

축대칭 성형공정에 대한 유동함수 상계요소법의 프로그램 개발에 관한 연구

김영호*, 배원병**, 박재우***, 엄태준***

* 부산대학교 생산기계공학과

** 부산대학교 기계설계공학과

*** 부산대학교 대학원

A Study on Development of UBST Program for Axisymmetric Metal Forming Processes

Young-Ho Kim*, Won-Byong Bae**, Jae-Woo Park***,
Tae-Jun Eom***

* Dept. of Mechanical and Production Engineering, Pusan National University

** Dept. of Mechanical Design Engineering, Pusan National University

*** Graduate, Pusan National University

Abstract

An upper-bound elemental stream function technique(UBST) is proposed for solving forging and backward extrusion problems that are geometrically complex or need a forming simulation. And in the forging problems, this study investigates that layer of elements effects dissipation of total energy and load. The element system of UBST uses the curve fitting property of FEM and the fluid incompressibility of the stream function. The formulated optimal design problems with constraints are solved by the flexible tolerance method. In the closed-die forging and backward extrusion, the result of layer of element by this study produces a lower upper-bound solution than that of UBET and conventional layer of element. And the main advantage of UBST program is that a computer code, once written, can be used for a large variety problems by simply changing the input data.

Key Words : Axisymmetric Metal Forming Processes, UBST, Stream Function, Shape Function, Flexible Tolerance Method

1. 서 론

최근에 새로 개발된 유동함수 상계요소법(UBST : Upper-Bound Stream Function Elemental Technique)은 상계요소법에 유동함수의 장점과 유한요소법의 요소구성의 장점을 결합한 해석법으로서 다른 여러가지 해석법보다 쉽게 유동패턴을 시각화할 수 있는 잇점을 가지고 있다.

체적일정조건을 자연적으로 만족하는 유동함수만의 장점을 이용하여

Chen^[1]이 처음으로 축대칭 압출문제를 해석하였고, Nagpal^[2]은 유동함수로 유도한 동적 가용속도장으로 축대칭 업세팅에 적용함으로써 속도장의 타당성을 검증하였다. 그 후 Hata등^[3]은 축대칭 전방압출문제에 있어서 변형과 정동안의 여러가지 역학적 문제들을 해석하였고, Sindo 등^[4]은 평면변형 압출공정에 대하여 속도분포를 유한요소법과 비교하여 거의 같은 결과를 얻었다. Wang^[5]등에 의해서 유동함수의 장점에다 유한요소법의 요소구성을 결합한 유동함수 상계요소법이 구축이 되었는데, 축대칭 소성가공 공정인 링 업세팅, 단조, 후방압출문제를 해석하였다.

본 연구에서는 유동함수 상계요소법을 이용하여 구조용 정밀단조 부품 중 하나인 리브-웹(Rib-Web)형의 단조공정을 해석하고, 후방압출에도 적용하여 기존의 상계요소법^[6]에 의한 해와 비교함으로써 그 타당성을 검증한다. 또한 단조공정해석에 있어서 속도불연속면, 즉 전단면에 따른 요소형상을 기존의 요소형상과 달리함으로써 전체 에너지소비율에 미치는 영향을 조사하고, 입력 데이터를 보다 간편하게 입력할수 있고 출력 데이터를 일목요연하고 시각적으로 출력하여 기존의 상계요소법보다 더 범용적인 유동함수 상계요소법 프로그램 개발의 기초를 다지고자 한다.

2. 유동함수 상계요소법의 이론 해석

유동함수 상계요소법을 이용하여 해석하고자 하는 단조공정과 후방압출문제에서의 다이형상과 최종제품의 치수를 각각 Fig. 1과 Fig. 2에 나타내었다. 단조문제에서는 단면이 리브-웹형의 축대칭 형상으로 최종 단계만 해석을 하였다. 후방압출문제에서는 압하율(%)에 따른 하중값을 구하였다. 유한요소법에서 사용하는 형상함수를 상계요소법에 접목하였고, 유동함수를 이용한 동적 가용속도장은 다음과 같다.

$$V_r = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{r} \frac{d\psi}{dz} \quad V_z = -\frac{1}{2\pi} \frac{1}{r} \frac{d\psi}{dr} \quad (1)$$

여기서, 유동함수 $\psi = \sum_{k=1}^n N_k \psi_k$ 이고, N_k 와 ψ_k 는 k 번째 격자점의 형상함수와 유동함수를 나타낸다.

