

유전 알고리즘을 이용한 최적 평형잡이에 관한 연구

최 원호, 양 보석**, 주 호진***, 임 동수***, 노 철웅*

(Optimum Balancing Using Genetic Algorithm)

(Won-Ho Choi, Bo-Suk Yang, Ho-Jin Joo, Dong-Soo Lim, Chul-Woong Noh)

1. 서론

회전기계에서 발생하는 진동 원인 중 약 60% 이상이 불평형(unbalance)에 의한 진동이다. 불평형은 기계의 과도한 진동을 유발시킬 뿐 아니라 베어링의 수명 단축 및 소음을 발생시킨다. 따라서, 기계의 수명을 연장시키고, 기계의 성능을 향상시키며 부드럽고 진동이 없는 운전을 위하여 평형잡이(balancing)는 절대적으로 중요하다.

불평형은 축 중심선에 대하여 회전체의 질량 분포가 비대칭이기 때문에 발생하는데 그 원인으로는 부품 자체가 비대칭에서 오는 설계 또는 제도 오차, 주물의 기포 및 용접의 불균일 등에 의한 재질상의 결함, 그리고 부품조립시 형상누적공차 등에 의한 가공·조립오차 등이 있다.

ISO의 정의에 따르면 평형잡이는 회전체의 질량 분포를 조사하고 필요하다면 저널의 진동과 베어링의 작용력들이 운전속도에 대응하는 주파수에서 특정한 한계 내에 있도록 보증하게 하기 위한 조정을 하는 과정이다.

불평형 상태에 대한 조사도 평형잡이로 표현된다. 그러나 수정이 필요하다고 간주된다면 수행된다. 모든 회전체는 초기 불평형(initial unbalance)이라 불리는 임의의 불평형을 가지고 출발한다. 완벽하게 평형이 잡힌 회전체를 달성하는 것이 평형잡이 작업의 목적은 아니다. 임의의 잔류 불평형(residual unbalance)은 항상 허용된다. 경제적인 이유에서 회전체는 일반적으로 요구되는 적절한 허용치보다 더 이상 평형잡이를 하지 않는다.

현장에서 현장 평형잡이를 수행하게 될 경우, 가끔 계산된 수정질량이 매우 클 경우가 있다. 이때 기계의 조건상 큰 수정질량을 부착하기가 곤란한 경우가 자주 발생한다. 작은 수정질량으로 평형잡이를 할 수 있다면 기계의 안정성 면에서 매우 유리하다. 따라서 본 연구에서는 영향계수법(Influence Coefficient Method : ICM)의 기본 개념과 유전 알고리즘(Genetic Algorithms : GA)^{(1),(2)}을 이용하여 회전기계의 안정성을 보장할 수 있

는 허용진동 내에서의 최적 수정질량 계산법을 제시한다.

2. 영향계수법

양면 평형잡이를 위한 영향계수법은 1934년 Thearle에 의해 제안되었다⁽³⁾. 영향계수법에서는 회전축계의 질량이나 베어링 특성값등은 필요가 없다. 영향계수법의 기본 개념으로 고정된 속도와 특정 위치에서 측정된 진동값은 불평형과 축계의 영향계수의 곱이다. 따라서 영향계수는 불평형뿐만 아니라 회전속도의 함수이며, 회전축계의 운동방정식은 선형적이라 가정한다. 영향계수법에 의한 평형잡이 방법은 회전속도를 고정하고, 2개의 진동 측정면에서 축 회전 동기성분의 진폭과 위상을 측정한다.

양면에서 초기 진동값은

$$V_{10} = V_{10} \angle \theta_{10}, \quad V_{20} = V_{20} \angle \theta_{20}$$

여기서 V_{i0} 와, θ_{i0} 는 각각 i 면에서의 진폭과 위상각이다.

