

피드포워드 ANC 의 한계성능지표에 관한 연구

o김 현석*, 박 영진*

(A Study on Performance Limit Index of Feedforward ANC)

1. 서론

피드포워드형 알고리즘을 써서 능동소음제어(ANC)를 할 경우[1,2] 실시간 제어 이전에 성능의 한계가 어떻게 되는지 알아보는 것이 필요하다. 그 이유는 능동소음 제어를 조절해야할 파라메터가 여러가지가 있으며 그들의 조절에 따라서 성능이 변할 수 있고, 이들 모두를 최적의 상태로 조절하여 성능의 한계를 파악하는 것은 매우 많은 시간과 노력을 요하는 작업이기 때문이다. 성능의 한계는 다음과 같은 여러 요인에 의해서 결정된다.

레퍼런스가 어떤가, 즉 소음원의 기여도가 얼마나 높은가, 또한 레퍼런스의 갯수가 몇개이며 각 신호의 독립성은 어느정도인가. 부가소음원과 에러마이크로폰의 위치와 갯수는 어떤가. 전 시스템에 있을 수 있는 비선형적 요소들, 예를 들면 부가소음원의 비선형성, 레퍼런스 센서와 에러마이크로폰의 비선형성 등과 제어기로 신호들이 샘플링될때의 이산화 에러 등도 성능에 한계를 준다. 마지막으로 제어기 내부의 제어필터 구조나 자유도도 요인이된다.

이러한 한계를 오프라인으로 알아보는 방법으로서 기여도(Coherence) 다중기여도(Multiple Coherence) 함수를 이용하는 기존의 방법이있다.[1,2] 이 방법은 레퍼런스 신호와 한 에러신호를 각각 입력과 출력신호로 간주하고, 이들 입출력 신호간의 상관성으로 부터 레퍼런스 신호가 목표지점에서의 소음에 반영될 수 있는 정도를 기여도 및 다중기여도로서 표시하여 지표화한 것이다. 이는 부가음원과 에러마이크로폰까지의 제인 오차계의 특성을 고려하지 않았고, 부가음원의 갯수나 에러마이크로폰의 갯수에 관한 고려가 되어있지 않다. 본 연구에서는 이러한 것들에 대한

고려를 할 수 있는 개선된 지표를 제시하고자 한다. 이 지표를 이용하여 성능을 높이기위한 레퍼런스의 갯수 및 위치선택, 부가음원의 갯수 및 위치 선택 등에 응용할 수 있다. 이러한 선택과정은 비록 시행착오적인 방법이며 최적의 것은 얻을 수 없겠지만, 실시간 ANC 이전에 제한된 상황을 반영하면서 보다 적은 노력으로 적절한 선택을 얻을 수 있는 방법이 될 것이다.

2. 본론

2.1. ANC의 목적함수

앞으로 다루고자 하는 ANC 시스템은, K개의 레퍼런스 센서, M개의 부가음원, L개의 에러마이크로폰으로 구성되어있다고 가정한다. 일례로 2개의 레퍼런스 센서, 2개의 부가음원, 4개의 에러 마이크로폰으로 구성된 ANC 시스템이 그림 1.에 그려져 있다. 우리가 다루는 ANC의 성능은 다음과 같은 주파수 영역에서의 목적함수 $J(f)$ 를 정의했을 때, 이를 제어후 얼마나 낮출 수 있는가에 관련된다.

$$J(f) = \frac{\sum_{i=1}^L E[e_i^*(f)e_i(f)c_i]}{\sum_{i=1}^L c_i} \quad (1)$$

여기에서 $e_i(f)$ 는 i 번째 잔류소음 신호의 푸리에 변환이며, c_i 은 i 번째 잔류소음 신호에 대한 가중치를 나타낸다. 외부잡음이 없는 정상상태에서의 에러 신호를 벡터로 구성하고 이를 행렬로 표현하여 나타내면 다음과 같다.

