

SEA를 이용한 구조물의 소음·진동 해석

°김현실*, 강현주*, 김재승*, 김상렬*

(Noise and vibration analysis of structures by using SEA)

(Hyun Sil Kim, Hyun Joo Kang, Jae Seung Kim, and Sang Ryul Kim)

1. 서론

구조물의 고주파수 소음·진동해석수단으로 SEA (Statistical Energy Analysis: 통계적에너지해석법)[1,2]는 널리 사용되고 있으며 일부 상용화된 프로그램도 나와 있다. 그러나 SEA 프로그램은 FEM과 같이 정확성이 검증된 범용 해석수단으로 인정받고 있지 못한 실정으로 아직도 일부 기본 가정에 대한 문제가 제기되고 있으며 SEA를 이용한 특정 구조물의 예제해석이 계속 소개되고 있는 실정이다. SEA를 이용한 판 구조물의 해석시 많은 경우 해석의 복잡함 때문에 굽힘파(bending wave)만 고려하는데 종파 및 횡파로 구성되는 면내파(inplain wave)의 포함이 결과에 미치는 영향에 대해서는 아직 연구가 진행중인 상태이다 [3,4]. SEA를 이용한 해석과정에서 선박과 같이 많은 판요소 및 공간요소를 포함하는 경우 각 요소간의 연결여부와 형태를 결정하고 이로부터 연결감쇠계수(coupling loss factor)를 계산하는 과정은 매우 복잡하며 많은 노력을 수반한다. 본 연구에서는 면내파가 고려된 경우의 연결감쇠계수의 산정과 이를 고려한 SEA 프로그램의 개발 및 실제 구조물에 대한 해석 등을 다루었다. SEA 프로그램은 최종적으로 구성되는 매트릭스를 대칭으로 만들 수 있으며 밴드를 형성하고 있으므로 본 연구에서는 프로그램 개발시 FEM에서 사용되는 방법을 도입하여 효율적인 메모리 사용과 계산 시간의 절감을 꾀하였다.

2. 이론

연결부위에서 면내파를 고려한 에너지투과계수(transmission coefficient)를 계산하기 위하여 Figure 1과 같이 4개의 판이 연결된 형태를 생각하면 판 1에 wave가 입사할 때 판 1에는 굽힘파(bending wave), 종파(longitudinal wave), 및 횡파(transverse wave)가 발생하여 반사되고 나머지 판에도 역시 3가지 파가 발생하여 전파된다.

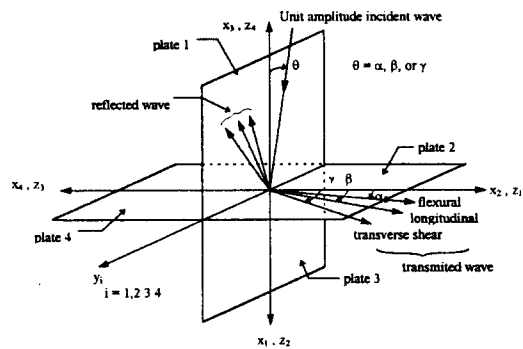


Figure 1. Plate junction

n번째 판의 극좌표계를 (x_n, y_n, z_n) 로 정의하며 x_n 축은 판의 길이방향으로, y_n 축은 연결부와 평행인 방향으로, z_n 축은 나머지 두 축과 수직인 방향으로 잡는다. 모든 판의 y_n 축은 공통되므로 이후 y 로 표시한

* 한국기계연구원 음향연구그룹

다.

n번째 판($n=1,2,3,4$)의 탄성계수, Poisson's ratio, 밀도, 두께가 각각 E_n, ν_n, ρ_n, h_n 일때 판 1에 입사파가 주어진 경우 굽힘파, 종파 및 횡파는 조화진동 $\exp(i\omega t)$ 를 가정할 때 각각 다음 식을 만족한다

Bending wave :

$$D_n \nabla^4 W_n - \rho_n h_n \omega^2 W_n = 0 \quad (1a)$$

Longitudinal wave :

$$E_n \nabla^2 L_n - \rho_n (1 - \nu_n^2) \omega^2 L_n = 0 \quad (1b)$$

Transverse wave :

$$G_n \nabla^2 T_n - \rho_n \omega^2 T_n = 0 \quad (1c)$$

$$\text{단, } D_n = \frac{E_n h_n^3}{12(1-\nu_n^2)}, \quad G_n = \frac{E_n}{2(1+\nu_n)}$$

파의 전파속도 및 파수(wavenumber)는 다음과 같이 주어진다.

