

동적 하중을 받는 횡-비틀림 방향이 조합된

고층건물의 진동 제어에 관한 연구

○ 황 재 승* 민 경 원** 홍 성 목***

(Control of Coupled Lateral Torsional Vibration of Tall Building
under Dynamic Lateral Loads)

(Jae-Seung Hwang, Kyung-Won Min, Sung-Mok Hong)

1. 서 론

대부분의 모든 역학적 시스템은 연속체라고 볼 수 있으므로 이들을 모델링하기 위해서는 무한개의 자유도가 필요하지만 실제로 시스템을 해석하는 경우에는 FEM과 같은 모델링기법을 통하여 유한개(그렇지만 매우 많은)의 자유도로 줄여 사용하게 된다. 그러나 건물과 같은 시스템은 층의 개념이 뚜렷하고 슬래브의 횡경막 작용(diaphragm action)을 가정하게 되면 각 층당 3개의 자유도 만을 이용하여 평면내 임의의 점을 기술할 수 있기 때문에 이와 같은 모델을 이용하여 해석을 하게 된다. 이와 같이 모델링이 된 고층건물에 바람이나 지진과 같은 동적 횡하중이 작용하면 각 층에 동적 변형이 발생하게 된다. 이 동적 변형은 병진 변형(lateral drift)과 비틀림 변형의 조합으로 나타낼 수 있는데 시스템의 특징에 따라 병진 변형과 비틀림 변형의 조합 형태가 달라진다. 특히 비틀림 변형은 비틀림의 중심으로부터 멀리 떨어진 곳의 변위가 커지게 되는데 이때 층과 층사이를 연결하는 기둥과 같은 구조 요소에 과도한 변형을 일으켜 건물의 안전성에 커다란 문제를 일으킬 수 있다. 이러한 바람 지진에 의하여 발생하는 고층건물의 과도한 응답을 줄이기 위하여 다양한 제어기

법이 많이 연구되고 있다. 여러 제어기법 중 수동제어기로는 동조 질량 감쇠기, 액체의 동적 거동을 이용하여 이를 제어기로 사용하는 TLCMD (tuned liquid column damper) 이 있으며 두 제어기의 합성 형태인 TLCMD (tuned liquid column mass damper)가 있다[1]. 이들 제어기를 이용하여 건물의 합성변형(coupled motion)을 제어하기 위해서는 이 제어기의 평면내 위치를 고려해야한다. 왜냐하면 건물의 비틀림 변형은 병진 변형과 달리 비틀림 운동의 중심으로부터 멀리 떨어진 곳이 제어기를 설치하게 되면 더욱 효율적인 제어기 될 수 있기 때문이다. 이러한 점을 고려하여 평면내 제어기의 위치를 결정해야하는데 이때 일정 방향에 대해서는 우수한 감쇠 효과를 가지더라도 다른 방향으로의 역효과를 가지지 않도록 통합적으로 고찰하여야 한다.

이를 위하여 본 논문에서는 조합변형이 각각의 모드에 따라 매우 다양하게 달라질 수 있으며 각 모드의 역학적 거동에 따라 제어기의 최적 위치가 달라지는 것을 보였으며 이러한 최적의 위치를 효과적으로 파악할 수 있는 각 모드의 기하학적인 중심에 대하여 기술하였다.

2. 운동방정식

2.1 건물의 모델링

* 서울 대학교 건축 학과 대학원
 ** 인천 대학교 건축 공학과
 *** 서울 대학교 건축 학과

건물의 바닥판(slab)은 수평변형에 대해서 강성운동을 한다고 가정하게 된다. 그러므로 각 층에 3개의 자유도만으로 평면내 임의의 점에 대해서 운동을 기술할 수 있기 때문에 N층의 건물은 3N개의 변수로 전체 시스템의 운동을 기술할 수 있다[1,2]. 이와 같이 층당 3개의 자유도를 가지는 건물의 평면을 그림 1에 나타내었다.

