

H_∞ 제어이론을 이용한 구조진동제어

(불확실성 모델)

송 병석 *

(Structural vibration control using H_∞ control theory : uncertainty model)
(Byung-Suk Song)

1. 서론

제어이론의 역사적 발전사를 고찰해보면 1930년대부터 1960년대까지를 고전 제어(classical control) 시대로 분류되고 이때 주로 사용되었던 용어들은 주파수역(frequency domain)에서 사용된 개념인 극점(pole), 영점(zero), Nyquist, 근궤적(root-Locus) 선도(plot) 등으로 대표된다. 그 다음단계인 현대제어(modern control) 시대(1960년대 - 1980년대)에는 새로운 개념들이 도입되었는데 시간역(time domain)에서 사용되는 상태공간(state-space) 모델, 가제어성(controllability), 가관측성(observability), Kalman 필터, LQG 제어 등이다. 1980년대부터 현재까지를 강인제어(robust control) 시대로 분류하는데 이것의 특징들은 극점이나 영점대신 상태공간 모델을 사용하여 주파수역에서 정의되는 개념들인 H_∞ 합성법, μ 해석법, LQG/LTR 및 QFT, Lyapunov 등으로 대표된다.

현대제어시대에는 제어기 K 는 공칭 플랜트 모델 G_0 를 기준으로 설계되었으나 실제로 공칭 플랜트 모델은 실제 플랜트와 항상 같을수가 없었다. 따라서 실제 플랜트 G 는 $G = G_0 + \Delta G$ 로 표현되며 여기서 ΔG 는 플랜트 불확실성(plant uncertainty), 즉 실제 플랜트와 공칭 플랜트의 차이를 나타낸다. 이 플랜트 불확실성은 제어기가 실제 응용되어 사용되었을 때 세대로 작동하지 않는 주요이유중에 하나이다. 이와 같은 상황에서 안정도 강인성(stability robustness) 및 성능 강인성(performance robustness)의 보장은 상당히 중요한 문제로 대두되었으며 주어진 플랜트 불확

실 성하에서 이러한 강인성이 보장되는 제어이론들 중 H_∞ 제어이론이 많이 연구/응용되고 있다. 특히 공칭 플랜트 모델과 함께 사용되는 플랜트 불확실성 모델은 직접적으로 성능 및 안정도에 영향을 미치므로 주의깊게 선정해야 한다.

2. H_∞ 제어이론

2.1 신호 및 시스템 노음(norm)

노음은 시간역 $(-\infty, \infty)$ 에서 신호 $u(t)$ 및 선형 불시변 시스템의 임펄스 응답함수가 $g(t)$ 인 시스템 전달 함수 $G(j\omega)$ 를 벡터공간으로 사상하는(mapping) 함수로 정의되며, 다음과같은 성질을 가지고 있다.

- (1) $\|u\| \geq 0$
- (2) $\|u\| = 0 \Leftrightarrow u(t) = 0$
- (3) $\|au\| = |a|\|u\|, \forall a \in \mathbb{R}$
- (4) $\|u + v\| \leq \|u\| + \|v\|$

신호 노음에는 다음과 같은 세가지 종류의 노음이 있다.

$$\begin{aligned} 1\text{-노음} : \|u\|_1 &= \int_{-\infty}^{\infty} |u(t)| dt \\ 2\text{-노음} : \|u\|_2 &= \left(\int_{-\infty}^{\infty} u(t)^2 dt \right)^{1/2} \\ \infty\text{-노음} : \|u\|_{\infty} &= \sup_t |u(t)| \end{aligned}$$

시스템 노음에는 보통 두가지 종류의 노음이 사용된다.

$$\begin{aligned} 2\text{-노음} : \|G\|_2 &= \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G(j\omega)|^2 d\omega \right)^{1/2} \\ \infty\text{-노음} : \|G\|_{\infty} &= \sup_{\omega} |G(j\omega)| \end{aligned}$$

* 고등기술연구원

2.2 플랜트 불확실성

일반적으로 실제 플랜트를 선형 시스템으로 수학적 모델링하고 있으나 시스템 동특성을 정확히 묘사하는 수학식을 만드는 것은 시스템의 비선형성, 시스템의 작동조건 변화 및 정확한 시스템 동특성 파악의 어려움 등으로 거의 불가능하므로 제어 시스템의 안정도 및 성능에 영향을 주는 모델오차, 즉 플랜트 불확실성, 는 항상 플랜트 모델에 존재하고 있다.