가공시의 전체 에너지소비율은 다음과 같이 나타낼수 있다.

$$\dot{W}_c^* = \sum \dot{W}_i + \sum \dot{W}_s + \sum \dot{W}_t \quad (2)$$

각 요소내의 내부 변형 에너지소비율 \dot{W}_i 는 다음 식으로 주어진다.

$$\dot{W}_i = \int_v \bar{\sigma} \dot{\bar{\epsilon}} dV \quad (3)$$

여기서, $\bar{\sigma}$ 는 유효응력(effective stress)이며 $\dot{\bar{\epsilon}}$ 은 유효변형률속도(effective strain rate)로서 다음과 같다.

$$\dot{\bar{\epsilon}} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} \quad (4)$$

전단 에너지소비율, \dot{W}_s 는 속도 불연속면, 즉 요소와 요소 사이의 경계에

서의 전단변형 에너지율을 나타내며 다음 식과 같다.

$$\dot{W}_s = \int_s \frac{\sigma_o}{\sqrt{3}} |\Delta V_s| ds \quad (5)$$

여기서 $|\Delta V_s|$ 는 전단면에서의 속도 불연속량이다.

또한, 마찰 에너지소비율, \dot{W}_f 는 다이와 소재사이에서의 마찰손실에 의한 에너지율을 나타내며 다음 식과 같다.

$$\dot{W}_f = \int_s \frac{m\sigma_o}{\sqrt{3}} |\Delta V_f| ds \quad (6)$$

여기서, m 은 마찰정수(friction factor)이고, $|\Delta V_f|$ 는 소재와 다이 접촉면에서의 속도 불연속량을 나타내며, σ_o 는 항복응력을 나타낸다.

유동함수 상계요소법을 적용할 경우 변형영역이 축대칭면을 포함하고 있으면 축대칭면을 따라서 즉 $r=0$ 인 경계에서 속도가 수렴하지 않는 문제가 발생한다. 이를 피하기 위하여 유동함수 ψ 를 $\psi = r\phi$ 로 재정의의를 한다.

본 연구에서 고려하는 변형영역이 축대칭면을 포함하고 있으므로 유동함수로 유도한 속도 식(1)은 아래 식과 같이 바뀌어야 한다.

$$V_r = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \phi}{\partial z}, \quad V_z = -\frac{1}{2\pi} \left(\frac{\phi}{r} + \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \quad (7)$$

여기서, ϕ 는 각요소에 대한 다항식 형태에서 쓰이는 매개함수이다.

최종적으로 최소화하고자 하는 목적함수의 형태는 ϕ 가 변수로서 아래식과 같이 나타낼수 있다.

$$\dot{W}_c^*(\phi) = \sum_{j=1}^l [\dot{W}_{ij}(\phi) + \dot{W}_{sj}(\phi) + \dot{W}_{fj}(\phi)] \quad (8)$$

목적함수(식(8))은 비선형함수가 되는데, 이를 최소화하기 위해서 본 프로그램에서는 FTM(Flexible Tolerance Method)을 사용하였으며, 순서도는 Fig.3과 같다. 수렴한계는 0.0001이며, 제약조건 수렴한계는 0.01로 하였다.