진폭 V_{10} , V_{20} 는 미지의 불평형 U_1 , U_2 와 선형 관계로 가정하면, 이들 사이에는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} V_{10} \\ V_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} \\ I_{21} & I_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

첫 번째 면에 시험질량 U_{11} 을 부착하고, 다시 진동을 측정하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} V_{11} \\ V_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} \\ I_{21} & I_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 + U_{11} \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

식 (1)과 (2)에서 영향계수 I_{11} , I_{21} 을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$I_{11} = \frac{V_{11} - V_{10}}{U_{11}}, \quad I_{21} = \frac{V_{21} - V_{20}}{U_{11}} \quad (3)$$

두 번째 면에 시험질량 U_{12} 을 부착하고, 진동을 측정하면 다음과 같이 된다.

* 효성중공업(주) 기술연구소
 ** 부산수산대학교 공대 기계공학과
 *** 부산수산대학교 대학원

$$\begin{bmatrix} V_{12} \\ V_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} \\ I_{21} & I_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 + U_{i2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

식 (1)과 (4)에서 영향계수 I_{12} , I_{22} 를 구하면 다음과 같다.

$$I_{12} = \frac{V_{12} - V_{10}}{U_{i2}}, \quad I_{22} = \frac{V_{22} - V_{20}}{U_{i2}} \quad (5)$$

따라서 수정질량은 아래식으로부터 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} U_{b1} \\ U_{b2} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} \\ I_{21} & I_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_{10} \\ V_{20} \end{bmatrix} \quad (6)$$

3. 최적 수정질량 계산

앞 절의 식 (3)과 (5)를 편의상 다음 식과 같이 표현하고,

$$\begin{aligned} I_{11} \cdot U_a &= V_{11} - V_{10} \\ I_{21} \cdot U_a &= V_{21} - V_{20} \\ I_{12} \cdot U_b &= V_{12} - V_{10} \\ I_{22} \cdot U_b &= V_{22} - V_{20} \end{aligned} \quad (7)$$

초기진동과 함께 도식적으로 표현하면, 그림 1과 같이 된다.

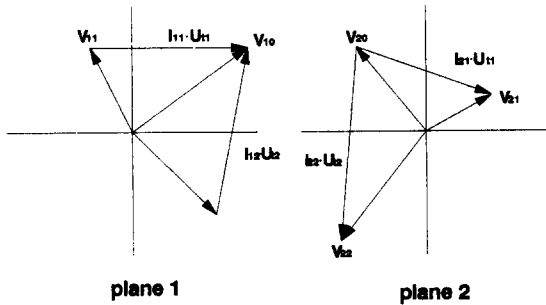


그림 1

그림 1을 영향벡터와 초기진동으로 표현하면, 그림 2와 같이 된다.

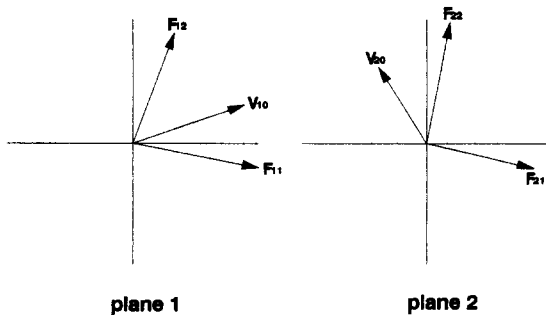


그림 2

$$\begin{aligned} F_{11} &= I_{11} \cdot U_a \\ F_{21} &= I_{21} \cdot U_a \\ F_{12} &= I_{12} \cdot U_b \\ F_{22} &= I_{22} \cdot U_b \end{aligned}$$

F_{ij} 는 시험질량 U_{ij} 을 j 면에 부착하였을 때 i 면에서의 초기진동 V_{i0} 를 변화시키는 영향벡터이다. 평형 잡이는 다음 식이 만족될 때 이루어진다.

$$F_{11} + F_{12} + V_{10} = 0 \quad (8)$$

$$F_{21} + F_{22} + V_{20} = 0 \quad (9)$$

시험질량을 양면에 각각 부착한 후 결과가 식 (8)과 (9)를 만족하지 못하면, 수정면 1에서의 영향벡터 F_{11} , F_{12} 를 식 (8)이 성립하도록 하는 새로운 영향벡터 F'_{11} , F'_{12} 를 구한다.