* 한국과학기술원 기계공학과 NoViC 센터

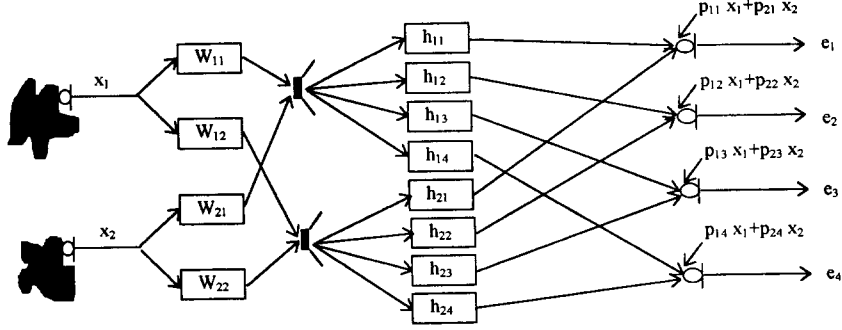


그림 1. 2개의 레퍼런스, 2개의 부가음원, 4개의 에러마이크로폰으로 구성된 ANC 시스템의 개략도.

$$\begin{bmatrix} e_1(f) \\ e_2(f) \\ \vdots \\ e_L(f) \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^K \begin{bmatrix} p_{k1}(f)x_k(f) \\ p_{k2}(f)x_k(f) \\ \vdots \\ p_{kL}(f)x_k(f) \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^K \begin{bmatrix} h_{11}(f)x_k(f) & h_{21}(f)x_k(f) & \dots & h_{M1}(f)x_k(f) \\ h_{12}(f)x_k(f) & h_{22}(f)x_k(f) & \dots & h_{M2}(f)x_k(f) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{1L}(f)x_k(f) & h_{2L}(f)x_k(f) & \dots & h_{ML}(f)x_k(f) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_{k1}(f) \\ W_{k2}(f) \\ \vdots \\ W_{kM}(f) \end{bmatrix} \quad (2)$$

여기서 $p_k(f)$ 는 k 번째 레퍼런스로부터 l 번째 에러마이크로폰으로 의 대상체의 전달함수이며, $h_{ml}(f)$ 은 m 번째 부가음원으로 부터 l 번째 에러마이크로폰으로의 오차계의 전달함수이다. $W_{mk}(f)$ 은 k 번째 레퍼런스로부터 m 번째 부가음원으로서의 제어필터의 전달함수이다. 식 (2)는 좌변의 에러벡터를 $e(f)$, 우변의 연속적인 벡터와 행렬들을 순서대로 $A_k(f)$, $B'_k(f)$, $W_k(f)$ 라 하면 다음과 같이 다시 쓰여진다.

$$e(f) = \sum_{k=1}^K \{A'_k(f) + B'_k(f)W_k(f)\} \quad (3)$$

실제 신호에는 잡음이 있게 되므로 k 번째 레퍼런스에 대하여 대상계쪽으로 유입되는 잡음을 N_{Ak} , 오차계쪽으로 유입되는 잡음을 N_{Bk} 라 하면, 외부잡음이 있을 경우 $e(f)$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$e(f) = \sum_{k=1}^K \{ (A'_k(f) + N_{Ak}(f)) + (B'_k(f) + N_{Bk}(f))W_k(f) \} \quad (4)$$

$$= A(f) + B(f)W(f)$$

여기에서 $L \times 1$ 벡터 $A(f)$, $L \times KM$ 행렬 $B(f)$, $KM \times 1$ 벡터 $W(f)$ 는 각각 다음과 같이 정의된 것이다.

$$A(f) = \sum_{k=1}^K \{A'_k(f) + N_{Ak}(f)\} \quad (5-a)$$

$$B(f) = \begin{bmatrix} B'_1(f) + N_{B1}(f) \\ B'_2(f) + N_{B2}(f) \\ \vdots \\ B'_K(f) + N_{BK}(f) \end{bmatrix}^T \quad (5-b)$$

$$W(f) = \begin{bmatrix} W_1(f) \\ W_2(f) \\ \vdots \\ W_K(f) \end{bmatrix} \quad (5-c)$$

식 (4)로 부터 행렬 $B(f)$ 가 입력으로 들어가서 전체적인 제어기 벡터 $W(f)$ 를 거친후, 벡터 $A(f)$ 가 출력으로 나오는 MIMO 시스템으로 전 ANC 시스템을 간주할 수 있다. 따라서 ANC의 성능은 입력행렬 $B(f)$ 로부터 출력벡터 $A(f)$ 를 얼마나 정확히 만들어낼 수 있는가에 달려있다고 볼 수 있다. 즉, $B(f)$ 로부터 $A(f)$ 로의 복합적인 기여도를 어떻게 표현할 수 있는가가 문제이다. 에러벡터 $e(f)$ 를 이용하여 목적함수를 다시 나타내면 다음과 같다.