일반적으로 H_∞ 제어이론에서 사용하는 플랜트 불확실성의 종류에는 합산형(additive), 곱셈형(multiplicative) 및 매개변수형(parametric)의 세 가지 종류가 있으며 또한 이것을 구조형(structured) 및 비구조형(unstructured)으로 분류하기도 한다. 구조형 불확실성은 플랜트 동특성을 표현하는 매개변수에 의해 규정되는 반면 비구조형 불확실성은 합산형이나 곱셈형으로 표현한다.

2.3 안정도-강건성 및 성능-강건성

그림 2-1과 같은 폐-루프 시스템의 추적성능 및 외란제거성능 지표로 식(2-1) 및 (2-2)로 정의되는 감도함수(sensitivity function) 및 보조감도함수(complementary sensitivity function)가 사용된다.

$$S(s) = \frac{1}{1 + G(s) \cdot K(s)} \quad \text{----- (2-1)}$$

$$T(s) = \frac{G(s) \cdot K(s)}{1 + G(s) \cdot K(s)} \quad \text{----- (2-2)}$$

식(2-1)로 표시되는 감도함수는 기준입력 r 과 추적오차 e 사이의 전달함수를 나타내며, 식(2-2)로 정의된 보조전달함수는 기준입력 r 과 시스템 출력 y 사이의 전달함수로 표현된다. 만약 기준입력이 0 일 경우 감도함수는 외란 d 와 시스템 출력 y 의 전달함수로 표현된다. 상기의 두 감도함수는 항상 두 함수의 합이 식(2-3)과 같이 1 이된다.

$$S(s) + T(s) = 1 \quad \text{----- (2-3)}$$

플랜트 불확실성 모델로 곱셈형을 사용하면 플랜트 모델은 식(2-4)로 표시된다.

$$G(s) = G_0(s) (1 + \Delta G_M(s)) \quad \text{----- (2-4)}$$

이러한 조건에서 안정도-강건성 및 성능-강건성은 각각 아래 식(2-5) 및 (2-6)으로 주어진다.

$$\|T_0 \cdot B_M\|_\infty < 1 \quad \text{----- (2-5)}$$

$$\|S_0 \cdot W_D + T_0 \cdot B_M\|_\infty < 1 \quad \text{----- (2-6)}$$

여기서 $B_M(\omega)$ 은 곱셈형 불확실성($\Delta G_M(j\omega)$)의 크기이고, $W_D(\omega)$ 은 외란제거나 추적성능이 필요한 주파수역을 선택하기 위한 하중함수(weight function)이다.

3. 불확실성 모델

3.1 시스템 모델링

구조 시스템의 이론적인 해석을 위해 시스템을 선형, 점성감쇠성질을 가진 다자유도 시스템으로 모델링을 하고 편의상 점성감쇠 항이 정규모드(normal mode)와 비연성되었다고 가정하면 아래 식으로 주어진다.

$$M_n \ddot{q}_n + C_n \dot{q}_n + K_n q_n = L_n(t) \quad \text{----- (3-1)}$$

여기서 M_n , C_n , K_n 은 일반화(generalised) 질량, 감쇠 및 강성이며 L_n 은 일반화 힘이며 다음 식들로 정의된다.