$$F'_{11}(F'_{11}, \theta'_{11}), \quad F'_{12}(F'_{12}, \theta'_{12})$$

여기서 $F'_{11} = F_{11} \times r_1$ 과 $F'_{12} = F_{12} \times r_2$ 이며, $r_i (i = 1 \sim 2)$ 는 최적 수정질량을 구하기 위한 것으로 시험질량의 크기에 따라 $0.01 < r < 10$ 의 범위를 갖는다. $\theta'_{11} = \theta_{11} + \Delta\theta_1$, $\theta'_{12} = \theta_{12} + \Delta\theta_2$ 이며, $\Delta\theta (i = 1 \sim 2)$ 는 수정면의 각도를 구하기 위한 것으로 $0 \leq \Delta\theta < 360$ 의 범위를 갖는다. 수정면 2에서의 영향벡터 F_{21} 과 F_{22} 는 F'_{21} 과 F'_{22} 에 종속되어 변화한다. 따라서 새로운 영향벡터는 다음과 같다.

$$F'_{21}(F'_{21}, \theta'_{21}), \quad F'_{22}(F'_{22}, \theta'_{22})$$

여기서 $F'_{21} = F_{21} \times r_1$, $F'_{22} = F_{22} \times r_2$, $\theta'_{21} = \theta_{21} \times \Delta\theta_1$, $\theta'_{22} = \theta_{22} \times \Delta\theta_2$ 이다.

따라서 새로운 영향벡터 F'_{11} , F'_{12} , F'_{21} , F'_{22} 가 식 (8)과 (9)를 만족하는 값을 GA를 이용하여 구하게 된다. 회전기계의 허용진폭을 고려한 최적 수정질량을 구하기 위한 목적함수는 식 (8)과 (9)는 다음과 같이 된다.

$$F_{11} + F_{12} + V_{10} < PVL \quad (10)$$

$$F_{21} + F_{22} + V_{20} < PVL \quad (11)$$

여기서 PVL(Permissible Vibration Limits)은 허용진폭 레벨이다.

수정질량의 최적화를 위해 순차 비제약 최소화 기법⁽⁴⁾(Sequential Unconstrained Minimization Technique : SUMT)을 사용한다. n 개의 부등식 제약이 있는 목적함수 $f(x)$ 를 제약이 없는 형태로 변환하면 다음과 같이

나타난다.

$$\text{Minimize } P(x) = f(x) + m \cdot \sum_{i=1}^n [\min(0, h_i(x))]^2$$

$$m = m_0, m_1, m_2, \dots, m_k \quad (12)$$

여기서 $h_i(x)$ 는 제약조건이며, 정수 $m(\geq 0)$ 은 penalty계수이다. 이 계수를 $m_k = m_{k-1} \times c$ ($c > 1$)에 따라 순차적으로 증가시키면서 변환된 목적함수를 최소화시키면 제약조건을 만족하면서 원래의 목적함수 $f(x)$ 를 최소화하는 해가 얻어진다.

4. 유전 알고리즘

유전 알고리즘은 우수한 형질을 가진 개체가 자연계에 잘 적응하여 큰 생존확률을 가지고, 더 많은 교배에 참가하여 우수한 자손을 생성한다는 자연계의 법칙과 재생, 교차, 돌연변이의 과정을 수행하는 유전학에 착상을 얻은 탐색법이다. GA는 목적함수(objective function)의 최적해를 발견하는 모의 진화형의 탐색 알고리즘으로 그 과정은 다음과 같이 요약할 수 있다.

- (단계 1) 이진수(1과 0)로 구성된 string(유전자형)으로 개체를 표현하기 위해서, string의 길이와 초기 string의 수를 결정한다.
- (단계 2) 단계 1의 string을 정해진 길이와 개체수로 랜덤(random)하게 초기집단을 구성한다.
- (단계 3) 집단내의 각 개체의 유전자형(genotype)을 십진수의 표현형(phenotype)으로 바꿔 적응도(fitness)를 평가한다.
- (단계 4) 적응도에 따라서 적응도가 높은 개체를 선택한다.
- (단계 5) 적응도가 높은 개체는 교차를 위해 복제된다.
- (단계 6) 교배지(mating pool)에서, 교배할 개체 쌍이 결정되면 염색체의 일부를 교차시켜 자손의 염색체를 만든다.
- (단계 7) 일정한 돌연변이 확률(p_m)로써 string의 bit를 변화시킨다.
- (단계 8) 허용한계치를 만족하면 종료하고 그렇지 않으면 단계 3 이하의 과정을 세대수만큼 다시 반복한다.