Bending wave :

$$C_b^n = \sqrt[4]{w} \left(\frac{D_n}{\rho_n h_n} \right)^{1/4}, \quad k_n = \omega / C_b^n$$

Longitudinal wave :

$$C_L^n = \left(\frac{E_n}{(1-\nu_n^2)\rho_n} \right)^{1/2}, \quad l_n = \omega / C_L^n$$

Transverse wave :

$$C_t^n = \left(\frac{G_n}{\rho_n} \right)^{1/2}, \quad t_n = \omega / C_t^n$$

n번째 판에서 전파되는 굽힘파, 종파, 횡파의 각도가 x_n 축에 대해서 각각 $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n$ 이라면 이들 각도와 파수는 Snell's law에 의해 다음 관계식을 만족한다.

$$l_n \sin \beta_n = t_n \sin \gamma_n = k_n \sin \alpha_n$$

반 무한판($\infty > x_n, z_n > 0, \infty > y > -\infty$)이므로 굽힘파는 평면파 성분외에 x_n 축으로는 근부효과(near field

effect)를 나타내는 성분을 포함하는데 굽힘파, 횡파, 종파의 변위를 각각 W_n, L_n, T_n 이라고 하면 식 (1)의 해는 다음과 같이 주어진다.

$$W_n = [a_n \exp(-ik_n x_n \cos \alpha_n) + a_n' \exp(-k_n x_n \sqrt{1 + \sin^2 \alpha_n})] \exp(-ik_1 y \sin \alpha_n)$$

$$L_n = b_n \exp(-il_n x_n \cos \beta_n) \exp(-il_n y \sin \beta_n)$$

$$T_n = c_n \exp(-it_n x_n \cos \gamma_n) \exp(-it_n y \sin \gamma_n)$$

각 판마다 미지수는 a_n, a_n', b_n, c_n 4개로 전체 미지수는 16개이며 경계조건으로부터 구한다. 이들중 a_n' 은 에너지전달에는 영향을 주지 못한다.

임계각도 및 표면파

판 1에 굽힘파가 각도 α_1 로 입사하는 경우를 생각하면 n번째 판에 발생하는 종파는 주파수, 두께, 재질에 따라 다음과 같은 경우가 발생할 수 있다.

$$\frac{k_1}{l_n} \sin \alpha_1 > 1$$

임계각도는 $\alpha_1 = \sin^{-1}(l_n/k_1)$ 로 주어지며 입사각이 이보다 작은 경우 종파가 발생하여 전파되지만 큰 경우는 감쇠파(evanescent wave)로 전환되며 다음과 같이 주어진다.

$$L_n = b_n \exp[-l_n x_n \sqrt{(k_1/l_n)^2 \sin^2 \alpha_1 - 1}] \cdot \exp[-il_n y \{k_1/l_n\} \sin \alpha_1]$$

위에 주어진 파는 에너지 전달에는 역할을 하지 못한다. 감쇠파의 발생은 입사파와 동일한 파형의 반사파의 경우를 제외하고는 모든 경우에 발생할 수 있다.

경계조건

경계조건은 연결부인 $x_n = z_n = 0$ 에서 주어지며 경계조건을 고려하기 위해서는 먼저 각 축 방향으로의 변위를 정의해야 한다. 판과 수직인 방향($z_n -$

direction)으로는 이미 W_n 으로 주어졌으며 종파의 변위는 파의 진행방향으로, 횡파의 변위는 파의 진행방향과 수직으로 주어짐을 고려하면 변위는 다음과 같이 주어진다.

$$x_n\text{-direction} : U_n = L_n \cos \beta_n + T_n \sin \gamma_n$$

$$y\text{-direction} : V_n = L_n \sin \beta_n - T_n \cos \gamma_n$$

$$z_n\text{-direction} : W_n = W_n$$

연결부위에서의 경계조건은 다음과 같이 주어진다.