$$M_n = \int_0^l m(x) \Phi_n^2(x) dx \quad \text{----- (3-2)}$$

$$K_n = \int_0^l EI \left\{ \frac{d^2 \Phi_n(x)}{dx^2} \right\}^2 dx \quad \text{----- (3-3)}$$

$$L_n = \int_0^l p(x, t) \Phi_n(x) dx \quad \text{----- (3-4)}$$

분리이론(seperation principle) 및 모드합산법을 사용하면 처짐(deflection)은 식(3-5)로 표시된다.

$$X(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t) \cdot \Phi_n(x) \quad \text{----- (3-5)}$$

여기서 $q_n(t)$ 은 일반화 좌표이며, $\Phi_n(x)$ 은 n차 모드의 모드형상(mode shape)이다. 만약 힘이 $x=x_1$ 에 가해지면 일반화 힘, L_n ,은 아래와 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} L_n(t) &= \int_0^l f(t) \delta(x - x_1) \Phi_n(x) dx \\ &= f(t) \Phi_n(x_1) \quad \text{----- (3-6)} \end{aligned}$$

여기서 $f(t)$ 는 가해진 힘이고, $\delta(x - x_1)$ 는 디락의 델타함수(Dirac delta function)이다. 따라서 푸리에 변환을 사용하여 식(3-1)를 다시 정리하면 아래와 같은 식을 얻게된다.

$$X(x, \omega) = \sum_0^{\infty} \frac{F(j\omega) \Phi_n(x_1) \Phi_n(x)}{M_n (\omega_n^2 - \omega^2 + 2j\zeta_n \omega \omega_n)} \quad \text{----- (3-7)}$$

따라서 힘과 변위 상관관계를 표시하는 리셉턴스(receptance), $\alpha(j\omega)$,는 다음과 같다.

$$\alpha(j\omega) = \frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Psi_n(x_1)\Psi_n(x)}{\omega_n^2 - \omega^2 + 2j\zeta_n\omega\omega_n} \quad \text{--- (3-8)}$$

여기서 $\Psi_n(x) = \frac{\Phi_n(x)}{\sqrt{M_n}}$ 이다. 또한 유사한 방법으로 힘과 속도 상관관계를 표시하는 이동도(mobility)는 식(3-9)로 유도된다.

$$Y(j\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j\omega \cdot \Psi_n(x_1)\Psi_n(x)}{\omega_n^2 - \omega^2 + 2j\zeta_n\omega\omega_n} \quad \text{--- (3-9)}$$

상기 식들은 편의상 아래와 같은 모드상수 A_n 을

$$A_n = \Psi_n(x_1)\Psi_n(x) \quad \text{--- (3-10)}$$

사용하여 재정리하면, 다음과 같다.

$$\alpha(j\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{\omega_n^2 - \omega^2 + 2j\zeta_n\omega\omega_n} \quad \text{--- (3-11)}$$

$$Y(j\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j\omega \cdot A_n}{\omega_n^2 - \omega^2 + 2j\zeta_n\omega\omega_n} \quad \text{--- (3-12)}$$

3.2 매개변수형 불확실성 및 관련 전달함수 변수들

비매개변수형 불확실성은 통상적으로 고주파수역에 존재하는 비모델링된 시스템 다이내믹스같은 주파수-상관 (frequency-dependent) 성분들을 표시할때 사용하는 반면 매개변수형 불확실성은 시스템을 구성하는 매개변수의 편차(variations)를 나타낼때 사용한다. 매개변수 편차에 대한 시스템 다이내믹스의 감도해석은 시스템 다이내믹스(전달함수)에 대한 매개변수 편차의 영향을 조사하는데 사용되는 방법들중 하나이다. 감도는 아래와 같이 정의된다

$$\frac{\Delta G / G}{\Delta p / p} \quad \text{--- (3-13)}$$

여기서 $\Delta G / G$ 는 전달함수 변화이고, $\Delta p / p$ 는 매개변수 편차이다. 상기 식(3-13)은 아래와 같이 1차계수 (1st-order) 편차가 도함수에 비례한다고 가정하면, $\Delta G = \frac{dG}{dp} \cdot \Delta p$ --- (3-14), 식(3-13) 및 (3-