GA의 특성으로서는 4가지 측면에서 종래의 최적화 탐색법과 다른 특성을 가진다.

- (1) GA는 파라미터 자체를 코딩(coding)하는 것이 아닌 파라미터 집합을 코딩하여 해 공간을 탐색한다.
- (2) GA는 하나의 점(single point)이 아닌 점들의 집단(population)으로 부터 탐색한다. 즉, GA는 해공간(solution space)에서 단일 해를 사용하는 것이 아니라 해집단을 이용한다.
- (3) GA는 도함수 또는 다른 보조적인 정보가 필요하지 않고 목적함수로 부터 산출되어 나오는 정보를 이용한다.
- (4) GA는 결정론적인 규칙(deterministic rules)이 아닌, 확률적인 추이규칙(probabilistic transition rules)을 사용한다.

4.1 재생(Reproduction)

재생은 개체 string이 목적함수값에 의해 복제되는 과정이다. 즉, 목적함수는 string의 생성과 소멸을 결정하는 요인이다.

4.2 교차(Crossover)

교차 조작은 재생 조작의 결과 살아남은 string에 대하여 교배지에서 수행하게 된다. 교차는 교배지에서 새롭게 개선된 string(자손)을 얻기 위해 임의로 선택된 2 string 사이에서 부분적으로 기호열의 교체를 행하는 조작이다.

4.3 돌연변이(Mutation)

돌연변이는 교차와 동시에 행하여지고, 각 개체에 대해 돌연변이 확률에 따라 임의적으로 선택된 string의 일부를 변화시키는 조작이다.

4.4 해법

본 논문에서 1 개체에 존재하는 염색체는 plane 1, 2의 시험질량의 영향에 의한 plane 1의 진동진폭과 위상각을 4 개의 파라미터($F_{11}, \theta_{11}, F_{12}, \theta_{12}$)로 분할하고, 유전자좌에는 각각 수정량의 전 범위에서의 모든 정보를 담고 있다. 초기 세대의 개체군은 일정난수로 결정하고, 유전적 조작자(재생, 교차, 돌연변이)에 의해 최적해의 탐색을 수행한다. 탐색에 대해서는 평가함수의 한계치를 만족하면 프로그램은 종료하고 그때의 수정량을 최적해로 한다. 그림 3은 한 염색체를 4 개의 파라미터로 코딩한 것을 보여준다.

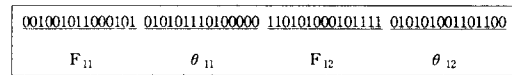


그림 3 Coding

즉, $F_{11}, \theta_{11}, F_{12}, \theta_{12}$ 를 각각 15개의 bit로 된 스트링으로 코딩을 하였고, 이것을 하나의 염색체로 만들었다. 평가함수 $P(x)$ 를 4개의 실수로 변환하기 위해, 염색체를 60개의 bit로 구성한다. 이 4개의 실수를 각각 평가함수에 대입하여 얻어진 결과가 네 부분의 평가값이 된다. 즉, 60개의 bit중에서 처음부터 15개 bit까지는 F_{11} 의 값이고 16~30개 bit까지는 θ_{11} 의 값이며, 31~45개 bit까지는 F_{12} 의 값이고 그리고 마지막 60번째 bit까지는 θ_{12} 의 값이 된다.

교차는 일정교차(uniform crossover)를 사용하며, 일정교차는 교차율(P_c)에 의해 부모 염색체 A 또는 B의 bit가 순차적으로 선택된다⁽⁵⁾. 그림 4는 4가지 파라미터의 교차예를 보여준다. 교차는 파라미터 각각에 대해서 조작되고, 이 교차를 각 세대에 있어서 반복한다.