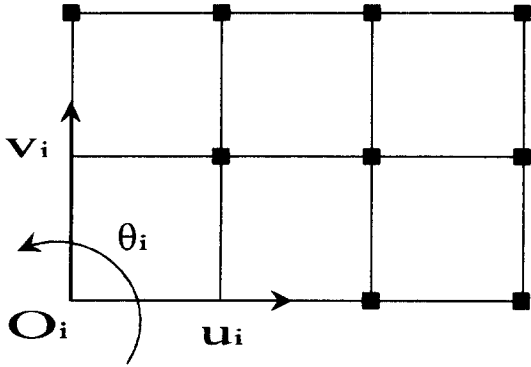


그림 1 좌표계의 설명

여기서 O_i 는 i 층의 운동의 기준점이며 이 기준점에 두개의 병진 방향 X, Y와 회전 방향 θ 에 해당하는 3개의 자유도 u_i, v_i, θ_i 를 가진다. 이와 같은 방식으로 모든 층의 변수를 벡터로 나타내면

$$x = (u_1, v_1, \theta_1, \dots, u_N, v_N, \theta_N)^T \quad (1)$$

이 변수를 이용하여 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = d(t) \quad (2)$$

여기서 M, C, K는 각각 $3N \times 3N$ 으로 질량, 감쇠, 강성행렬을 나타내며 $d(t)$ 는 각 자유도에 작용하는 외력을 나타낸다. 이를 모달 좌표계로 나타내면

$$x = \Phi \eta \quad (3a)$$

$$\Phi^T M \Phi \ddot{\eta} + \Phi^T C \Phi \dot{\eta} + \Phi^T K \Phi \eta = \Phi^T d \quad (3b)$$

여기서 Φ 는 모달 행렬이며 η 모달 좌표이다.

2.2 부분 구조 합성법 (modal synthesis)

건물과 수동제어기를 통합된 한 개의 시스템으로 간주하여 모델링하게 되면 제어기의 특성이 어떻게 건물에 영향을 미치는가를 파악하기 어렵다. 이러한 단점 때문에 수동 제어기와 건물을 별개의 시스템으로 간주하여 각각 유도된 운동방정식을 합성하는 구조 합성법을 사용하여 시스템을 모델링하게 된다[3,4,5]. 이 구조 합성법을 사용하게 되면 이질적인 구조요소의 특성 파악이 용이하고 각각의 특성이 다른 요소에 미치는 영향을 가시적으로 알 수 있으며 특히 제어기의 경우 그 특성이 건물의 거동에 미치는 영향이 명확히 드러난다는 장점이 있어 많이 사용된다. 본 논문에서는 이 구조 합성법 중 모달 좌표 합성법 (modal synthesis)을 사용하였다.

임의의 층에 설치된 수동제어기의 평면내 위치를 그림 2(a, b)에 나타내었다.

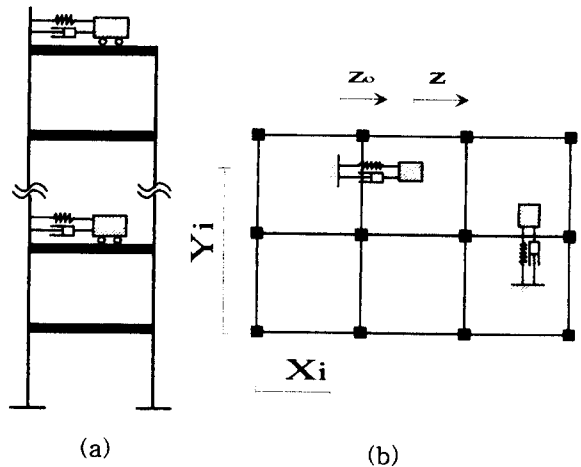


그림 2. 제어기의 위치

이때 i 층에 설치된 제어기의 기준점으로부터 거리를 (X_i, Y_i) , Z 는 제어기의 질량체가 움직이는 자유도를 나타내며 Z_o 는 제어기의 설치 위치에서 자유도를 나타낸다.

건물과 제어기가 가지고 있는 시스템의 총 에너지와 두 시스템간의 구속조건을 나타내면

$$T = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \bar{M} \dot{\eta} + \frac{1}{2} \dot{z}^T m_o \dot{z} \quad (4a)$$

$$V = \frac{1}{2} \eta^T \bar{K} \eta + \frac{1}{2} (z - z_o)^T k_o (z - z_o) \quad (4b)$$