14)로 부터 다음의 관계식이 유도된다.

$$\frac{\Delta G}{G} = \left(\frac{p}{G} \cdot \frac{dG}{dp} \right) \frac{\Delta p}{p}$$

$$\frac{\Delta G / G}{\Delta p / p} = \frac{p}{G} \cdot \frac{dG}{dp} = (\text{감도}) \quad \text{--- (3-15)}$$

그러나 감도가 너무 클경우 식(3-14) 및 식(3-15)는 사용하기에 적합하지않다. 기본이론으로부터 감쇠계수와 고유진동수는 다음과 같다.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_n}{M_n}} \quad \text{--- (3-16)}$$

$$\zeta = \frac{C_n}{2 \cdot \sqrt{K_n \cdot M_n}} \quad \text{--- (3-17)}$$

시스템 매개변수들중에 질량편차가 전달함수 변수에 미치는 영향을 유도해보면, 감쇠계수 및 고유주파수 편차는 아래와 같이 된다.

$$-\frac{\Delta \zeta}{\zeta} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta M_n}{M_n + \Delta M_n} \quad \text{--- (3-18)}$$

$$-\frac{\Delta \omega_n}{\omega_n} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta M_n}{M_n + \Delta M_n} \quad \text{--- (3-19)}$$

따라서 질량편차에 대한 감쇠계수나 고유주파수의 감도는 약 1/2 인것을 알수있다. 이제 감쇠계수나 고유주파수 편차로 인한 전달함수 섭동 (perturbation), 즉 불확실성을 감도해석방법을 사용하여 합산형 및 곱셈형으로 유도하면 다음과 같다.

감쇠계수 편차 : 문제를 단순화 하여 단일 모드 시스템을 고려하면 공칭 전달함수는 식(3-12)로부터

$$G_o(j\omega) = \frac{j\omega \cdot A_n}{\omega_n^2 - \omega^2 + 2j\zeta_n\omega\omega_n}$$

로 주어진다. 섭동된 전달함수 $G(j\omega)$ 를 합산형 불확실성과 같이 표현하면 다음과 같다.

$$G(j\omega) = G_o(j\omega) + \Delta G_o(j\omega)$$

$$= G_o(j\omega) + \frac{dG_o}{d\zeta} \cdot \Delta \zeta$$

$$\text{여기서 } \frac{dG_o}{d\zeta} = \frac{(A_n j \omega) - (2 j \zeta_n \omega \omega_n)}{(\omega_n^2 - \omega^2 + 2 j \zeta_n \omega \omega_n)^2} \text{ 이다.}$$

따라서 이것을 곱셈형 불확실성 모델로 전환을 하면 다음과 같다.

$$G(j\omega) = G_o(j\omega) \left\{ 1 + \frac{2 j \omega \omega_n \Delta \zeta}{\omega_n^2 - \omega^2 + 2 j \omega \omega_n \zeta_n} \right\} \\ = G_o(j\omega) (1 + \Delta G_M(j\omega)) \quad \text{--- (3-20)}$$

그러므로 상기 식과 같이 곱셈형 불확실성은 식(3-21)로 주어지며,

$$\Delta G_M(j\omega) = \frac{2 j \omega \omega_n \Delta \zeta}{\omega_n^2 - \omega^2 + 2 j \omega \omega_n \zeta_n} \quad \text{--- (3-21)}$$

또한 이것의 주파수역별 특성은 다음과 같다.

$$(i) \omega \gg \omega_n, \quad \Delta G_M(j\omega) \rightarrow 0.$$

$$(ii) \omega \ll \omega_n, \quad \Delta G_M(j\omega) \rightarrow 0.$$

$$(iii) \omega \approx \omega_n, \quad \Delta G_M(j\omega) \approx \Delta \zeta / \zeta.$$

따라서, 만약 감쇠계수 편차가 10% 일 경우 최대 곱

셈형 불확실성은 공진주파수에서 10%인 것을 알수 있다. 감쇠계수 편차가 10%인 단일모드 시스템의 전달함수 섭동이 그림 3-1에 도시돼 있다.