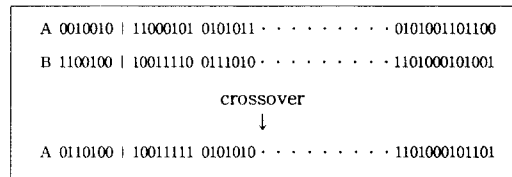


그림 4 교차의 예

본 연구에서, 돌연변이(mutation)는 네가지 파라미터에 대해서 임의의 돌연변이 확률에 따라 binary string의 임의의 bit를 대립형질(0은 1, 1은 0)로 바꾸어 주는 역할을 한다. 만약 돌연변이 확률이 0.008이고 전체 string의 길이가 1000 bit이면 전체 bit중 8개의 bit가 교체된다. 본 연구에서는 돌연변이 확률을 지속적으로 감소시켰고 초기에 국소최적해에 수렴하는 것을 방지하기 위하여 초기값을 크게 주어 초반부에서 넓은 해공간을 탐색하도록 하였다. 다음은 돌연변이 확률에 대한 지수함수식을 나타낸 것이다.

$$P_m = 0.97 \times \exp(-12 \times \text{Genratio}) \quad (13)$$

여기서, P_m 은 돌연변이 확률이고 Genratio는 임의의 세대를 총 세대수로 나눈 값이다.

교배전략으로는 적용도 비례전략을 사용하였다. 그림 5와 표 1은 본 논문에서 사용된 GA의 흐름도와 사용된 탐색 파라미터와 허용진폭레벨의 값을 나타낸다.

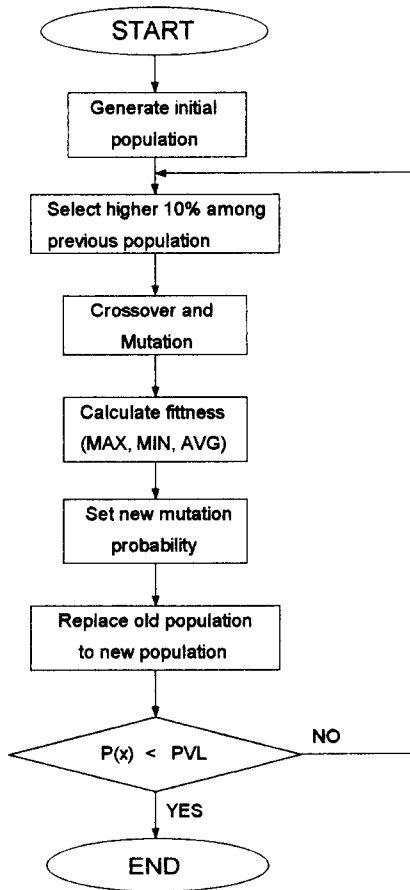


그림 5 유전 알고리즘의 flow chart

표 1 탐색 파라미터

Population size	Chromosome length	Crossover probability	Generation	PVL
100	60	50%	300	2.0

5. 최적 수정질량의 계산 결과

최적 수정질량의 계산은 표 2에 보이는 3 가지의 평형잡이 예를 이용하여, 영향계수법에 의해 구한 값과 회전기계의 안정성을 보장할 수 있는 허용진폭 내에서 GA를 이용하여 구한 값을 표 3에 비교하였다.

표 2 평형잡이의 예

예	시험질량 크기 및 부착 위치		수정면 1	수정면 2
			진폭 < 위상(deg)	진폭 < 위상(deg)
Case 1	초기진동(Mils)		18.5 < 8	3.50 < 256
	plane 1	0.5g < 0	23.6 < 8	4.10 < 264
	plane 2	0.5g < 0	21.9 < 360	1.70 < 256
Case 2	초기진동(mm/s)		7.20 < 238	13.5 < 296
	plane 1	2.5g < 0	4.90 < 114	9.20 < 347
	plane 2	2.5g < 0	4.00 < 79	12.0 < 292
Case 3	초기진동(μm)		30.0 < 30	20.0 < 150
	plane 1	20g < 0	50.0 < 90	30.0 < 45
	plane 2	20g < 0	35.0 < 20	8.00 < 100