$$f = D^T \phi_N \eta - z_o = 0 \quad (4c)$$

여기서 \bar{M}, \bar{K} 는 각각 모드변환에 의한 대각행렬이며, m_o, k_o 는 각 수동 제어기의 질량, 강성으로 이루어진 대각행렬이다. f 는 구속조건을 나타내는 변수이며 ϕ_N 제어기가 설치된 층에서 고려하는 모드의 병진 방향 X, Y와 회전 θ 를 나타내는 고유벡터이며 D는 제어기의 평면내 위치에 따른 운동 방향을 나타내는 행렬이다. 예를 들어 N층의 건물에 i층과 j층에 제어기가 설치되어 있으며 평면내 제어기 위치가 각각 $(X_i, Y_i), (X_j, Y_j)$ 이고 i층의 제어기는 X방향, j층의 제어기는 Y방향을 제어하기 위한 것이라면 이때의 D와 ϕ_N 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & Y_i & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 1 & X_j \end{bmatrix}^T \quad (5a)$$

$$\phi_N = \begin{bmatrix} \varphi_{i1}^x & \varphi_{i2}^x & \cdots & \varphi_{ik}^x \\ \varphi_{i1}^y & \varphi_{i2}^y & \cdots & \varphi_{ik}^y \\ \varphi_{i1}^\theta & \varphi_{i2}^\theta & \cdots & \varphi_{ik}^\theta \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi_{j1}^x & \varphi_{j2}^x & \cdots & \varphi_{jk}^x \\ \varphi_{j1}^y & \varphi_{j2}^y & \cdots & \varphi_{jk}^y \\ \varphi_{j1}^\theta & \varphi_{j2}^\theta & \cdots & \varphi_{jk}^\theta \end{bmatrix} \quad (5b)$$

여기서 φ_{sm}^d 은 고유벡터의 요소로 m모드에 해당하는 s층의 d방향을 나타낸다. 고려하는 모드수 m은 운동 특성에 따라 설계자가 임의대로 지정할 수 있다.

라그랑지안 $L = T - V + \lambda^T f$ 를 이용하여 다음과 같이 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\bar{M} \ddot{\eta} + \bar{K} \eta - \phi_N^T D \lambda = Q \quad (6a)$$

$$m_o \ddot{z} + k_o (z - z_o) = 0 \quad (6b)$$

$$k_o (z - z_o) - \lambda = 0 \quad (6c)$$

$$D^T \phi_N \eta - z_o = 0 \quad (6d)$$

여기서 Q는 각 모드에 작용하는 외력 벡터이며 λ 는 라그랑지 멀티플라이어 벡터이다. 이를 진동수 영역으로 변환하여 $\eta(w), z_o(w)$ 를 구할 수 있는데 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$z_o = [I - D^T \phi_N G \phi_N^T D K]^{-1} D^T \phi_N G Q \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \eta(w) &= G(w) \phi_N^T D K(w) z_o(w) + G(w) Q(w) \\ &= [I + G(w) H(w)] G(w) Q(w) \end{aligned} \quad (8)$$

여기서

$$K(w) = w^2 k_o (k_o - w^2 m_o)^{-1} m_o$$

$$G(w) = (\bar{K} - w^2 \bar{M})^{-1}$$

$$H(w) = \phi_N^T D K [I - D^T \phi_N G \phi_N^T D K]^{-1} D^T \phi_N$$

D_g, ϕ_g 를 앞서 정의한 D, ϕ_N 와 같은 역할을 하는 행렬이라면 건물내 임의의 점에서 복소 응답(complex frequency response function) $z_g(w)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} z_g(w) &= D_g^T \phi_g \eta(w) \\ &= D_g^T \phi_g [I + G(w) H(w)] G(w) Q(w) \\ &= H_g(w) Q(w) \end{aligned} \quad (9)$$

이 지점에서의 평균제곱은 다음과 같다.

$$\sigma_g^2 = \int_{-\infty}^{\infty} H_g(w) Q(w) Q(w)^* H_g(w)^* dw \quad (10)$$

여기서 *는 전치행렬과 공액 복소수를 나타내는 것이다.

3. 제어기의 평면내 최적위치

전단벽이나 강성이 매우 큰 기둥이 평면의 한 곳에 치우친 건물을 층당 3개의 자유도로 모델링을 하게 되면 강성 중심과 질량 중심이 달라지게 된다. 이런 건물의 운동은 병진운동과 회전운동이 조합되어 나타나는데 이러한 시스템을 역학적 조합(mechanically coupled)시스템이라고 한다.[6] 병진운동과 회전운동이 조합된 강성체의 운동은 일정한 중심을 가지는 구심운동으로 표현할 수 있다. 이러한 구심운동의 중심은 건물의 강성중심과는 달리 모드에 따라 달라지기 때문에 이것을 “모드 중심(dynamic center of mode, mode center)” 이라고 정의한다.