고유주파수 편차 : 앞서 기술한 감쇠계수 편차인 경우와 유사하게 유도를하면 섭동된 전달함수는 다음과 같이 표시되며,

$$G(j\omega) = G_0(j\omega) \left(1 + \frac{2(\omega_n + j\zeta\omega) \cdot \Delta\omega_n}{\omega_n^2 - \omega^2 + 2j\omega\omega_n\zeta_n} \right)$$

$$= G_0(j\omega)(1 + \Delta G_M(j\omega))$$

곱셈형 불확실성의 주파수역별 특성은 아래와 같다.

$$(i) \omega \gg \omega_n, \quad \Delta G_M(j\omega) \rightarrow 0.$$

$$(ii) \omega \ll \omega_n, \quad \Delta G_M(j\omega) \rightarrow 0.$$

$$(iii) \omega \approx \omega_n, \quad \Delta G_M(j\omega) \approx \frac{\zeta_n - j}{\zeta_n} \cdot \frac{\Delta\omega_n}{\omega_n}$$

따라서 감쇠가 작은 시스템인 경우, 곱셈형 불확실성의 절대값은 아래와 같이 표현된다.

$$|\Delta G_M(j\omega)| \propto \frac{1}{\zeta_n} \cdot \frac{\Delta\omega_n}{\omega_n}.$$

그러므로 보통 감쇠가 작은 시스템인 경우 감쇠비가 0.1에서 0.01사이이므로 전달함수 섭동은 고유주파수 편차에 극히 민감하다는 것을 알수있다. 구체적인 예로 고유주파수 편차가 10%인 경우 곱셈형 불확실성의 절대값은 상기 식에따라 계산할 경우 1.0(100%)에서 10(1000%)사이에 있다는 것을 알수있다.

3.3 불확실성 모델

3.3.1 기본형

3.2절에서와 같이 매개변수형 불확실성은 곱셈형 불확실성으로 변환될수 있으며, 일반적으로 모든 비매개변수형 및 매개변수형 불확실성은 곱셈형으로 아래 식과 같이 표현될수 있다.

$$G(j\omega) = G_0(j\omega) \cdot (1 + \Delta G_M(j\omega)) \quad (3-22)$$

여기서 $G_0(j\omega)$ 공칭 플랜트 전달함수이고 $\Delta G_M(j\omega)$ 는 곱셈형 불확실성이다.

3.3.2 주파수 이동형(frequency shift form)

불확실성 기본형은 일반적으로 많이 사용하고 있는 형이지만 감쇠가 작은 시스템에서 고유주파수 편차로인한 플랜트 전달함수의 섭동 감도가 매우 높으므로 곱셈형이나 합산형 불확실성은 H_∞ 제어

이론에서 사용하기에 적합하지않다. 따라서 대부분의 구조시스템은 작은 감쇠량을 가지고 있으므로 이에 적합한 불확실성 모델이 필요하다. 이에따라 고유주파수 편차에 따른 플랜트 전달함수의 섭동을 대표하기위해 아래와 같이 주파수 이동형 불확실성 모델이 제안되었다.

$$G(j\omega) = G_0(j(\omega + p)) \cdot \left(1 + \frac{\Delta\omega_n}{\omega_n} \right) \quad (3-23)$$

여기서 $G_0(j\omega)$ 는 공칭 플랜트 전달함수이고, p 는 주파수 이동량($\omega_2 - \omega_1$)이고, $\frac{\Delta\omega_n}{\omega_n}$ 은 고유주파수 편차이다. 이제 고유주파수 편차에 따른 플랜트 전달함수 섭동을 주파수 이동형을 사용하여 모의 실험을 한 결과가 그림 3-2에 있다. 여기서 사용한 고유주파수 편차는 10%이고 공칭고유주파수는 100 rad이다. 모의실험 결과, 주파수 이동형과 섭동된 플랜트 전달함수의 절대값과 위상 오차는 거의 없다는 것을 알수있다.(절대값 오차: 2% 미만, 위상오차: 0.05 rad 미만)