- (1) Continuity of displacements
- (2) Continuity of slopes
- (3) Equilibrium of moments
- (4) Equilibrium of forces(inplane)
- (5) Equilibrium of forces(y-direction)

자세한 과정은 참고문헌[5]에 제시되어 있으며 전체 미지수 및 경계조건은 수는 16개로 matrix 형태로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[Q] \vec{a} = \vec{f}$$

$$\text{단, } \vec{a} = \{\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4\}^T, \vec{a}_n = \{a_n, a'_n, b_n, c_n\}^T.$$

Vector \vec{f} 는 입사파에 의해 주어지며 굽힘파, 종파, 횡파일 때 각각 달라지나 계수 matrix $[Q]$ 는 항상 일정하다. 주어진 재질, 형상 및 주파수에 대해 16×16 인 복소수 matrix $[Q]$ 를 형성하고 이를 풀어 계수를 구하여야 하는데 판의 계수가 2개 또는 3개 라면 위에 주어진 과정에서 해당되는 판의 식만 고려하면 된다.

에너지 투과계수(Transmission Coefficient)

x 축과 θ 의 각도로 전파되는 경우 전달되는 파워는 다음과 같이 주어진다

$$P = \frac{1}{2} |v|^2 \text{Re}\{Z\} \cos \theta$$

여기서 v 는 속도, Z 는 임피던스이며 파워는 그룹전파 속도 C_g 를 이용하여 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$P = \frac{1}{2} \rho h C_g |v|^2 \cos \theta$$

임피던스와 그룹전파속도는 반 무한 판의 끝단에 line force가 가해지는 경우 다음과 같다.

$$\text{bending wave} : Z = 2\rho h C_b(1+i), C_g = 2C_b$$

$$\text{longitudinal wave} : Z = \rho h C_L, C_g = C_L$$

$$\text{transverse wave} : Z = \rho h C_t, C_g = C_t$$

n 번째 판에서 각각의 파에 관련하여 전달되는 파워는

$$\Pi_B^n = \rho_n h_n \omega^2 C_b^n |a_n|^2 \cos \alpha_n = \omega |a_n|^2 D_n k_n^3 \cos \alpha_n$$

$$\Pi_L^n = \frac{1}{2} \rho_n h_n \omega^2 C_L^n |b_n|^2 \cos \beta_n$$

$$\Pi_T^n = \frac{1}{2} \rho_n h_n \omega^2 C_t^n |c_n|^2 \cos \gamma_n$$

단 아래첨자 B, L, T는 각각 굽힘파, 종파, 횡파의 파워를 나타낸다. 투과계수는 입사파의 파워에 대한 전달되는 파워의 비로 정의되며 굽힘파가 입사할 때

$$\text{Bending to bending: } \tau_{1n}(BB) = \Pi_B^n / \Pi_B^n$$

$$\text{Bending to Longi. wave: } \tau_{1n}(BL) = \Pi_L^n / \Pi_B^n$$

$$\text{Bending to Trans. wave: } \tau_{1n}(BT) = \Pi_T^n / \Pi_B^n$$

특히 $\tau_{11}(BB) = |a_1|^2$ 은 판 1에서 반사되는 파워의 비를 나타낸다. 입사파가 종파 및 횡파일때도 같은 방법으로 $\tau_{1n}(LB)$, $\tau_{1n}(LL)$, $\tau_{1n}(LT)$, $\tau_{1n}(TB)$, $\tau_{1n}(TL)$, $\tau_{1n}(TT)$ 가 정의된다.

연결부위에서 파워의 손실은 없으므로 에너지보존 법칙에 의해 투과계수의 합은 1이 되어야 하며 이는 계산된 투과손실의 정확성을 확인하는 방법으로 사용될 수 있다.

$$\sum_{n=1}^4 [\tau_{1n}(BB) + \tau_{1n}(BL) + \tau_{1n}(BT)] = 1$$

종파 및 횡파의 입사시에도 비슷한 에너지 보존식이 성립한다.