표 3 수정질량 계산결과와의 비교

		Case 1	Case 2	Case 3
		수정질량(g) < 위상(°)	수정질량(g) < 위상(°)	수정질량(g) < 위상(°)
ICM	plane 1	1.80 < 166	2.93 < 50	10.0 < 50
	plane 2	0.51 < 80	2.84 < 278	40.0 < 290
GA	plane 1	1.62 < 176	2.44 < 45	6.30 < 65
	plane 2	0.32 < 109	1.76 < 282	16.0 < 303
허용진동		1 Mil	2 mm/s	15 μm

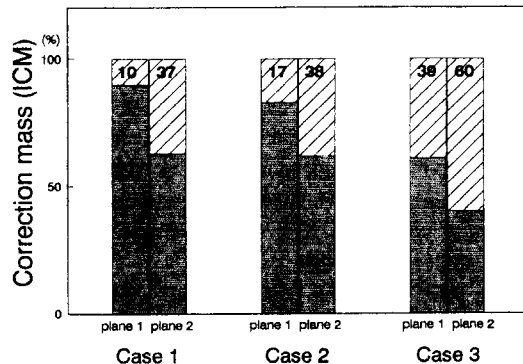


그림 6 수정질량의 비교

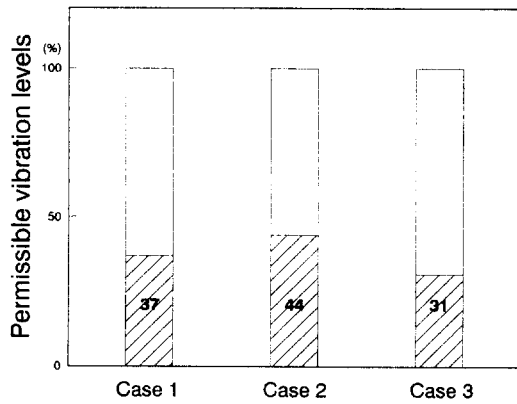


그림 7 허용진동의 비교

그림 6은 영향계수법으로 구한 수정질량을 100%로 하였을 때 점선 부분이 GA를 이용하여 구한 최적 수정질량이며, 빗금 부분은 최적계산으로 구한 수정질량의 감소량이다. 그림에서 알 수 있듯이 적은 질량으로 효과적인 평형잡이가 가능함을 보여준다. Case 3은 영향계수법에 의한 결과의 50% 질량으로도 평형잡이가 가능함을 보여준다.

그림 7은 최적 수정질량계산시 사용한 허용진동(빗금 친 부분)을 규격상의 허용진동에 대한 비율로 표시하고 있다. 계산에 사용된 허용진동이 규격상 허용진동의 1/3 수준이므로 기계에는 무리가 없음을 알 수 있다.

6. 결론

양면 평형잡이에서 최적 수정질량 계산을 위하여 유전 알고리즘과 SUMT 법을 적용하여 계산하였고, 영향계수법에 의한 결과와 비교하였다. 그 결과, 회전기계가 충분히 안정한 진동을 유지하면서 보다 작은 수정질량으로도 평형잡이가 가능함을 보였다.

현장 평형잡이(field balancing)가 공장에서의 평형잡이보다 더 좋은 결과를 얻을 수 있으며, 또한 평형잡이를 위한 기계의 공장 반입에 따른 경비 및 시간문제 등으로 인해 최근 현장 평형잡이를 수행하는 추세에 있다. 그러나 평형잡이 계산결과 수정질량이 크게 될 경우에는 현장에서의 수정 작업이 어렵게 된다. 따라서, 본 연구 결과는 현장 평형잡이에 매우 유용할 것으로 기대된다.

참고문헌

- 1) D.E. Goldberg, 1989, "Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning", Addison-Wesley Publishing Company.
- 2) L. Davis, ed., Handbook of Genetic Algorithms. New York : Van Nostrand Reinhold, 1991.
- 3) Thearle, E.L., "Dynamic Balancing of Rotating Machinery in the Field", Transaction ASME, Vol. 56, 1934, pp. 745-753

4) Garret N, Vanderplaut, "Numerical Optimization Techniques For Engineering Design", McGraw-Hill, 1984

5) 安居院猛, 長尾智晴 共著, Genetic Algorithms. 昭晃堂