

전자기 액츄에이터에 의한 2 자유도

모델의 능동 진동제어

허 신, 하성도*, 최강윤**

(Active vibration control of 2 D.O.F model by electromagnetic actuator)

Shin Hur*, Seong-Do Ha, Kang-Youn Choe**

1. 서론

전자기력을 이용한 능동 진동제어는 1979년 Ellis 및 Mote⁽¹⁾가 원형 톱의 횡 진동의 감쇠에 관한 연구를 수행하였고, 1990년 Hong Su 및 T.S. Sankar⁽²⁾ 등은 시스템의 절대 위치, 절대 속도 및 상대 위치 등의 제어 변수에 대하여 전자기 액츄에이터의 동적 특성이 진동 절연 성능에 미치는 영향에 관한 연구를 하였다.

본 연구는 상부질량과 하부질량이 스프링으로 연결된 2 자유도 모델의 능동 진동제어에 대하여 이론해석과 실험해석을 수행하고 각각의 결과를 비교하였다. 실험모델은 직선운동 가이드에 설치된 2개의 질량과 하나의 전자기 액츄에이터를 이용하였다. 진동제어 방법으로는 모우드 해석에 의한 제어, 스카이hook 감쇠 제어, Viscous damping 제어 방법을 적용하였다. 본 연구의 목적은 이론해석 결과와 실험 결과를 비교하고 비슷한 제어효과에 대해서 에너지 소비가 작은 효율적인 제어방법을 찾는데 있다.

2. 진동 모델 해석

실험에 사용된 2 자유도 진동 모델은 그림 2.1과 같으며, 이 모델의 운동 방정식은 다음과 같다.

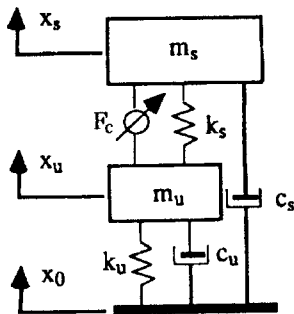


Fig. 2.1 Equivalent model of 2 D.O.F system

* 한국기계연구원, 신교통신기술연구부
** 한국고속철도건설공단, 연구개발본부

$$\begin{bmatrix} m_u & 0 \\ 0 & m_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_u \\ \ddot{x}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -c_u & 0 \\ 0 & c_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_u \\ \dot{x}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_u+k_s & -k_s \\ -k_s & k_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_u \\ x_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} g_2 & g_4 \\ -g_2 & -g_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_u \\ \dot{x}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_u & c_u \\ 0 & c_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_0 \\ \dot{x}_0 \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

여기서, g_2, g_4 는 제어 계인이며, c_s, c_u 는 직선운동 가이드의 등가 댐핑계수이다.

식(2.1)로부터, 라플라스 변환을 통하여 입력 $x_0(s)$ 에 대한 하부질량 m_u 와 상부질량 m_s 의 변위 $x_u(s), x_s(s)$ 의 전달함수를 구하면, 다음과 같이 된다.

$$\frac{x_u(s)}{x_0(s)} = \frac{1}{\Delta} \left[(s^2 - a_{44}s - a_{43}) \frac{k_u}{m_u} + (s^3 - a_{44}s^2 - a_{43}s) \frac{c_u}{m_u} + (a_{24}s^2 + a_{23}s) \frac{c_s}{m_s} \right] \quad (2.2)$$

$$\frac{x_s(s)}{x_0(s)} = \frac{1}{\Delta} \left[(a_{22}s - a_{41}) \frac{k_u}{m_u} + (a_{22}s^2 - a_{41}s) \frac{c_u}{m_u} + (s^3 - a_{22}s^2 + a_{21}s) \frac{c_s}{m_s} \right] \quad (2.3)$$