평균 투과계수

위에 주어진 투과계수는 특정한 입사각도에 대한 값으로 SEA에 사용하기 위해서는 각도에 대해 평균한 값을 사용해야 한다. 입사가 모든 방향에서 같은 확률로 주어진다고 가정하면 각도에 대해 평균한 입사 파위대 전달파위의 비는

$$\begin{aligned} \langle \tau_{1n}(BB) \rangle &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \Pi_B^n da_1 / \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \Pi_B^1 da_1 \\ &= \int_0^{\pi/2} |a_n|^2 D_n k_n^3 \cos a_n da_1 / D_1 k_1^3 \end{aligned}$$

각도에 대해 평균한 투과계수의 합도 1이 되어야 한다.

$$\sum_{n=1}^4 [\langle \tau_{1n}(BB) \rangle + \langle \tau_{1n}(BL) \rangle + \langle \tau_{1n}(BT) \rangle] = 1$$

굽힘파만 고려한 경우의 투과손실

굽힘파만 존재하는 경우는 면내파가 있는 경우와는 달리 연결부에서의 변위는 없으며 회전만 가능하다. 모멘트의 전파만 고려하므로 판의 연결각도는 전달손실에 영향을 주지 않는다. 종파 및 횡파는 존재하지 않으며 굽힘파도 변수 a_1, a_2, a_3, a_4 를 소개할 수 있으므로 미지수는 4개로 주어진다. 또한 투과손실은 주파수와 관계없이 두께 및 재질이 주어지면 일정하다.

굽힘파만 고려하는 경우 투과계수를 비교적 계산이 단순한 수직입사시 투과계수의 2/3라는 가정을 사용하고 있는데 동일 재질이며 두께의 비가 비슷한 경우 양자는 비슷하나 재질이 다르고 두께비가 큰 경우 두 값은 큰 차이를 보일 수 있다. Figure 2에는 T자형 연결 부위에 대해 양자를 비교한 것으로 재질은 모두 steel, 두께는 $h_1=1\text{mm}, h_3=1.5\text{mm}$ 로 h_2/h_1 의 비에 대해 나타냈다.

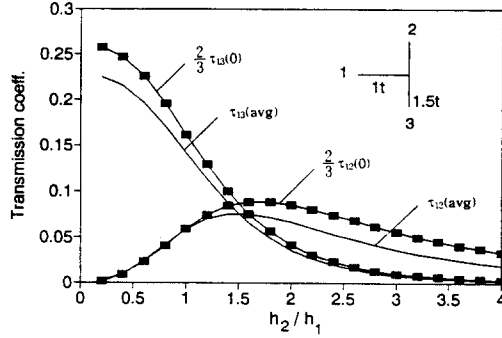


Figure 2. Averaged and normal transmission coeff.

연결감쇠계수

세부시스템 i 와 j 간의 에너지투과계수 τ_{ij} 가 주어지면 연결감쇠계수 η_{ij} 는 다음 식에 의해 구할 수 있다.

$$\eta_{ij} = \frac{C_g L_{ij}}{2\pi^2 f A_i} \langle \tau_{ij} \rangle$$

여기서 L_{ij} 는 연결된 길이, f 는 주파수, A_i 는 판 i 의 면적이며 $\langle \tau_{ij} \rangle$ 는 각도에 대해 적분한 투과계수이

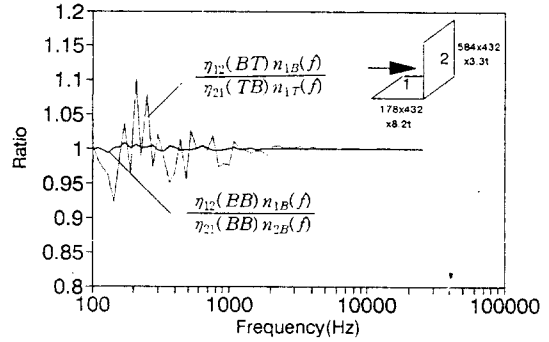


Figure 3. Reciprocity for L-type system

연결감쇠계수와 모드밀도 $n_i(f)$ 간에는 다음과 같은 상관관계(reciprocity)가 성립하는데

$$\eta_{ij} n_i(f) = \eta_{ji} n_j(f)$$

이는 실제 계산에 매우 유용하게 쓰인다. Figure 3에

는 L자형 연결에 대해 굽힘파와 굽힘파, 굽힘파와 횡파간의 상관관계를 보인 것으로 저주파수에서는 다소 오차가 있으나 고주파수로 갈수록 이론식과 잘 맞음을 알 수 있다.

