

인발 방법에 따른 황동관의 변형 해석

嚴慶根, 吳奎煥, 李東寧

서울 대학교 금속공학과 및 신소재 공동 연구소

Analysis of Deformation of Brass Tube Drawn By Various Methods

Kyung-Keun Um, Kyu Hwan Oh and Dong Nyung Lee

Department of Metallurgical Engineering and Center for Advanced Materials Research,
Seoul National University

Abstract

The general equation of homogeneous strain for tube drawing has been derived. This can be applied to the general tube drawing method for non-zero plug angle. Also, the derived equation can represent Blazynski's equations for the sinking and tube drawing with a constant plug diameter. The general tube drawing was divided into two steps, sinking and contact drawing zones. The derived equation can calculate the homogeneous strains of the two steps. The various tube drawing methods such as fixed tapered plug, fixed mandrel, fixed back tapered plug, and floating plug have been analysed by the equation and finite element analysis. From the FEM calculations, the total strains and drawing stresses are obtained and consequently the redundancy factor of various drawing methods was analysed. The fixed back tapered plug method showed the largest redundancy factor and the floating plug method had the largest drawing stress.

Key words : tube drawing(관인발), homogeneous strain(균질변형률), total strain(총변형률), redundancy factor(과잉인자), drawing stress(인발응력).

1. 서론

일반적으로 가공에 의해 재료는 내부에 불균질한 변형을 받으며 이 불균질 변형은 마찰이나 금속유동의 제약에 의한 내부전단에 의해 발생한다.¹⁻²⁾ 따라서, 재료의 불균질 변형은 재료와 가공 조건 특히 공정의 형상에 따라 달라지게 된다. 균일 변형은 다이의 형상등의 공정조건이 정해지면 재료의 물성에 따라 변하지 않는다. 그러나, 불균질 변형의 증가에 따라 재료는 더욱 가공 경화되므로, 필요이상의 경제적 손실이 따른다. 따라서, 재료의 불균질 변형을 줄일 수 있는 형상의 설계가 필요하다. 즉, 재료의 초기 상태와 최종 치수가 정해져 있을 때, 공정에 따른 균일 변형률의 값을 비교함으로써, 효율적인 가공방법을 택할 수가 있다.

이 연구에서는 황동관의 인발방법에 따른 균질변형률을 구하였다. Blazynski³⁾는 플러그각이 0 인 멘드릴방법과 플러그가 없는 싱킹에서의 균일 변형률에 대한 식을 유도하였고, 또한 이를 실험으로 구한 총변형률과 비교하였다. Blazynski는 총변형률과 균질변형률과의 비

로 정의되는 과잉인자를 각 인발방법에서 공정 조건에 따라 비교하였다.

그러나, 일반적으로 사용되는 관인발의 경우에 플러그의 각이 0 이 아니므로 Blazynski 식을 적용할 수는 없다. 따라서, 이 연구에서 다이와 플러그의 각도의 영향을 고려할 수 있는 일반적인 균일변형률의 식을 유도하였다. 각 인발방법에 대해 두께변화가 없는 싱킹 구역과 접촉 변형 구역으로 나누어 각 방법에 따른 균일 변형률을 구하였다. 또한, 각 인발 방법에 따른 관의 총변형률을 유한 요소법으로 해석하여 구하였다.

이 연구에서는 일반적으로 사용되는 경사정지(停止)플러그, 부동(浮動)플러그, 정지멘드릴, 역경사정지플러그의 4 가지 인발방법⁴⁾을 고려하였다. 이중 역경사정지플러그법은 기존의 방법과 달리 플러그각이 음의 부호인 보고된 바가 없는 방법이다. 지금까지의 관인발에 대한 유한 요소 해석은 간단한 형상의 경사정지플러그법⁵⁻⁶⁾에 대해서 이루어져 있다. 따라서 이 연구에서는 각 인발방법에 따른 황동관의 변형을 비교하기로 하였다. 또한, 각 인발 방법에 따른 인발 응력도 비교하였다.

2. 이론 - 균일 변형률과 과잉 인자

변형은 모양의 변화에 관련되는 균질변형 (homogeneous deformation)과 다이와의 마찰이나 형상의 구속에 의해 재료를 전단 변형시키는데 필요한 과잉 변형(redundant deformation)으로 나뉜다. 균질 변형은 관의 초기와 최종상태의 크기와 두께 그리고 변형형태에 의해 정해지며, 과잉 변형은 인발 방법에 따른 변형형태가 같더라도 마찰등의 작업 공정 변수에 따라서 변하게 된다.