건물의 i 층 기준점에서 j 번째 모드의 고유벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\varphi_{ij} = \left[\varphi_{ij}^x \quad \varphi_{ij}^y \quad \varphi_{ij}^\theta \right]^T \quad (11)$$

X, Y방향의 조합운동은 각각 $(\varphi_{ij}^x, \varphi_{ij}^\theta)$, $(\varphi_{ij}^y, \varphi_{ij}^\theta)$ 으로 나타낼 수 있으므로 모드 중심이 기준점으로부터 떨어진 거리 즉 모드 반경 r_x, r_y 를 다음 식(12a, b)와 같이 정의할 수 있다. 모드 반경은 음,양수 어떤 것을 가질 수 있는 것으로 정의하는데 이때 부호는 모드 중심의 기준점으로부터 방향을 나타내는 것이다.

$$r_x = -\frac{\varphi_{ij}^y}{\varphi_{ij}^\theta} \quad r_y = \frac{\varphi_{ij}^x}{\varphi_{ij}^\theta} \quad (12a,b)$$

그러므로 모드 반경은 횡-비틀림의 상호조합 정도를 나타내는 파라미터로 볼 수 있다. 즉 이 모드 반경이 어느 임계값 이상이면 약한 횡-비틀림 상호조합(weakly coupled)이라 하고 반대로 임계값 이하이면 강한 횡-비틀림 상호조합(strongly coupled)되었다고 한다. 이와 같은 모드 중심의 기하학적인 모양을 r_x 에 대하여 다음 그림 3에 나타내었다.

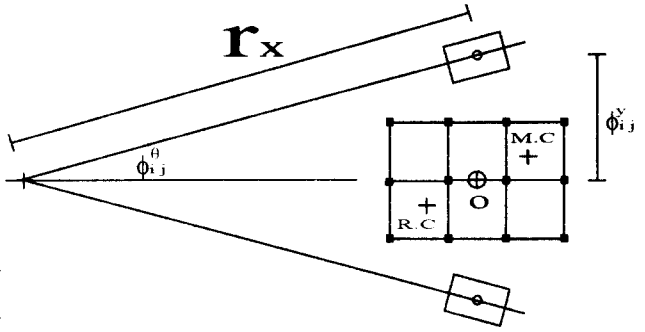


그림 3. 모드 중심의 기하학적 모양

그러므로 제어기의 위치는 모드 중심으로부터 가능한 한 멀리 떨어져 있어야 제어가 더욱 효과적으로 이루어짐을 알 수 있다. 그러나 각 모드는 중심이 다르기 때문에 한 모드에 대해서 유리한 제어기 위치가 결정되더라도 다른 모드에서는 다소 제어 효과가 떨어질 수 있으므로 이들 각각의 모드가 상호 조합된 최적의 위치를 찾을 필요가 있다. 모드의 상호 조합방법은 이들 모드가 실제 응답에 기여하는 비율에 의해 조합할 수 있는데 건물의 경우 저차 모드 특히 1차 모드가 건물의 응답에 지배적인 역할을 하므로 제어기의 위치는 1차 모드 중심으로부터 가능한 한 멀리 떨어지는 것이 유리함을 알 수 있다.

4. 예 제

제어기의 평면내 위치와 응답감쇠 효과를 고찰하기 위하여 전단벽이 있는 예제 건물을 그림 4에 나타내었다. 그림에서 +1, +2 표시는 해석을 통해 응답을 알고자하는 지점을 나타낸 것이다.