여기서, Δ 와 a_{ij} 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta &= s^4 + (a_{22} - a_{44})s^3 + (a_{22}a_{44} - a_{24}a_{42} - a_{43}a_{21})s^2 + (-a_{23}a_{42} + a_{22}a_{43} + a_{21}a_{44} - a_{24}a_{41})s + a_{21}a_{43} - a_{23}a_{41} \\ a_{21} &= (-k_u - k_s) / m_u & a_{22} &= (-c_u + g_2) / m_u \\ a_{23} &= k_s / m_u & a_{24} &= g_4 / m_u \\ a_{41} &= -k_s / m_s & a_{42} &= -g_2 / m_s \\ a_{43} &= -k_s / m_s & a_{44} &= (-c_s - g_4) / m_s \end{aligned}$$

표 2.1에서 실험모델의 물리적 특성을 식(2.2)와 식(2.3)에 대입하고 제어 방법에 따른 제어 계인을 입력하여 수치해석을 수행한다.

Table 2.1 Physical properties of experimental model

Description	Symbol(units)	Value
Upper mass	m_s (kg)	0.5823
Lower mass	m_u (kg)	0.2306
Spring constant	k_s (kg/mm)	0.3
	k_u (kg/mm)	0.6
Damping coefficient	c_s (N/m/s)	5
	c_u (N/m/s)	5
Actuator force	f_c (N)	11.4 l

3. 제어 모델

2 자유도 진동 모델의 적절한 제어를 위하여 전자기 액츄에이터에 주어지는 힘의 크기를 간단한 진동이론으로부터 유도하고, 제어력 계산에는 직선운동 가이드의 댐핑을 무시한 단순화된 모델로부터 속도(\dot{x}_u , \dot{x}_s)만을 제어변수로 하는 제어 방법을 사용한다. 제어방법으로는 모우드 해석에 의한 제어, 스카이훅 감쇠 제어, viscous damping 제어의 3가지 제어방법을 고려한다.

3.1 모우드 해석에 의한 제어

모우드 해석에 의한 제어 방법은 2 자유도 모델의 모우드 해석을 통하여 각 모우드에 임계 댐핑이 이루어질 수 있는 modal force를 구하고, 이로부터 하부질량 m_u 와 상부질량 m_s 에 필요한 제어력을 계산한다. 1차와 2차 모우드에 임계 댐핑을 구현하는 제어력 $F_D = \{F_u, F_s\}^T$ 는 다음과 같이 유도된다.

$$F_D = -MUCU^T M \dot{x} \quad (3.1)$$

여기서, U는 질량 행렬 M에 대해 normalized modal matrix 이며, C는 $C_{ij} = -2\omega_i \delta_{ij}$ 로 주어진다. 표 2.1의 물리적 특성을 넣어 계산하여 보면 다음과 같다.

$$F_D = - \begin{bmatrix} 89.07 & -22.90 \\ -22.90 & 74.35 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_u \\ \dot{x}_s \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$

그러나, 실제 액츄에이터에서 발생하는 제어력은 다음 식과 같다.

$$F_C = \begin{bmatrix} g_2 & g_4 \\ -g_2 & -g_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_u \\ \dot{x}_s \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

제어력 F_C 는 요구되는 제어력 F_D 를 만족시킬 수 없게 되며, 실제 제어력 F_C 로부터 가장 근접한 F_D 를 만들기 위하여, 실제 제어력 F_C 를 다음과 같이 적용한다.

$$\begin{aligned} F_{Cu} &= \frac{1}{2}(F_{Du} - F_{Ds}) \\ F_{Cs} &= -\frac{1}{2}(F_{Du} - F_{Ds}) \end{aligned} \quad (3.4)$$

제어력 F_C 는 요구되는 제어력 F_D 로부터 제어력의 평균치인 $(F_{Du} + F_{Ds}) / 2$ 를 뺀 값과 같고, 이 경우의 제어력 F_C 는 다음과 같이 계산된다.

$$F_C = - \begin{bmatrix} 55.98 & -48.63 \\ -55.98 & 48.63 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_u \\ \dot{x}_s \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

즉, 각 계인은 $g_2 = 55.98$, $g_4 = -48.63$ 이 된다. 또한 각각의 모우드에 50%의 임계 댐핑을 주는 경우의 계인은 $g_2 = -27.99$, $g_4 = 24.31$ 이 된다.