이러한 과잉 변형은 과잉 인자(redundancy factor)³⁾로 표현되는데 다음과 같이 정의된다.

$$\phi = \frac{\epsilon_T}{\epsilon_H} \quad (1)$$

여기서, ϵ_T 와 ϵ_H 는 각각 총변형률과 균질변형률이다.

일반적으로, 균질변형률은

$$d\epsilon_H = \frac{\sqrt{2}}{3} [(d\epsilon_x - d\epsilon_y)^2 + (d\epsilon_y - d\epsilon_z)^2 + (d\epsilon_z - d\epsilon_x)^2]^{1/2} \quad (2)$$

으로 주어진다.

멘드릴을 사용하는 경우에 대한 균질변형률은 Blazynski에 의해 다음으로 주어진다.

$$\epsilon_H = \ln \left\{ \frac{(1+B_o)(1-B_n)}{(1-B_o)(1+B_n)} \left[\frac{(1 - \frac{2}{\sqrt{3}} B_o)(1 + \frac{2}{\sqrt{3}} B_n)}{(1 + \frac{2}{\sqrt{3}} B_n)(1 - \frac{2}{\sqrt{3}} B_o)} \right]^{\frac{2}{\sqrt{3}}} \right\} \quad (3)$$

여기서,

$$B_o = \frac{\sqrt{3}(2h_o + d)}{2(3h_o^2 + 3h_o d + d^2)^{1/2}}, \quad B_n = \frac{\sqrt{3}(2h_n + d)}{2(3h_n^2 + 3h_n d + d^2)^{1/2}}$$

또한, h_o 는 초기 관두께, h_n 은 인발후의 관두께이다. 이 식은 플러그 각이 0 인 경우에 해당된다.

또한, 싱킹의 경우에는

$$\epsilon_H = \frac{2\sqrt{3}}{3} \ln \left[\frac{D - h_o}{D_o - h_o} \right] \quad (4)$$

로 주어진다. 여기서 D_0 는 관의 초기 외경이고 D 는 변형 중의 관의 외경이다.

그러나, 일반적인 관인발의 경우에 플러그 각이 0 으로 고정되지 않고, 인발법에 따라서 달라진다. 따라서, 위의 두 식을 일반적인 관인발에 적용할 수 없다. 따라서, 플러그 각이 0 이 아닌 경우에도 적용할 수 있는 식이 필요하다.

그림 1은 주어진 다이에서의 관의 두께가 선형적으로 변화하는 경우의 변형 양상을 정의하고 있다. 이 경우, 각 주변형 방향으로의 변형률은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} d\epsilon_r &= -\frac{dA}{A} = \frac{4(W-2UVx)}{D_0^2-d_0^2-4Wx+4UVx^2} dx \\ d\epsilon_\theta &= \frac{dh}{h} = \frac{-2V}{D_0-d_0-2Vx} dx \\ d\epsilon_z &= \frac{dS}{S} = \frac{-2U}{D_0+d_0-2UAx} dx \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} U &= \tan\alpha + \tan\beta, & V &= \tan\alpha - \tan\beta, \\ W &= D_0\tan\alpha - d_0\tan\beta \end{aligned}$$

여기서 $d\epsilon_r$ 는 반경 방향 변형률 변화량, $d\epsilon_\theta$ 는 원주 방향 변형률 변화량 그리고 $d\epsilon_z$ 는 길이 방향 변형률 변화량이다. 또한 A 는 관의 단면적이고, S 는 원주 길이이다. x 는 변형 구간의 길이이고, α 는 다이반각, β 는 플러그 반각이다. x_n 은 다이 베어링까지의 길이이다.

식 (5)를 식 (2)에 대입하고, 적분하면, 균질변형률 ϵ_H 는,

$$\begin{aligned} \epsilon_H &= \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \left(\frac{3Y_n + E + 2\sqrt{3Y_n^2 + E^2}}{3Y_0 + E + 2\sqrt{3Y_0^2 + E^2}} \frac{-3Y_0 + E + 2\sqrt{3Y_0^2 + E^2}}{-3Y_n + E + 2\sqrt{3Y_n^2 + E^2}} \frac{E + Y_n}{E + Y_0} \frac{E - Y_0}{E - Y_n} \right) \\ &+ 2 \ln \left(\frac{-3Y_n + \sqrt{3(3Y_n^2 + E^2)}}{-3Y_0 + \sqrt{3(3Y_0^2 + E^2)}} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서, $Y_0 = W$, $Y_n = W - 2UVx_n$ 그리고, $E = D_0\tan\beta - d_0\tan\alpha$

유도된 식을 검증하기 위해서 두 가지의 Blazynski 식과 비교해 보면, 식(6)에 플러그각 $\beta = 0$ 을 대입하면, 식(6)은 식(3)이 된다. 또한 싱킹의 경우는 식(6)에서 β 가 α 로 되는 극한을 취하면 식(4)로 됨을 알 수 있다. 따라서 새로이 유도된 식(6)은 싱킹과 플러그각이 0 인 경우에 대한 두 Blazynski 식을 포함하고 있다.