$$J(f) = E[e^H(f)C e(f)] / tr[C] \quad (6)$$

여기에서 윗첨자 H 는 복소공역전치행렬 (Hermitian)을, $tr[\cdot]$ 는 대각성분의 합을 나타낸다. 행렬 C 는 가중치 행렬로서 다음과 같이 정의된 것이다.

$$C = \begin{bmatrix} c_1 & & & 0 \\ & c_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & c_L \end{bmatrix} \quad (7)$$

2.2. ANC의 한계성능지표

ANC 한계성능지표를 얻기위한 해석 순서는 다음과 같다. 식 (6)의 목적함수 $J(f)$ 를 최소화하는 제어기의 전달함수를 구하고 이를 이용하여 최소화된 목적함수 $J_{min}(f)$ 를 구한다.

구해진 $J_{\min}(f)$ 를 제어전의 목적함수값 $J_0(f)$ 과 비교함으로써 ANC로 얻을 수 있는 최대 음압레벨 감소량을 $IL(f)$ (Insertion loss(dB))로 나타낸다.

$$IL(f) = -10 \text{Log}_{10} \left(\frac{J_{\min}(f)}{J_0(f)} \right) \quad (8)$$

이것으로부터 지표화될 수 있는 양을 추출한다.

$J_{\min}(f)$ 를 구하기 위해서는 최적의 전달함수를 구해야한다. 이는 다음 식으로부터 출발하여 구할 수 있으며,

$$\frac{\partial J(f)}{\partial \mathbf{W}(f)} = 0 \quad (9)$$

결과적인 최적의 제어기 전달함수 $\mathbf{W}_{\text{opt}}(f)$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{W}_{\text{opt}}(f) = -E[\mathbf{B}(f)^H \mathbf{C} \mathbf{B}(f)]^{-1} E[\mathbf{B}(f)^H \mathbf{C} \mathbf{A}(f)] \quad (10)$$

여기에서 뺄셈자 +는 pseudo 역행렬을 나타낸다. $\mathbf{W}_{\text{opt}}(f)$ 를 이용하여 $J_{\min}(f)$ 를 정리하면 다음과 같다.

$$J_{\min}(f) = \frac{E[(\mathbf{A}(f) - \mathbf{B}(f)\mathbf{W}_{\text{opt}}(f))^H \mathbf{C} (\mathbf{A}(f) - \mathbf{B}(f)\mathbf{W}_{\text{opt}}(f))]}{tr[\mathbf{C}]} \quad (11)$$

$$= \frac{G_{\text{ACA}}(f)}{tr[\mathbf{C}]} \left\{ 1 - \frac{G_{\text{ACB}}(f) G_{\text{BCB}}(f)^* G_{\text{BCA}}(f)}{G_{\text{ACA}}(f)} \right\}$$

여기에서

$$\begin{aligned} G_{\text{ACA}}(f) &= E[\mathbf{A}(f)^H \mathbf{C} \mathbf{A}(f)] \\ G_{\text{BCB}}(f) &= E[\mathbf{B}(f)^H \mathbf{C} \mathbf{B}(f)] \\ G_{\text{ACB}}(f) &= E[\mathbf{A}(f)^H \mathbf{C} \mathbf{B}(f)] \\ G_{\text{BCA}}(f) &= E[\mathbf{B}(f)^H \mathbf{C} \mathbf{A}(f)] \end{aligned} \quad (12)$$

주파수영역에서 ANC의 한계성능지표를 $\gamma_{PLI}^2(f)$ 로 나타내고 이를 식 (11)로부터 다음과 같이 정의하자.

$$\gamma_{PLI}^2(f) = \frac{G_{\text{ACB}}(f) G_{\text{BCB}}(f)^* G_{\text{BCA}}(f)}{G_{\text{ACA}}(f)} \quad (13)$$

제어전 목적함수 값 $J_0(f)$ 는 $G_{\text{ACA}}(f)$ 와 같으므로 제어 후 가능한 최대 음압레벨감소는 다음과 같이 표현된다.

$$IL(f) = -10 \text{Log}_{10} \{ 1 - \gamma_{PLI}^2(f) \} \quad (14)$$

앞서 정의된 $\gamma_{PLI}^2(f)$ 를 얻기 위해서는 동시적인 시제열에서의 $\mathbf{A}(t)$ 와 $\mathbf{B}(t)$ 신호의 수집이 요구된다. $\mathbf{A}(t)$ 와 $\mathbf{B}(t)$ 신호의 동시적 수집은 불가능하므로 다른 방법을 강구해야 한다. 한가지 해결책으로서 다음의 방법을 제안한다.