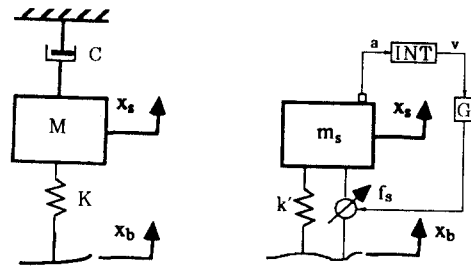
3.2 스카이훅 감쇠 제어

1974년에 Karnopp가 제안한 스카이훅 감쇠 제어기는 최

적제어 이론을 근거로 하여 가상적 기준면(reference frame)과 상부질량 사이에 감쇠기를 설치하고, 상부질량의 절대 속도에 비례하여 감쇠력이 발생하도록 되어있다.

그림 3.1(a)는 이상적인 스카이훅 감쇠 제어기를 보이고 있다. 실제적으로는 가상적 기준면을 만들 수 없기 때문에 감쇠기를 상부질량과 하부질량 사이에 설치하면 최소한 상부질량에 대해서는 스카이훅 댐퍼의 작용과 같은 효과를 얻게 된다. 앞에서 설명된 2 자유도 진동 모델의 상부질량 m_s 에 대하여 간략화된 1 자유도 모델은 그림 3.1(b)와 같이 표현될 수 있다.

Reference frame



(a) Idealized skyhook model (b) Equivalent model

Fig. 3.1. Transformation of skyhook model

이것을 식으로 표현하면 다음과 같다.

$$m_s \ddot{x}_s + k' x_s = f_s \quad (3.6)$$

여기서 $k' = k_u \cdot k_s / (k_u + k_s) = 1961.33 \text{ N/m}$ 가 되며, 임계 댐핑이 되는 C_c 값은 $C_c = 2m_s \omega_n = 67.59 \text{ Nm/s}$ 이 된다.

스카이훅 감쇠 제어는 상부질량 m_s 의 절대 속도 \dot{x}_s 에 의해서만 제어가 되며, 상부질량에 가해지는 제어력 f_s 는 다음과 같이 표현된다.

$$f_s = g_4 \dot{x}_s \quad (3.7)$$

100%의 임계 댐핑일 경우, 제어력은 $f_s = 67.59 \dot{x}_s$, 즉, 제어 계인은 $g_4 = 67.59$, $g_2 = 0$ 이 되며, 50%의 임계 댐핑일 경우, $g_4 = 33.80$, $g_2 = 0$ 이 된다.

3.3 Viscous damping 제어

일반 댐퍼의 경우처럼, 제어력 f 가 상부질량 m_s 와 하부질량 m_u 의 속도의 차이에 비례하는 경우, 제어력은 다음과 같이 표시 된다.

$$f = -c(\dot{x}_s - \dot{x}_u) \quad (3.8)$$

위에서 계산된 임계 댐핑계수를 이용하면, 100%, 50%의 경우, 제어 계인은 $g_4 = 67.59$, 33.80 , $g_2 = -67.59$, -33.80 이 된다. 앞에서 언급된 각각의 제어 계인값들은 표 3.1에 요약되어 있다.

Table 3.1 Gain values according to control method

Control method	g_2	g_4	Description
Mode	-55.98	48.63	1st & 2nd mode 100%
	-27.99	24.31	1st & 2nd mode 50%
Skyhook	0.0	67.59	sky-hook, 100%
	0.0	33.80	sky-hook, 50%
Viscous Damping	-67.59	67.59	viscous, 100%
	-33.80	33.80	viscous, 50%

4. 전자기 액츄에이터 설계

본 연구에서 사용된 전자기 액츄에이터의 원리는 자기장안에 전류를 흘려 보내면 힘을 발생한다는 플레밍의 법칙에 근거하여 설계를 하였다.

이를 식으로 나타내면 식(4.1)과 같다.

$$F = B \cdot I \cdot L \quad (4.1)$$

여기서, B는 자기장의 세기(Tesla), I는 전류의 세기(A), L은 자기장을 수직으로 통과하는 전선의 길이이다. 식(4.1)을 근거로 하여 전자기 액츄에이터를 그림 4.1과 같이 설계하였다.