또한 총변형률은 다음의 식으로 정의되고, 이는 유효 변형률과 같다.

$$d\epsilon_T = \sqrt{\frac{2}{3}} (d\epsilon_{ij} d\epsilon_{ij})^{1/2} \quad (7)$$

이는 유한 요소해석에서의 유효소성변형률과 같다.

3. 유한요소해석

탄소성 유한 요소법^{7,8)}을 사용하여 다음과 같이 응력과 변형률을 각 인발방법에 따라 구하였다. 평형 방정식에 가상일의 원리를 적용하여 행렬로 표현하면 다음과 같다.

$$K d = f \quad (8)$$

K, d 그리고 f 는 각각 강성 행렬, 변위 벡터 그리고 힘벡터이다. 소성변형의 경우 식 (8) 은 비선형식이므로 뉴턴반복법으로 변위벡터 d 를 구한다. 구해진 d 로부터 변위-변형을 관계식에서 변형률 $\dot{\epsilon}$ 를 구한다. 또 변형률로부터 아래 식을 이용하여 응력을 구한다.

$$\sigma^{t+\Delta t} = \sigma^t + C^{EP} d\epsilon \quad (9)$$

$\sigma^{t+\Delta t}$ 와 σ^t 는 t 에서의 응력텐서, $d\epsilon$ 는 변형률 증분텐서이며 C^{EP} 는 구성방정식에서 주어지는 탄소성 응력-변형을 행렬이다. 계산에 사용한 요소는 4절점요소를 사용하였다. 또한 가공에 의한 열발생이나 열전달은 고려하지 않았다.

유한 요소 계산은 경사정지플러그, 부동플러그, 정지멘드릴 그리고 역경사정지플러그를 사용한 인발에 대하여 행하였다. 각 인발법에 대한 초기 유한 요소망은 그림 2에 나타내었다. 표 1에 각 인발법에 대한 다이와 플러그의 치수를 보였다. 관의 크기는 인발 전의 외경이 67mm, 내경이 60mm이고 인발 후의 외경이 54mm, 내경이 48mm 이다. 즉, 단면 감소율은 31% 이고, 두께 감소율은 14% 이다. 또한 황동관의 물성은 초기 압출관을 인장 시험으로 구한 응력-변형률의 관계로부터 측정하였다. 재료의 기계적 특성값을 표 2에 나타내었다. 재료와 다이의 마찰은 쿨롱마찰을 가정하였고, 마찰계수는 0.03⁹⁾으로 하였다.

다이와 플러그는 고정된 경계조건을 가지고 있고 부동플러그만이 구속조건이 없다. 따라서 부동플러그법에서는 플러그가 평형상태에 있도록 관이 다이의 입구에서부터 출구까지 존재하도록 하였다. 그러나 이는 인발 초기(계산에서 약 1.5초)에서만 인발응력에 영향을 주고 그 이후의 인발응력이나 변형에는 영향을 주지 않는다. 또한 관의 인발은 일정 변위조건을 가하였다.

4. 결과 및 고찰

일반적인 인발방법들은 싱킹구간과 완전히 플러그와 접촉되어 변형되는 접촉변형 구간으로 나눌 수 있다. 이를 그림 3에 나타내었다. 여기서, 경사정지플러그, 정지멘드릴 그리고 역경사정지플러그법은 각각 플러그각이 양, 0 그리고 음이 된다. 따라서, 초기 싱킹 구간의 길이에 따라 각 인발 방법을 정의할 수 있다. 외경 감소량이 13mm이고, 내경 감소량이 12mm 이므로, 초기 싱킹에 의한 외경이나 내경 감소율이 12mm 가 되면 이는 정지 멘드릴과 같다. 또한 초기 외경 감소율이 13mm가 되면 이는 역경사정지플러그법이 된다.