Y방향만이 조합 운동이 일어나도록 전단벽의 위치를 X축에 대칭으로 배치하였으며 기준점과 질량 중심을 평면의 중심으로 하였다. 수동제어기는 건물의 최상층에 Y방향으로 설치하였으며 제어기의 질량비 μ 는 0.05, 건물의 1차 모드에 대한 진동수비와 감쇠비는 각각 $1/(1+\mu)$, $\sqrt{3\mu/8(1+\mu)^3}$ 로 하였다. 표 1은 제어기가 설치되지 않은 건물의 3차모드까지

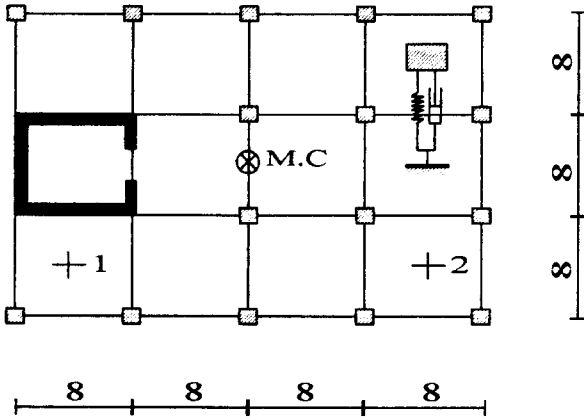


그림 4. 예제 건물

의 진동수와 최상층에서의 고유값, 각 모드에 해당하는 모드 중심과 모드 반경을 나타낸 것이다. 2차 모드는 X 방향의 병진운동만을 나타내는 것이므로 2차 모드의 모드 반경이 ∞ 임을 알 수 있으며 3차 모드의 경우 모드 중심이 평면내에 있음을 알 수 있다.

그림 5은 제어기의 위치 변화에 따른 +1, 2 지점의 RMS를 나타낸 것이다.

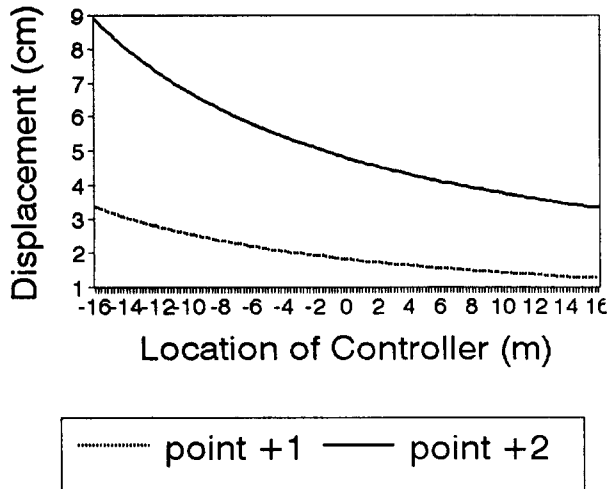


그림 5. 제어기의 위치에 따른 RMS 값

표 1. 건물의 특성값

	고유 진동수(ω)	고유 벡터			r_x (m)	r_y (m)
		X	Y	θ		
1 차 모드	1.8471	0.00	5.04	0.22	-23.378	-
2 차 모드	2.2821	5.10	0.00	0.00	-	∞
3 차 모드	3.6066	0.00	-0.79	1.36	0.5845	-

5. 결 론

1. 횡-비틀림 변위가 조합된 건물의 동적 거동의 특성을 파악하기 위한 모드 중심, 모드 반경을 제안하였으며 이 모드 반경을 이용하여 제어기의 위치뿐만 아니라 모드의 횡-비틀림 상호 조합을 파악할 수 있다.

2. 횡-비틀림 변위가 조합된 건물을 효과적으로 제어하기 위한 제어기의 위치는 응답에 지배적인 영향을 미치는 모드의 모드 중심으로부터 멀리 떨어진 곳이 유리하다.

[참고 문헌]

1. Hua Gao, K.C.S. Kwok and Bijan Samali, "The Effect of Tuned Mass Damper and Liquid Damper on Coupled Lateral Torsional Vibration of Tall Building Under Earthquake Excitation", *Second International Conference on Motion and Vibration Control*, Yokohama, Aug. 30-Sept.3, 1994.

2. J.N. Yang, Y.K. Lin, and Samali, "Coupled Motion of Wind-Loaded Multi-Story Building", *Journal of the Engineering Mechanics Division*, Vol. 107, No. EM6, December, 1981.

3. Roy R. Craig, Jr ,*Structural Dynamics*, pp. 467-492, 1981.

4. Leonard Meirovitch, *Dynamics and Control of Structures*, Wiley Interscience, pp. 300-304, 1990.

5. 長松昭男, 大態政明, *部分構造合成法*, 培風館, 1990

6. Andrew Tallin and Bruce Ellingwood, "Wind Induced Lateral-Torsional Motion of Buildings" *Journal of Structural Engineering*. Vol.111, No. 10, October, 1985.