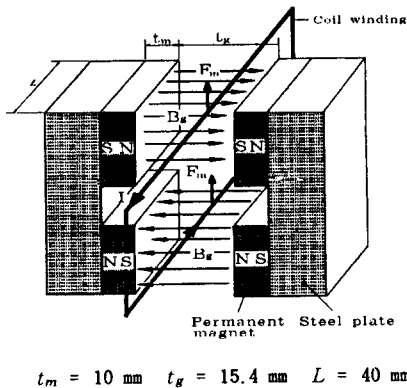


Fig. 4.1 Principle of electromagnetic actuator

가우스 미터를 이용하여 측정된 영구자석 2쌍의 B_g 측정값은 0.24 Tesla 이다. $B_g = 0.24(\text{Tesla})$, $N = 500(\text{회})$,

$L = 0.04(\text{m})$ 로 설계된 전자기 액츄에이터의 힘은 다음과 같이 계산된다.

$$F = 2F_m = 2B_g \cdot N \cdot I \cdot L = 9.6 \cdot I \quad (4.2)$$

전자기 액츄에이터의 코일에 흐르는 전류와 이에 따라 발생하는 전자기력을 측정하여 그림 4.2와 같은 그래프를 작성하고 직선 커브피팅을 하면 전자기 액츄에이터의 전류와 힘에 대한 관계식(4.3)이 구해진다.

$$F = 11.4 \cdot I \quad (4.3)$$

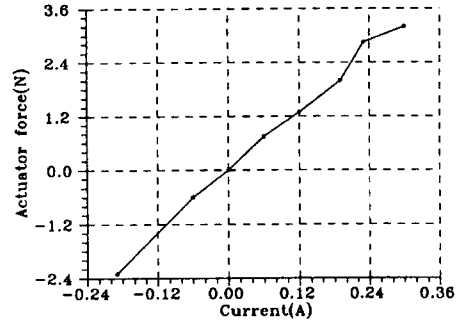


Fig. 4.2 Characteristics of the electromagnetic actuator

5. 실험 장치의 구성

그림 5.1은 실험장치의 구성을 보이고 있다. 실험 모델은 가진기(LDS V555)위에 설치되고 주파수 범위 5 ~ 50 Hz의 랜덤입력으로 가진된다. 이에 따라 상부질량과 하부질량에 설치된 가속도계에서 발생하는 가속도 신호는 전치 증폭기(B&K 2626)와 자체 제작한 적분기(741 OP AMP)를 거쳐 속도 신호로 변환된다. 적분된 신호의 D.C. offset은 offset 조정을 가변저항기를 사용하여 제거하였다. 속도 신호는 DSP 보드(DT2821)의 A/D 변환기를 통해 PC에 입력되며, 제어 알고리즘을 통해서 제어 신호가 계산된다. 제어신호는 D/A 변환기와 파워 앰프를 통하여 증폭된다음 전자기 액츄에이터의 코일에 흘려 제어력을 제공하게 된다.

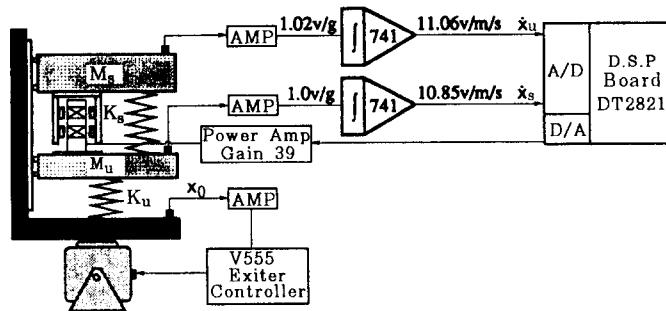


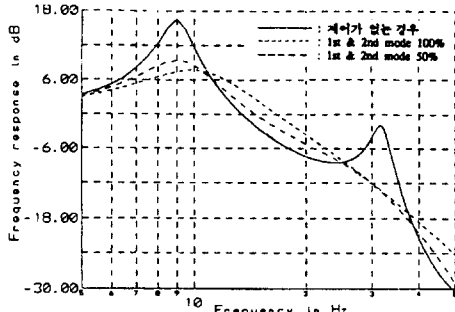
Fig. 5.1 Set up of the experimental equipment