따라서, 초기 싱킹구간에서의 외경 감소에 따른 균질변형률을 식 (6)에 의해 구한 값을 그림 4-(a)에 나타내었다. 초기 싱킹 구간이 없는 경우에 최대값을 가지고, 초기 싱킹에 의한 외경 감소가 약 9.2mm 일 때 최소값을 가진다.

또한, 각 인발법에 대해서 유한 요소법에 의한 계산으로 구한 총변형률을 그림 4-(b)에 나타내었다. 총변형률은 인발된 후 관의 반지름 방향으로의 유효 변형률 값을 계산하고 이를 평균하여 구하였다. 균질 변형률에서와는 달리 역경사정지플러그에서 최대값을 가지고 경사정지플러그에서 최소값을 가진다. 이는 역경사정지플러그법에서는 관의 내경이 최종 내경보다 감소하였다가 다시 증가하므로 가공량이 증가하기 때문이다. 그림 4-(c)에는 초기 싱킹에서의 외경감소와 플러그 각의 관계를 나타내었다. 여기서, 균질변형률이 최소가 되는 플러그 반각은 약 9.3° 임을 알 수 있다.

표3은 각 인발법에 따라 유한 요소 계산에 의해 구한 총변형률(ϵ_T)과 균질 변형이 그림 3과 같다고 가정하였을 때의 ϕ , η , $\bar{\phi}$ 그리고 $\bar{\eta}$ 값을 나타낸 것이다. $\bar{\phi}$ 는 균질 변형률의

최소값에 대한 상대과잉인자이고 $\bar{\eta}$ 는 상대과잉인자의 역수로 정의되는 상대변형효율이다.

$\bar{\phi}$ 값은 역경사정지플러그법의 경우 가장 큰 값을 가진다. 다른 인발법보다 재료가 크게 내부 전단변형되고 가공경화도 커진다는 것을 뜻한다. 경사플러그A와 부동플러그는 $\bar{\phi}$ 값이 거의 같은데 이는 다이와 플러그가 같은 형상이 갖고 있어 발생하는 전단 변형량이 같기 때문이라 생각된다. 그림 5는 각 인발법에 따른 관인발시의 관에 발생하는 유효소성변형률의 분포이다. 각 인발법의 초기 싱킹구역에서는 변형의 분포가 거의 동일하지만 관이 플러그나 멘드릴과 접촉하기 시작하면 형상에 따라 변형의 분포가 달라짐을 알 수 있다.

그림 6에 각 인발 방법에 따른 인발 응력의 변화를 나타내었다. 표 4에 나타난 평균인발응력을 보면, $\bar{\phi}$ 값보다는 총변형률과 같은 경향을 보임을 알 수 있다. 이는 인발에 필요한 힘이 재료의 균질변형과 불균질 변형에 필요한 힘의 합이기 때문이다. 그러나, 총변형률이 훨씬 큰 경사정지플러그법보다 부동플러그법에서의 인발 응력이 크다. 이는 부동플러그법에서 플러그가 구속되어 있지 않으므로 다이가 지탱하는 하중이 증가하여 전체적으로 인발 응력이 증가하기 때문이다. 경사정지플러그와 부동플러그법에서 다이에 의해 작용하는 힘을 그림 7에 나타내었다.

또한 부동플러그법에서 부동플러그의 평형위치는 그림 8에서처럼 일정 시간 후에 즉, 관의 초기 반지름이 34mm인 부분이 플러그를 만나 변형되어 나오기 시작할 때 얻어졌다. 부동플러그는 2.6mm 후퇴한다. 플러그의 최요의 위치에서 평형 위치에 도달할 때까지 이동한 거리를 플러그이동인자 (plug transition factor)¹⁰⁾ 라고 한다. 플러그이동인자는 관이 부동플러그를 마찰에 의해 전진시키려는 힘과 다이에 의한 변형으로 생기는 저항이 균형을 이루는 점에서 얻어진다. 이 연구에서 사용된 조건에서는 플러그이동인자가 이론적 최대값인 2.16보다 큰 2.6이 얻어졌다. 즉, 부동 플러그조건이 정지 멘드릴에서와 같아질 때의 값보다 크다. 이는 관의 초기 싱킹부분에서의 두께가 초기 두께보다 두꺼워져서 부동플러그를 더욱 후퇴시키기 때문이다.