4. 실험 및 실험결과

4.1 실험

실험은 알루미늄 박판을 사용 하여 액추에이터와 센서사이의 주파수 응답함수를 측정하는 간단한 실험방법을 사용하였다. 질량편차를 구현하기위해 판에 세가지 종류의 부가질량을 각각 부착하여 질량의 변화를 주었다. 액추에이터로는 압전재료(piezoelectric material)을 사용하였으며, 센서로는 가속도계를 사용하였다.

4.2 실험결과

계측된 주파수 응답함수들중 한개의 부가질량을 사용한 경우가 그림 4-1에 도시있으며 실선은 공칭 주파수응답함수이고, 나머지 선들은 부가질량을 서로다른 위치에 부착했을 경우의 주파수응답함수들이다. 부가질량의 부착위치에 따라 공진 및 반공진 주파수가 일치하지않는 모드가 있음을 알수 있다. 주파수 이동형 모델의 적합성을 확인해 보기 위해서 계측된 주파수응답함수의 한 단일모드에 새로운 불확실성 모델을 적용한 결과가 그림 4-2 및 4-3에 나타나 있다. 상기 그림들에서 보는 바와

같이 주파수응답함수의 절대값은 주파수 이동 전/후의 차이가 약 -20dB 정도나는 것을 알수있다. 이는 이론적 모델오차가 2% 미만인 반면, 실제 계측된 주파수 이동형 불확실성 모델 오차는 10%인것을 의미한다.

5. 결론 및 향후 발전방향

고주파수 편차로 인한 플랜트 전달함수의 민감한 섭동은 일반적으로 H_∞ 제어에서 사용되는 곱셈형 불확실성 모델이 부적합하다는 것을 보여 주었다. 이에 새로운 주파수 이동형 모델이 제시되었고, 실험을 통해서 그 적합가능성이 입증되었다. 그러나 이러한 접근방법은 모드해석법을 이용한 것이므로 저주파수역에서 사용하는데 문제가 없으나 모드 밀도(modal density)가 높고 모드형상(mode shape)이 매개변수 편차에 상당히 민감한 고주파수역에서는 부적합하다. 따라서 고주파수역에 적합한 불확실성 모델 개발이 필요하며, 확률론적(stochastic) 접근방법이나 통계학적 에너지 해석(statistical energy analysis) 방법등이 고주파수역 불확실성 모델에 사용가능하다고 사료된다. 또한 본문에서 제시된 주파수 이동형 불확실성 모델을 H_∞ 합성/해석 방법에서 쉽게 사용할 수 있는방법을 찾는 것이 향후 연구방향이다.

참고문헌

- [1] Dailey, R. Lane, "H_∞ and μ method for robust control", IEEE Conference on decision and control, Brighton, U.K, 9 -10 Dec. 1991.
- [2] Elliot, S. J, "Active control using feedback", ISVR Technical Memorandum No. 732, Jan. 1994.
- [3] Grimble, M. J and Johnson, M. A, "H_∞ robust control design", Journal of computing & control engineering, Nov. 1991.
- [4] Kwakernaak, Huibert, "Robust control and H_∞-optimisation / Tutorial paper", Automatica Vol 29, No 2, pp255 - 273, 1993.
- [5] Li, X.P. and Chang, B. C, "Robust Control Systems Design Using H_∞ Optimization Theory", Journal of Guidance, control, and dynamics, Vol 15, p 943 - 952, July - August 1992.
- [6] Moser, A. N, "Designing controller for flexible structure with H_∞/ μ - synthesis", IEEE Control system mag. April 1993.
- [7] Von Flotow, A. H, "The Acoustic Limit of Control of Structural Dynamics", Springer Series in Computational Mechanics "Large Space Structures : Dynamics and Control" 1988.