소음원이 정상적으로 소음을 방출하는 상태에서 레퍼런스 신호와 이때 각 에러마이크로폰에서의 신호를 동시적으로 수집한다. 이로부터 $x_k(t)$ ($k=1,2,\dots,K$)와 $\mathbf{A}(t)$ 를 얻을 수 있다. 다음, 소음원을 정지시켜놓고 더 이상 레퍼런스가 놓인 소음원에 의한 소음이 에러마이크로폰에 잡히지 않도록 한다. 한 부가음원에 차례대로 수집된 $x_k(t)$ 를 내보내면서 각 에러마이크로폰에서의 신호를 동시적으로 수집한다. 그러면 $\mathbf{B}(t)$ 의 한 열 (KM개의 시제열 신호 레코드)을 얻는다. 다른 부가음원에 대해서도 연속적으로 같은 일을 수행하여 $\mathbf{B}(t)$ 를 얻을 수 있다. 따라서 얻어진 시제열의 신호레코드의 갯수는 $\mathbf{A}(t)$ 의 L개, $\mathbf{B}(t)$ 의 KML개가 되며, K개의 레퍼런스 신호는 $\mathbf{B}(t)$ 신호의 간접적인 동시수집을 위해 부가적으로 수집되어 이용된 것이다.

얻어진 시제열에서의 신호 $\mathbf{A}(t)$ 와 $\mathbf{B}(t)$ 를 가지고 각각의 자기스펙트럼 및 상호스펙트럼인 $G_{\text{ACA}}(f)$, $G_{\text{BCB}}(f)$, $G_{\text{ACB}}(f)$ 를 구하고 식(13)을 이용하면 $\gamma_{PLI}^2(f)$ 를 얻을 수 있다.

자기스펙트럼 $G_{\text{BCB}}(f)$ 가 singular 하게 되면 역행렬대신 pseudo 역행렬을 구해야한다. 행렬 C가 singular 하지 않으면서 $G_{\text{BCB}}(f)$ 가 singular 하게되는 이유는 크게 두가지로 생각할 수 있다. 첫째는 레퍼런스 신호들이 서로 비독립일 경우이고, 둘째는 부가음원의 위치가 매우 가까이 인접해 있는 경우이다. 그러나, 두 경우 모두 외부잡음이 있게되면 $G_{\text{BCB}}(f)$ 의 역행렬은 존재하게 되므로 대부분의 경우 이 행렬의 역행렬이 존재한다고 보아도 무방하다.

본 연구에서는 얻어진 $\gamma_{PLI}^2(f)$ 는 식 (15)의 행렬식 (determinant)에 관한 성질을 이용하여 식 (16)과 같이 다른 형태로 표현할 수 있다.

$$\begin{vmatrix} P & Q \\ R & S \end{vmatrix} = |S| |P - RS^{-1}Q| ; S^{-1} \text{이 존재할 경우} \quad (15)$$

$$\gamma_{PLI}^2(f) = 1 - \frac{\begin{vmatrix} G_{\text{ACA}}(f) & G_{\text{ACB}}(f) \\ G_{\text{BCA}}(f) & G_{\text{BCB}}(f) \end{vmatrix}}{G_{\text{ACA}}(f) |G_{\text{BCB}}(f)|} \quad (16)$$

위의 $\gamma_{PLI}^2(f)$ 는 $M=L=1$ 인 경우 다중기여도 함수[3]의 계산식과 동일함을 보일 수 있다. 따라서 $\gamma_{PLI}^2(f)$ 는 시스템의 입력과 출력사이에 복잡한 제한이 있을 경우를 고려할 수 있는 보다 일반화된 기여도를 나타내는 양임을 알 수 있다.

제시된 방법은 제어기의 가중치가 causal하다는 제한이 없이 유도되었기 때문에 실제 가능한 성능은 이보다 매우 나쁠 수도 있다. 따라서 시점상으로 $\mathbf{B}(t)$ 신호는 $\mathbf{A}(t)$ 신호의 원인이 될 수 있도록 레퍼런스의 위치는 가급적으로 소음원에 가깝고, 에러마이크로부터는 멀게 위치시키는 것이 좋다.