5. 결론

- 1) 역경사정지플러그, 정지멘드릴, 경사정지플러그 그리고 부동플러그법 등의 균질 변형률을 구할 수 있는 일반적인 식을 유도하였고, 또한 유한요소법으로 모의 계산하여 인발활동관의 총변형률을 구하였다.
- 2) 각 인발법에 대한 총변형률과 과잉 인자를 계산하였고, 역경사정지플러그법에 의해 인발된 활동관의 과잉인자가 가장 크게 얻어졌다.
- 3) 인발응력은 제조 방법에 따른 과잉 인자보다는 총변형률에 의해 결정되었다.
- 4) 부동 플러그법의 경우에 같은 치수의 경사정지플러그법이나 정지멘드릴법보다 인발응력이 크다.

후기

이 연구는 서울대학교 신소재 공동연구소와 (주)대창공업의 지원으로 이루어졌다. 그리고 시편과 자료를 제공해 준 (주)삼덕에 감사드린다.

참고문헌

1. 이 동녕, 소성가공학, 문운당 1992, pp. 401-412.
2. T. Z. Blazynski, *Metal Forming : Tool Profiles and Flow*, John Wiley & Sons, 1976, pp. 3-14
3. T. Z. Blazynski, *Design of tools for deformation process*, Elsevier applied science publishers, 1986, pp.1-45.
4. D. Lardge, *Cold Processing of Steel*, The Iron and Steel Institute, 1972, pp. 38-43.
5. K. Sawamiohakdi, G.D. Lahoti and P. K. Kropp, J. of Mat. Proc. Tech., Vol.27, 1991, pp. 179-190
6. J. Rasty and D. Chapman, J. of Mat. Eng. and Perf., Vol. 1, Aug., 1992, pp. 547-554.
7. K. J. Bathe, *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice Hall, 1982.
8. 이 용기, 한 홍남, 오 규환, 이 동녕, “열전달과 열탄소성 연결 해석”, 한국 소성 가공 학회 94 춘계 학술 대회 논문집, 대전, 1994, pp. 47-54.
9. 참고문헌 3의 pp. 200-204.
10. 참고문헌 3의 pp. 216-219.

Table I. Dimensions of die and plug of tube drawing for simulation.

Die semi-angle (°)	Plug semi-angle (°)			Approach length (mm)	Die-bearing length (mm)	Die inner radius (mm)	Plug outer radius (mm)
	Tapered plug	Fixed mandrel	Fixed back tapered plug				
13	10(A) 11(B)	0	-10	30	20	27	24

Table II. Mechanical properties of materials.

Material	Young's modulus (GPa) #	Yield stress (MPa)	Hardening Modulus (MPa)	Poisson's ratio #
Yellow Brass (C27000)	105	176	866	0.35
Tungsten Carbide (WC)	300	-	-	0.33

: Metals handbook 10th ed. Vol.2 pp.302-303

Table III. Mean effective plastic strain, redundancy factor and work efficiency for each method.

		Homogeneous strain (ϵ_H)	Total strain (ϵ_T)	Redundancy factor (ϕ)	Work efficiency (η)	Relative redundancy factor ($\bar{\phi}$)	Relative work efficiency ($\bar{\eta}$)
Fixed tapered plug	A	0.3509	0.476	1.36	0.737	1.357	0.737
	B	0.3547	0.457	1.29	0.774	1.306	0.766
Floating plug		0.3549 [#]	0.475	1.34	0.747	1.354	0.739
Fixed mandrel		0.3549	0.484	1.36	0.735	1.377	0.726
Fixed back tapered plug		0.3596	0.539	1.50	0.667	1.536	0.651

: Steady state

Table IV. Mean drawing stresses for each method.

	Fixed tapered plug		Floating plug	Fixed mandrel	Fixed back tapered plug
	A	B			
Mean drawing stress (MPa)	275.4	264.5	307.0	277.2	288.9