- [8] Doyle, John. C. ; Francis, B. A; Tannenbaum, A, "Feedback control theory", Macmillan, New York. 1992.
- [9] Franklin, G. F, et al, "Feedback control of dynamic systems", Addison-Wesley, 1993.
- [10] Maciejowski, J. M, "Multivariable feedback design ", Addison-Wesley, 1989.
- [11] Richards, R. J, "An introduction to dynamics and control", Longman, 1979.
- [12] 김 종식, '선형 제어시스템 공학', 청문각, 1988

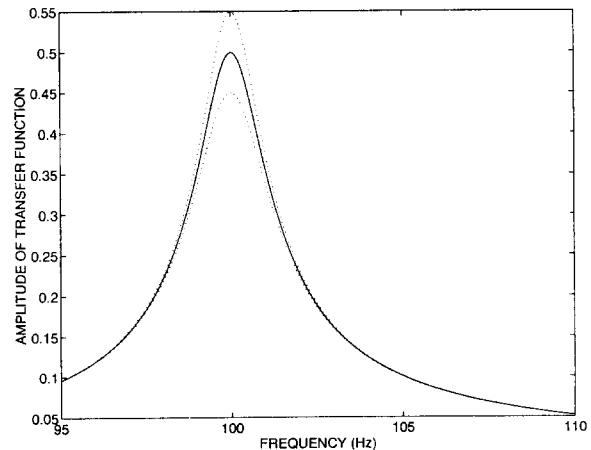


그림 3-1. 감쇠계수 편차가 10% 인 경우 단일모드 플랜트 전달함수의 섭동 예 (—— : 공칭 플랜트 전달함수, - - - : 섭동된 플랜트 전달함수)

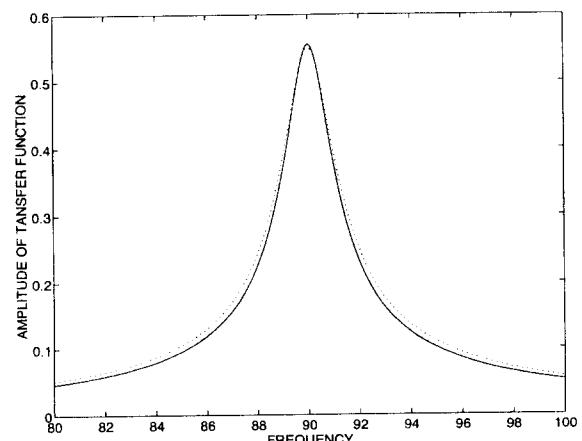


그림 3-2. 주파수 편차가 10%인 경우 섭동된 전달함수 와 주파수 이동된 전달함수와의 절대값 차이 비교 모의실험(—— : 섭동 전달 함수, - - - : 주파수 이동 전달함수)

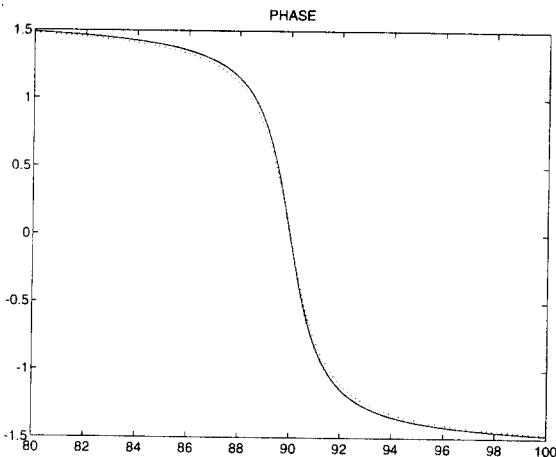


그림 3-2. 주파수 편차가 10%인 경우 섭동된 전달함수 와 주파수 이동된 전달함수와의 위상 차이
비교 모의실험(—— : 섭동전달함수,
----- : 주파수 이동전달함수)