6. 이론 해석과 실험 결과의 비교

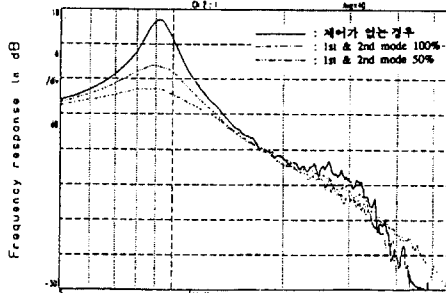
6.1 모우드 해석에 의한 제어

모우드 해석에 의해서 계산된 제어 계인을 입력하여 얻어진 해석 및 실험 결과는 다음과 같다.

그림 6.1.1에서와 같이 상부질량의 경우는 해석 결과와 실험 결과는 비슷한 응답을 보이고 있다. 1차 모우드(9.2 Hz)의 경우, 제어 계인 100% 및 50%에 대한 제어 효과는 제어가 없는 경우보다 약 12 dB 및 8 dB 정도 좋아졌다. 2차 모우드(32.2 Hz)의 경우는 제어에 관계없이 약 -12 dB 정도를 나타내고 있다. 이는 직선운동 가이드의 비선형 감쇠의 영향으로 2차 모우드 영역에서 훨씬 큰 감쇠 저항을 발생하기 때문이다.



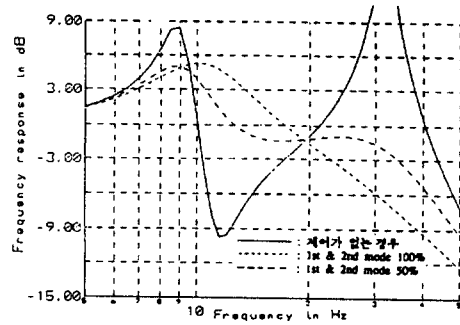
(a) 해석 결과 (x_u/x_a)



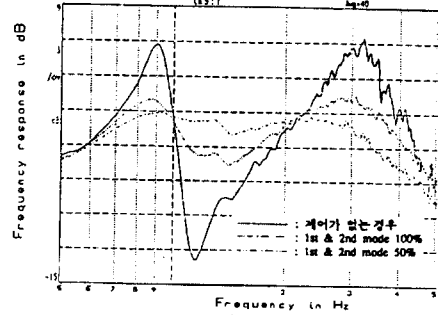
(b) 실험 결과 (x_u/x_a)

Fig. 6.1.1 Theoretical and experimental results of mode control(upper mass)

그림 6.1.2의 하부질량에 대해서, 제어가 없을 경우의 이론치와 실험치는 1차 모우드에서 3 dB, 2차 모우드에서 6 dB 정도의 차이가 있는데, 이는 1차 모우드의 실험 결과로부터 감쇠계수를 5 N/m/s로 추정하였으나 직선운동 가이드의 비선형 감쇠의 영향으로 훨씬 큰 감쇠 저항을 발생하기 때문이다. 제어를 하였을 경우에 하부질량의 실험치는 이론치에 비해 5-9 Hz 근방에서 전반적으로 약 3 dB 정도 낮은 값이 나오는데 이는 실험시에 저주파수 노이즈 성분을 제거하기 위해 10 Hz-3dB High pass filter를 작동시킨 때문이다. 이론해석과 실험 결과는 비슷한 응답을 보이고 있다.