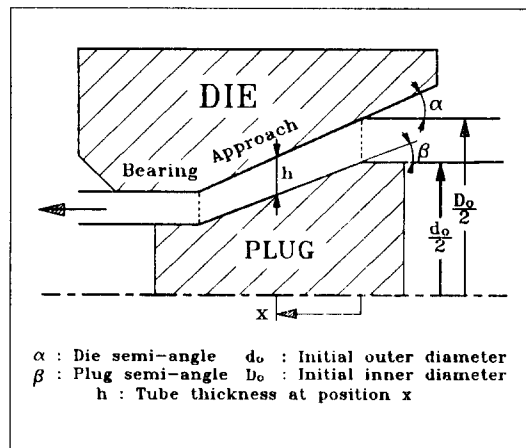
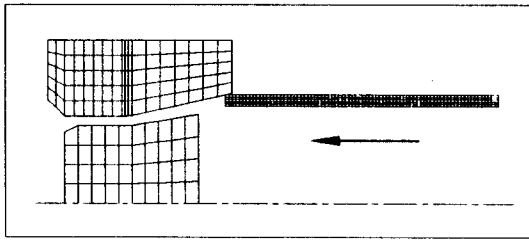
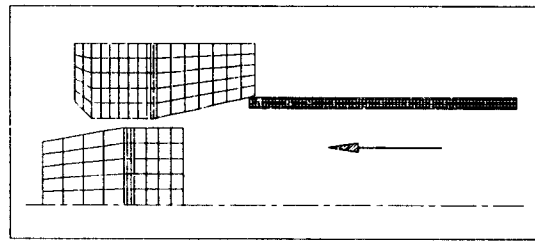


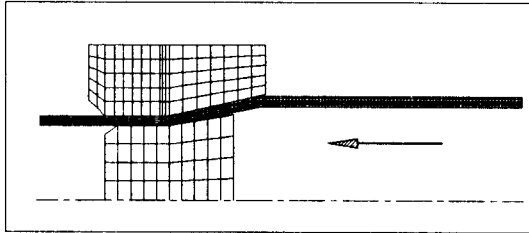
Fig. 1 Schematic diagram for fully contact tube drawing.



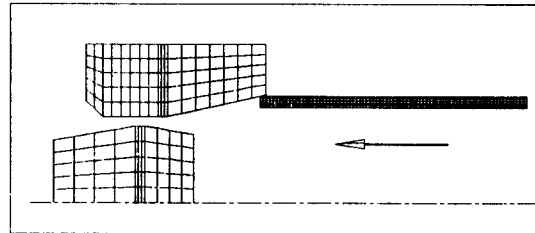
(a) Fixed tapered plug



(b) Fixed mandrel

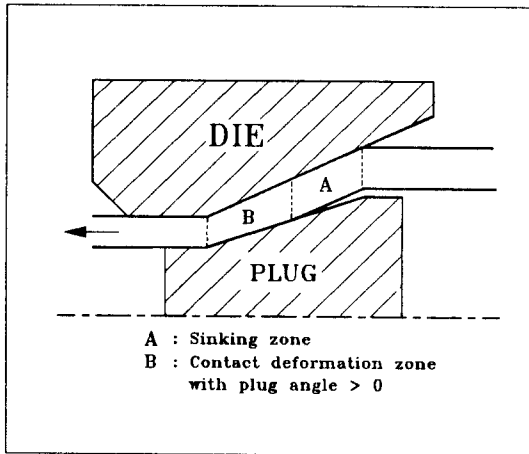


(d) Floating plug

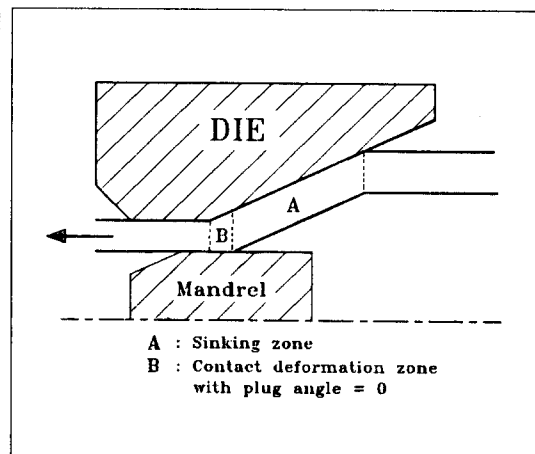


(d) Fixed back tapered plug

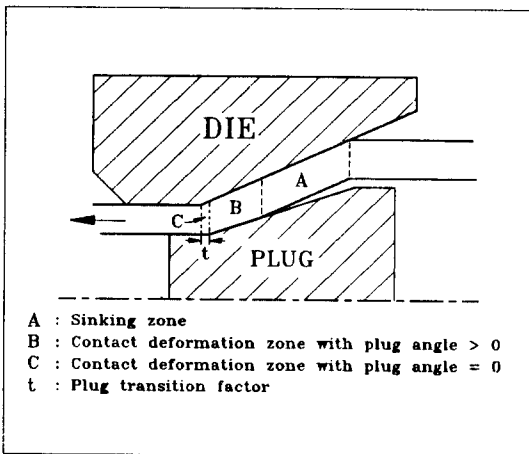
Fig. 2. FEM initial meshes for various tube drawing methods.