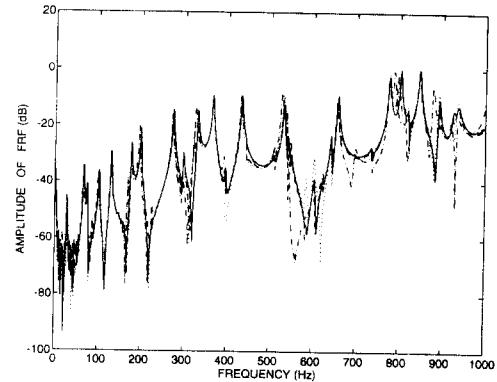


그림 4-1 공정 주파수 응답함수 및 한개의 부가질량을 부착했을 경우의 섭동된 주파수응답 함수들.

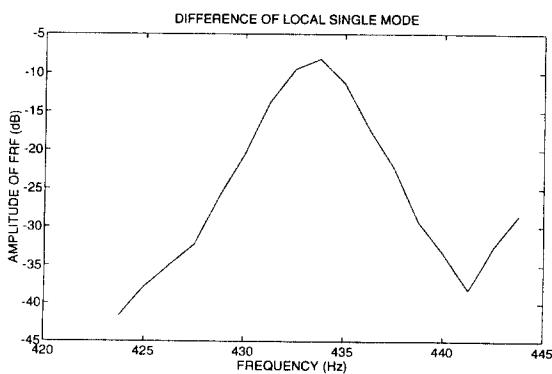
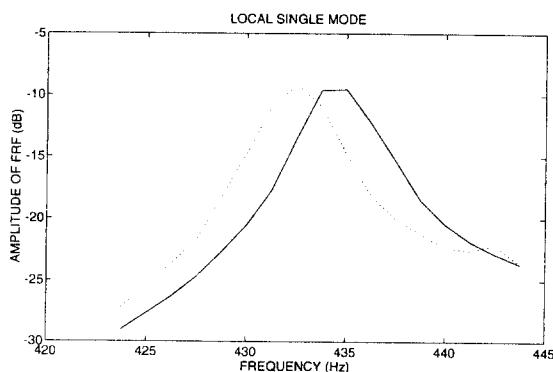


그림 4-2. 계측된 플랜트 전달함수 섭동(—— : 공정 전달함수, ----- : 섭동된 플랜트 전달함수)

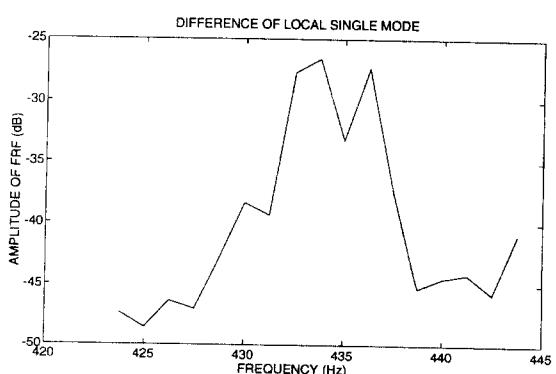
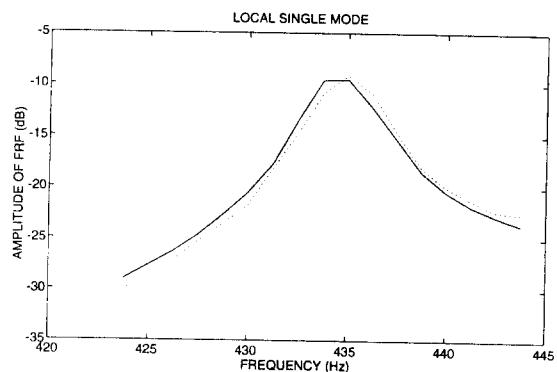


그림 4-3. 계측된 플랜트 전달함수 섭동(—— : 주파수 이동된 전달함수, ----- : 섭동 플랜트 전달함수)