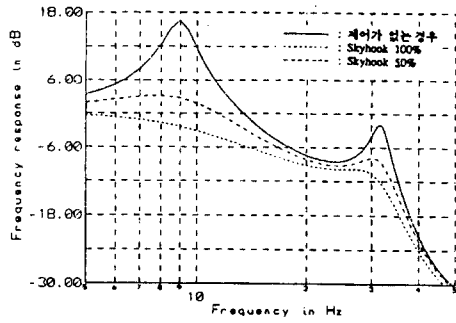
(c) 해석 결과 (x_u/x_a)



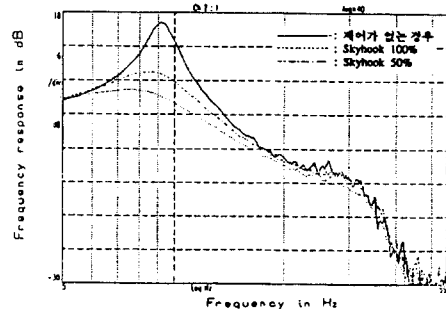
(d) 실험 결과 (x_u/x_a)

Fig. 6.1.2 Theoretical and experimental results of mode control(lower mass)

6.2 스카이훅 감쇠 제어



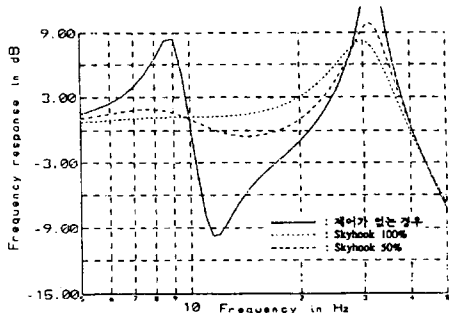
(a) 해석 결과 (x_u/x_a)



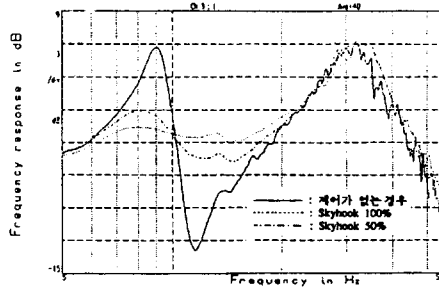
(b) 실험 결과 (x_u/x_a)

Fig. 6.2.1 Theoretical and experimental results of skyhook damping control(upper mass)

상부질량 m_s 의 절대속도 \dot{x}_s 에 비례하는 제어를 수행했을 경우의 해석 및 실험 결과는 다음과 같다. 그림 6.2.1과 같이 상부질량의 1차 모드에의 경우에 제어 계인 100% 및 50%에 대한 제어 효과는 제어가 없는 경우보다 약 12.6 dB 및 8.6 dB 정도 좋아졌다.



(c) 해석 결과 (x_d/x_s)



(d) 실험 결과 (x_d/x_s)

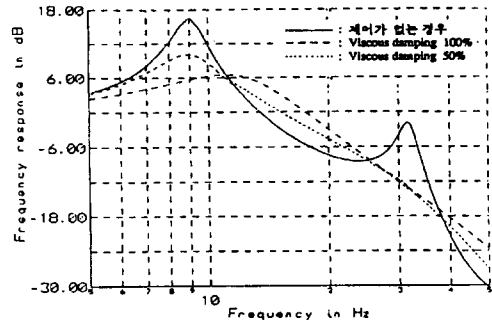
Fig. 6.2.2 Theoretical and experimental results of skyhook damping control(lower mass)

그림 6.2.2의 하부질량의 경우, 저주파수 노이즈를 제거하기 위해서 10 Hz-3 dB High pass filter를 통과시켜 1차 모드 부근에서 전반적으로 3 dB 낮아진 것을 제외하고 하부질량은 2차 모드인 32 Hz 근방에서 제어에 관계없이 약 12 dB 정도로 큰 진동을 하고 있다. 이는 상부질량만의 절대 속도에 비례하는 제어를 수행하였기 때문이다.