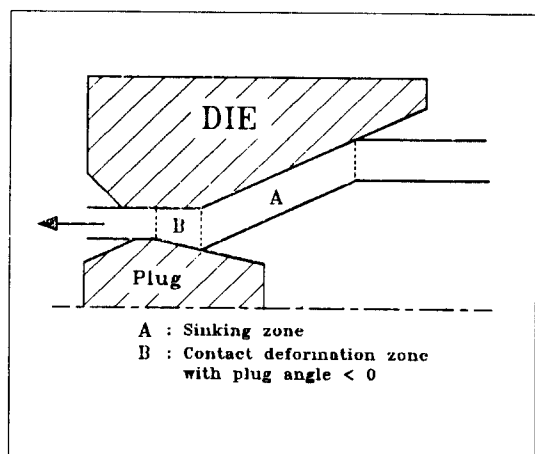
(a) Fixed tapered plug



(b) Fixed mandrel

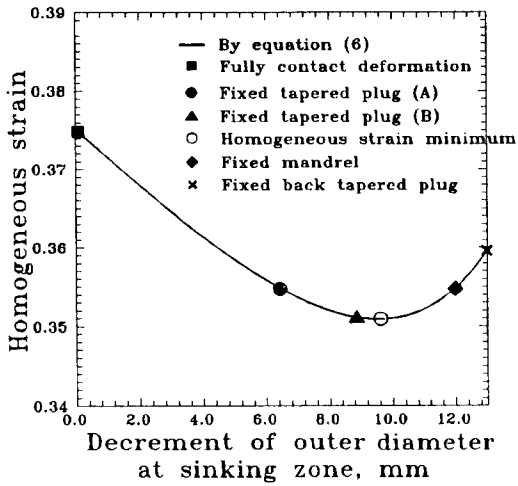


(c) Floating plug

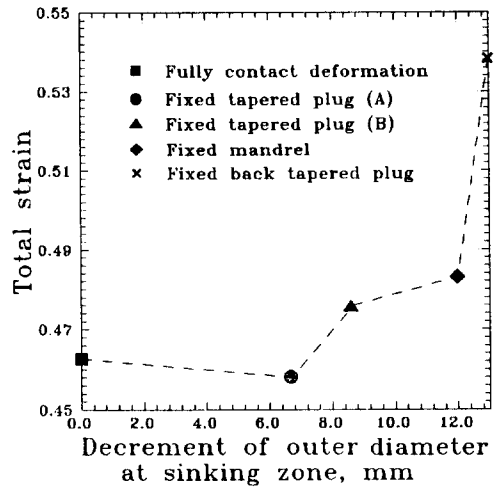


(d) Fixed back tapered plug

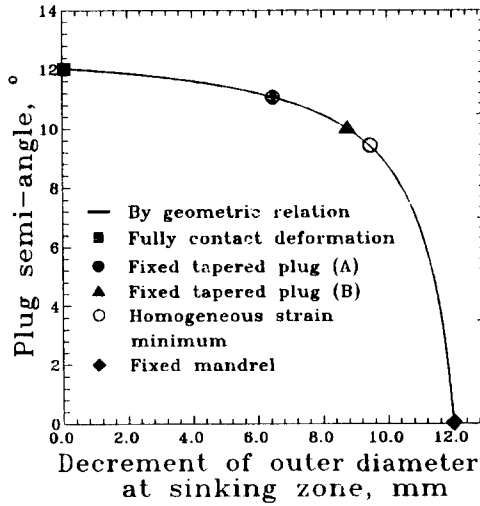
Fig.3 Schematic diagram for each drawing method.



(a) Homogeneous strain

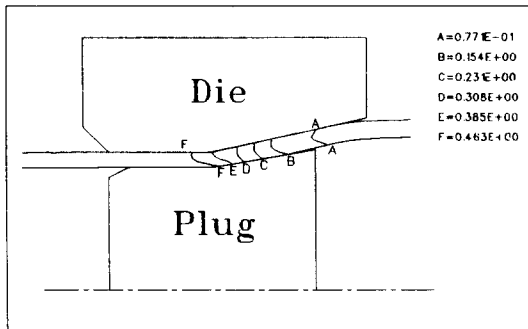


(b) Total strain calculated by FEM

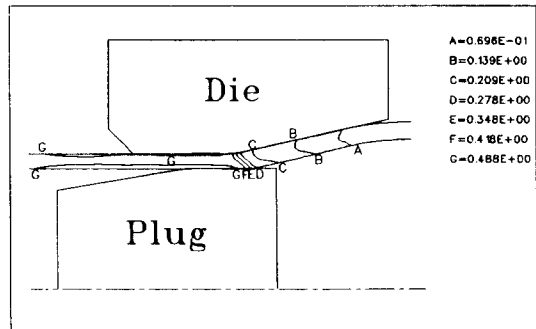


(c) Plug semi-angle

Fig. 4 Homogeneous strain, total strain and plug semi-angle as functions of decrement of outer diameter at the initial sinking zone.