3. SEA 방정식

N_1 개의 판요소 및 N_2 개의 공기요소로 구성된 구조물의 경우 총 미지수 갯수 N 은

$$\text{Including inplane wave: } N = 3N_1 + N_2$$

$$\text{Bending wave only: } N = N_1 + N_2$$

SEA 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\Pi_i = \omega \eta_i (E_i / N_i) + \omega \sum_{j=1, j \neq i}^N \eta_{ij} N_j \left(\frac{E_i}{N_i} - \frac{E_j}{N_j} \right) \quad (2)$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

이를 다시쓰면

$$\vec{\Pi} = \omega [C] \vec{E}$$

여기서 η_i , η_{ij} , N_i 는 시스템 i 의 댐핑계수, 시스템 j 와의 연결감쇠계수, 모드수이며

$$\vec{\Pi}_i = (\Pi_1, \dots, \Pi_N)^T, \quad \vec{E}_i = (E_1 / N_1, \dots, E_N / N_N)^T$$

행렬 $[C]$ 는 댐핑과 연결감쇠계수로 구성되며 symmetric matrix이고 밴드를 갖는다. 따라서 행렬 $[C]$ 를 구성 및 저장하는 과정, 밴드를 최소화하는 과정, 식 (2)를 푸는 과정에서 FEM에서 사용되는 방법을 그대로 이용할 수 있다.

4. 계산예

개발된 SEA 프로그램 "SEANV(Statistical Energy Analysis of Noise and Vibration)"[5]의 정도를 확인하기 위하여 실제 선박의 엔진 지지구조의 일부를 모델링한 구조물[3]을 해석하였다. Figure 4에 모델을 보였으며 12개의 판으로 구성되어 있다.

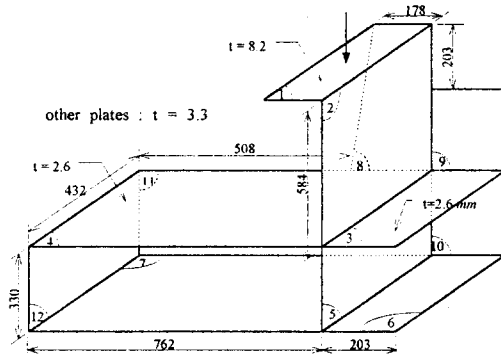


Figure 4. SEA model of engine foundation[3]

판 1이 엔진이 설치되는 부위에 해당되며 굽힘파가 입력으로 가해진다. Figure 5와 6에는 가진되는 판과 바로 연결된 판 2와 멀리 떨어진 판 7의 굽힘모드 진동 에너지를 실험결과[3]와 비교하였다.

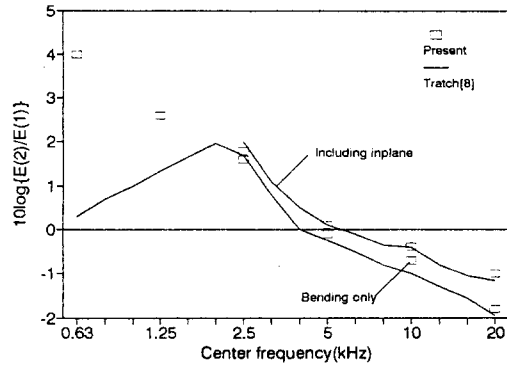


Figure 5. Bending wave energy ratio (E_2/E_1)

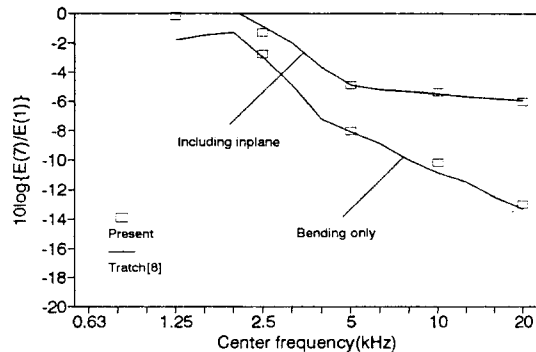


Figure 6 Bending wave energy ratio (E_7/E_1)

면내파를 고려한 경우 진동에너지는 굽힘파만 고려한 경우에 비해 고주파수로 갈수록 증가하는데 소음원과 가까운 판 2는 1dB이내의 차이가 있으나 떨어진 판 7의 경우 최고 7dB까지 차이가 있음을 알 수 있다.

Figure 7에는 실제 선박의 SEA 모델링을 보인 것으로 799개의 판요소와 104개의 공간요소로 모델링하였으며 주요 소음원은 주추진 엔진과 발전기로 선박하부 뒷부분에 주로 위치하고 있다.

