inverse Helmholtz Integral Equation Method," *ASME J. Vib. Acoust. Stress Reliab. Des.* **110**, 84-90 (1988).
- [8] G. Demoment, "Image Reconstruction and Restoration : Overview of Common Estimation Structures and Problems," *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.* **ASSP-37**, 2024-2036 (1989).
- [9] B. K. Kim and J. G. Ih, "Reconstruction of Vibro-acoustic Field of Car Panels Using Acoustic BEM," in *Proceedings of Inter-Noise 95* (Newport Beach, U.S.A., 1995), pp. 1341-1344.
- [10] D. C. Kammer, "Effect of Modal Error on Sensor Placement for On-Orbit Modal Identification of Large Space Structures," *J. Guidance, Control, and Dynamics*, **15**, 334-341 (1992).
- [11] E. Rothwell and B. Drachman, "A Unified Approach to Solving Ill-conditioned Matrix Problems," *Int. J. Num. Methods Eng.* **28**, 609-620 (1969).
- [12] A. Schenck, "Improved Integral Formulation for Acoustic Radiation Problems," *J. Acoust. Soc. Am.* **44**, 41-58 (1968).
- [13] F. Seybert, B. Soenarko, F. J. Rizzo, and D. J. Shippy, "An Advanced Computational Methods for Radiation and Scattering of Acoustic Waves in Three Dimensions," *J. Acoust. Soc. Am.* **77**, 362-368 (1985).

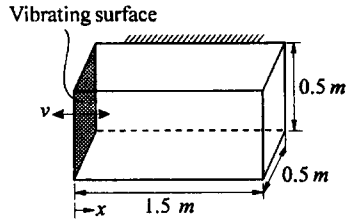


Fig.1. Rectangular box enclosed by rigid boundaries except a vibrating one

Table 1. Signal-to-noise ratio and reconstruction error of the rectangular box (Noise level : 20 dB).

Mode number	Freq. (Hz)	without Efi		with Efi	
		S/N ratio	Reconst. error (%)	S/N ratio	Reconst. error (%)
(1,2)	114	414.96	115.3	433.18	81.0
	228	2963.14	103.5	3097.16	72.8
	343	1.96×10^8	27.9	1.99×10^8	19.6
(2,2)	114	3662.87	25.0	3837.91	17.6
	228	1357.32	11.6	1435.48	8.2
	343	3984.80	10.5	4173.14	7.4

Table 2. The reconstruction error of resolution enhanced field of the rectangular box by regularization.

Mode number	Freq. (Hz)	μ	Reconst. error (%)
(1,2)	114	27	10.4
	228	36	5.6
	343	45	3.4
(2,2)	114	27	9.0
	228	32	5.3
	343	45	3.3

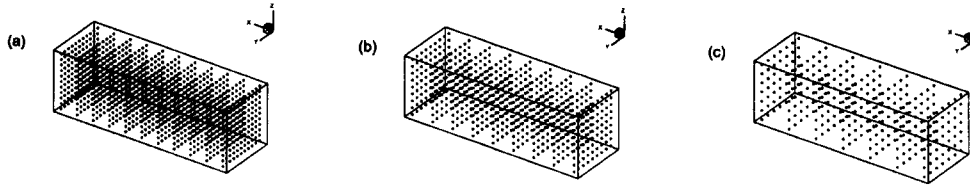


Fig. 2. The distribution of candidate measurement points. (a) 1331 points, (b) 729 points, and (c) 343 points.

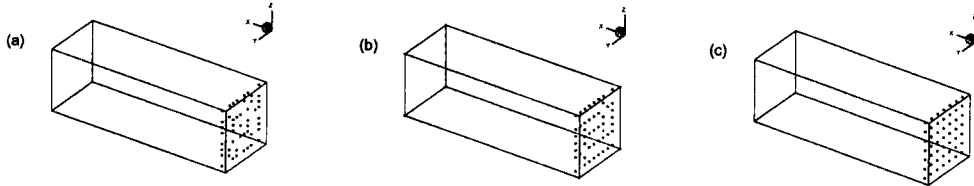


Fig. 3. The distribution of 49 measurement points selected by Eff method at 114 Hz. from (a) 1331 candidate points, (b) 729 candidate points, and (c) 343 candidate points.