(a) Fixed tapered plug(A)



(b) Fixed mandrel

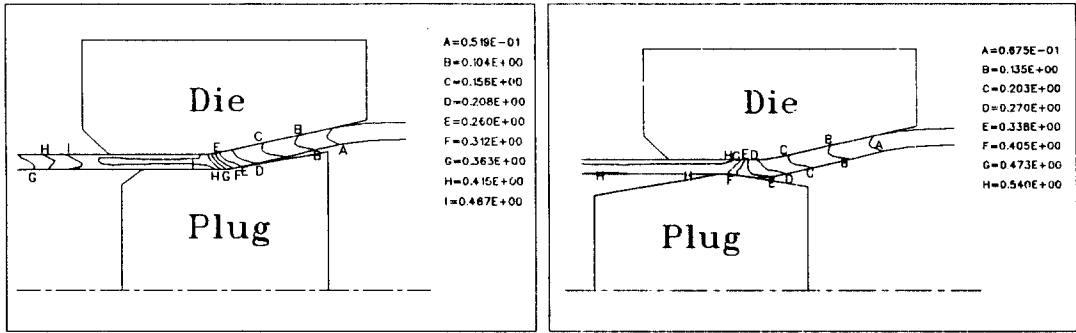


Fig. 5 Distributions of effective plastic strain of various methods.

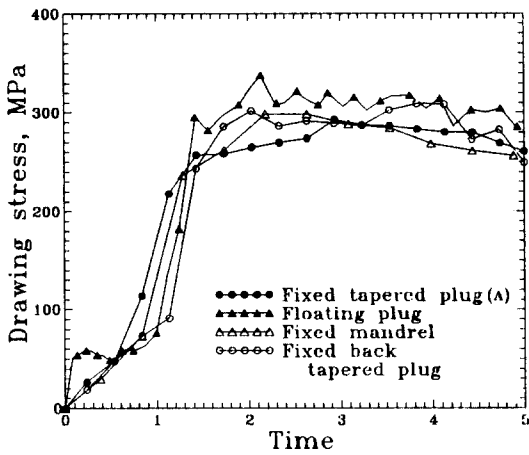


Fig. 6 Drawing stresses as a function of drawing time for various drawing methods.

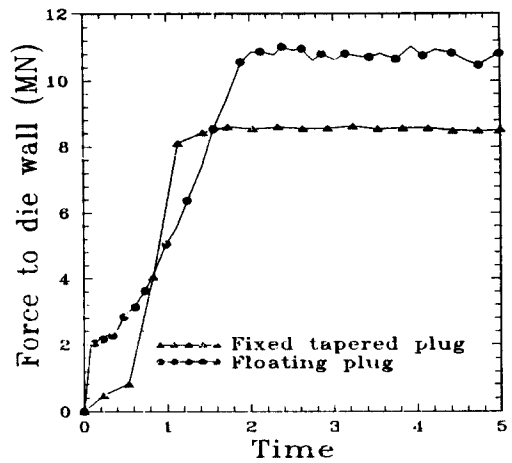


Fig. 7 Forces on the die wall during fixed tapered plug and floating plug drawings.

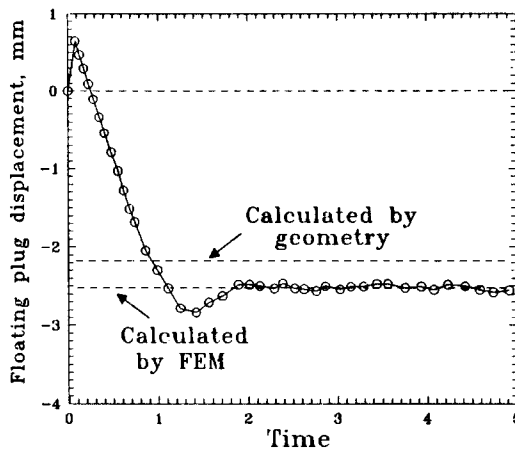


Fig. 8 Displacement of floating plug during drawing.