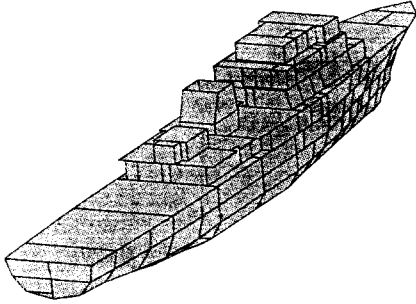


Figure 7. SEA modelling of a ship (total number of elements = 903)

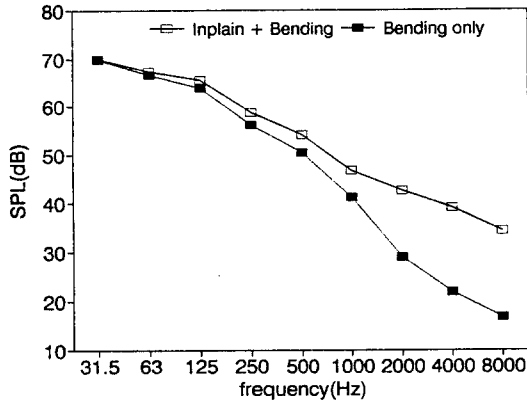


Figure 8. SPL level of pilot house

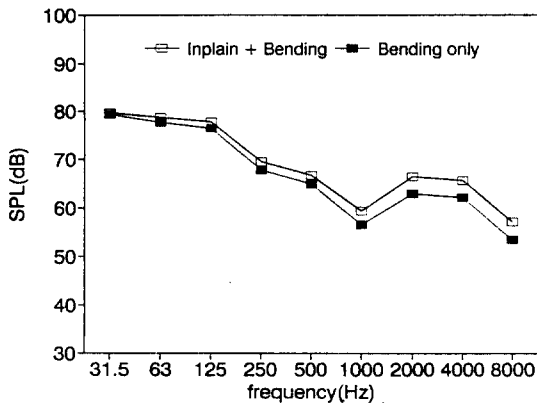


Figure 9. SPL level of IC & Gyro Room

소음원실과 같은 층에 있고 인접한 IC & Gyro실과 소음원에서 멀리 떨어진 최상층부에 있는 조타실의 소

음레벨을 Figure 8과 9에 비교하였는데 조타실은 IC & Gyro실보다 5개 deck가 높다. 거리가 멀어질수록 면내파를 고려한 경우와 굽힘파만 고려한 경우의 소음레벨의 차이가 고주파수에서 커짐을 확인 할 수 있다.

5. 결론

본 연구를 통해 평판으로 구성된 구조물의 SEA 해석 시 면내파의 영향을 살펴 보았다. 개발된 프로그램 "SEANV"를 실제구조물에 적용하여 해석을 수행한 결과 면내파의 영향은 소음원에서 거리가 멀어질수록 더 크게 나타남을 알 수 있었다. 빌딩이나 선박등 대형구조물의 경우 고체음의 전파에 의한 소음의 발생이 지배적이므로 면내파의 무시는 SEA 해석결과에 큰 영향을 미치게 된다. 본 연구는 음장요소와 평판요소만 고려하였으나 대부분의 구조물이 상기 요소로만 SEA modelling이 가능하므로 본 연구에서 개발된 프로그램의 활용분야는 매우 다양할 것으로 예상된다.

후 기

본 연구는 과학기술처에서 시행한 1994년도 특정연구개발과제의 연구결과의 일부임을 밝혀둔다.

참 고 문 헌

1. R. H. Lyon, Statistical Energy Analysis of Dynamical Systems: Theory and Applications, The MIT Press, 1975.
2. P. Hynna, P. Klinge and J. Vuoksinen, "Prediction of Structure-borne Sound Transmission in Large Welded Ship Structures using Statistical Energy Analysis", Journal of Sound and Vibration, Vol. 180, 583-607, 1995.
3. J. Tratch Jr., Vibration Transmission through Machinery Foundation and Ship bottom Structure, M.S. Thesis, Dept. of Mech. Eng., MIT, 1985.
4. R.J.M. Craik, A Study of Sound Transmission through Building using Statistical Energy Analysis, Ph.D. Thesis, Dept. of Building, Heriot Watt Univ.
5. 김재승, 김현실, 강현주, 고체음차단을 위한 구조최적화 기술개발, UCN040-223.M, 한국기계연구원, 1995.