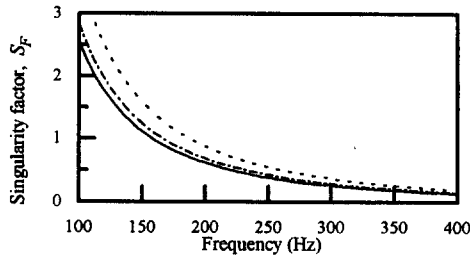


Fig. 4. Singularity factor : —, case1 ; ---, case2 ; - · - · -, case3.

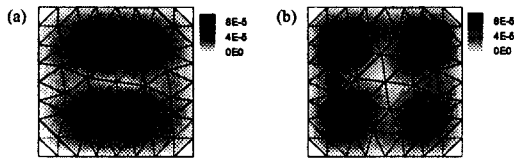


Fig. 5. The magnitude of actual surface velocity. (a) (1,2) vibration mode, (b) (2,2) vibration mode.

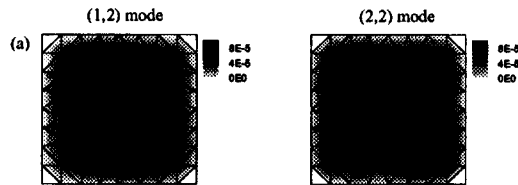


Fig. 6. The reconstructed surface velocity by measurements at (a) case3 ((1,2) mode : $e=115.3\%$; (2,2) mode : $e=103.5\%$), (b) case1 ((1,2) mode : $e=81.0\%$; (2,2) mode : $e=72.8\%$).

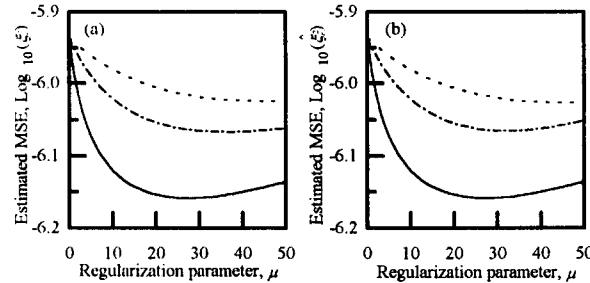


Fig. 7. Estimated MSE : —, 114 Hz ; ---, 228 Hz ; - · - · -, 343 Hz. (a) (1,2) vibration mode, (b) (2,2) vibration mode.

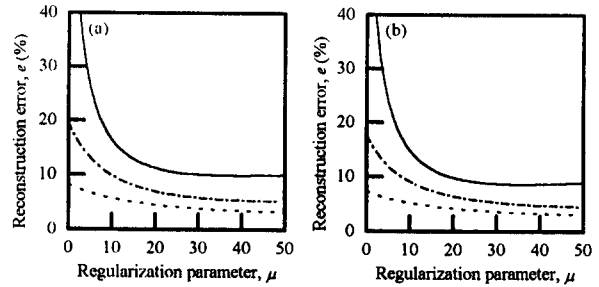


Fig. 8. Reconstruction error : —, 114 Hz ; ---, 228 Hz ; - · - · -, 343 Hz. (a) (1,2) vibration mode, (b) (2,2) vibration mode.

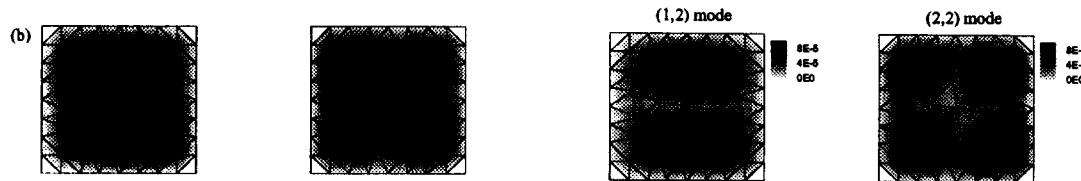


Fig. 9. The reconstructed surface velocity using regularization parameter ((1,2) mode : $e=10.4\%$; (2,2) mode : $e=9.0\%$).