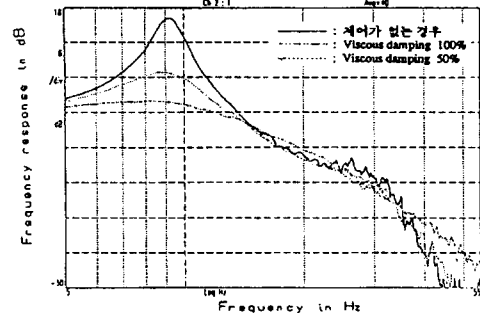
6.3 Viscous damping 제어

제어력이 상부질량과 하부질량의 속도의 차이에 비례하는 제어를 수행했을 경우의 실험 결과와 해석 결과는 비슷한 응답을 보이고 있다. 그림 6.3.1과 같이 상부질량의 1차 모드에의 경우, 제어 계인 100% 및 50%에 대한 제어 효과는 제어가 없는 경우보다 약 14.3 dB 및 9.3 dB 정도 좋아졌다.

그림 6.3.2와 같이 하부질량의 경우, 저주파수 노이즈를 제거하기 위해서 10 Hz-3 dB High pass filter를 통과시켜 1차 모드 부근에서 전반적으로 3 dB 낮아진 것을 제외하고 실험 결과와 해석 결과는 비슷한 응답을 보이고 있다.

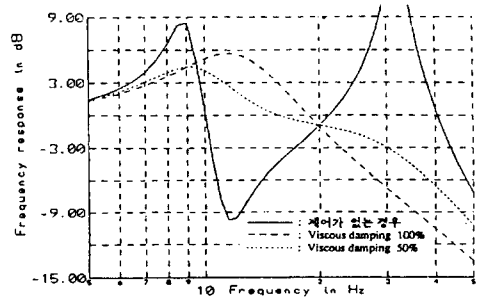


(a) 해석 결과 (x_d/x_s)

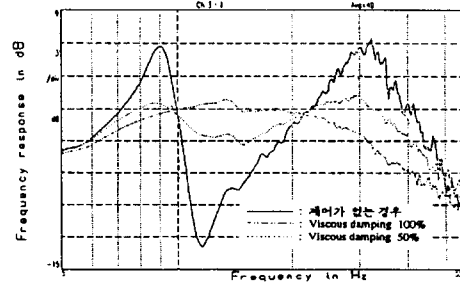


(b) 실험 결과 (x_d/x_s)

Fig. 6.3.1 Theoretical and experimental results of viscous damping control(upper mass)



(c) 해석 결과 (x_d/x_s)



(d) 실험 결과 (x_d/x_s)

Fig. 6.3.2 Theoretical and experimental results of viscous damping control(lower mass)

7. 결론

모우드 해석에 의한 제어, 스카이훅 감쇠 제어, Viscous damping 제어의 제어 방법을 적용하여 2 자유도 진동모델의 진동제어를 수행한 결과는 다음과 같다.

- 1) 하부질량에서 저주파수 노이즈를 제거하기 위해서 10 Hz-3 dB High pass filter를 통과시켜 1차 모우드 부근에서 전반적으로 3 dB 낮아진 것을 제외하고 제어 방법에 따른 해석결과와 실험결과는 비교적 잘 일치함을 알 수 있다.
- 2) 에너지 소비 관점에서 모우드 해석에 의한 제어, Skyhook 감쇠 제어, Viscous damping 제어의 계인값과 상부 및 하부질량의 주파수 응답 특성을 비교하여 볼 때, 모우드 해석에 의한 제어 방법이 작은 계인값으로 비슷한 제어 효과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

참고 문헌

- (1) Ellis, R.W., and Mote, C.D., 1979, " A Feedback Vibration Controller for Circular Saws.", Journal of Dynamics Systems, Measurement and Control, Vol. 107, pp. 14-48.
- (2) Hong Su, S. Rakheja and T.S. Sankar, 1990, " Vibration-Isolation Characteristics of an Active Electromagnetic Force Generator and the Influence of Generator Dynamics.", Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 112, pp. 8-15.
- (3) Dean Karnopp, 1983, " Active damping in road vehicle suspension systems.", Vehicle System Dynamics, pp. 291-319.
- (4) C.Yue, T.Butsuen, J.K.Hedrick, 1989 " Alternative Control Laws for Automotive Active Suspension.", Trans. of the ASME, Vol. 111, pp. 286-291.