3. 유동함수 상계요소법의 변수생성

본 연구에서 축대칭 단조와 후방압출문제를 해석하기 위해서 변수와 유동함수 경계값의 선정이 매우 중요한데 다음과 같이 해석하였다. (Fig.4)

3.1 단조

i) 일반적인 해석방법(방법. 1)

절점 1~7 ($z=0$)을 포함하는 선과 절점 1, 8, 12를 포함하는 선은 절점 1에 의해서 하나의 유선으로 간주되며 그 값은 0이 된다. 그리고 재료와 다이와 접하고 있는 절점(13, 14, 16~23)의 유동함수값은 식(7)에 의해서 $\pi \times r \times V_o$ 로 정의된다. 여기서 r 은 다이와 접하고 있는 절점의 r 방향 좌표값들이고 V_o 는 다이의 속도로서 -1.0이다.

자유경계면 절점에서의 유동함수값($\phi_9, \phi_{10}, \phi_{11}, \phi_{15}$)들이 최소화하고자 하는 목적함수의 변수가 된다.

ii) 본 연구의 해석방법(방법. 2)

본 연구의 해석방법은 최적화 변수를 쉽게 생성할 수 있는 FTM의 장점을 이용하여 일반적으로 해석방법(방법. 1)을 할 경우의 최적화 변수인 유동함수($\phi_9, \phi_{10}, \phi_{11}, \phi_{15}$)에 3번과 5번 절점의 반경방향 좌표값을 최적화 변수로 생성하여 목적함수에 포함시켰다. 즉 3번과 5번 절점의 변화에 따른 하중값을 구함으로써 최적의 요소형상을 고려하였다. 그리고 나머지 조건들은 방법. 1과 같다.

3.2 후방압출

절점 1, 6, 9를 포함하는 선은 r 방향으로 재료유동이 없으므로 하나의 유선으로 간주되고 그 절점에서의 유동함수값은 0(零)이 된다. 그러므로 절점 1에 의해서 1~5에 이르는 모든 절점에서의 유동함수값과 절점 5에 의해서 절점 5, 8, 13, 15, 18에서의 유동함수값도 0(零)이 된다. 선 11~16에서는 r 방향으로 재료유동이 없으므로 절점 11, 14, 16은 같은 미지의 유동함수값을 가지게 된다. 후방압출문제에서 변수는 절점 7, 12, 11, 14, 16, 17의 유동함수값과 절점 11과 14의 z 방향의 좌표값이 된다.

4. 결과 및 고찰

단조문제에 있어서 유동함수 상계요소법을 이용하여 구한 최종단계의 전체 에너지소비율과 상계요소법의 전체 에너지소비율, 그리고 실험치를 Table. 1에 나타내었다. 방법. 2의 경우가 방법. 1의 경우보다 실험치와 거의 같은 상계해의 결과를 얻었는데 요소분할에 있어서 속도불연속면의 선택에 따라 전체해석에 미치는 영향이 대단히 크다고 할 수 있다. 요소구성에 있어서 유동함수 상계요소법에서는 단지 4개의 사각형요소만을 사용함으로써 9개의 직사각형과 직각삼각형요소를 사용한 상계요소법보다 더 효율적이라는 것도 확인되었다. 유동함수 상계요소법에서는 유동함수값을 이용하여 Fig. 5과 Fig. 6은 방법. 1과 방법. 2의 유선의 흐름과 속도 profile을 나타낸 것이다.

후방압출문제에서 압하율에 따른 유선의 흐름과 속도 profile을 Fig. 7에 나타내었으며 압하율에 따른 하중값을 상계요소법과 비교하여 Fig. 8에 나타내었다. 상계요소법의 해석보다 더 낮은 상계해를 얻었는데, 이것은 요소분할에 있어서 상계요소법에서는 직사각형과 직각삼각형만을 사용해야 하므로 불합리한 요소분할로 인한 불필요한 전단에너지 생성이 원인이라고 생각된다. 요소분할에 있어서도 단지 3개의 요소만으로 해석함으로써 5개의 요소가 필요한 상계요소법보다 후방압출에서도 유동함수 상계요소법이 매우 효율적이고 합리적이라는 것이 증명되었다.

이상으로 유동함수 상계요소법을 단조와 후방압출에 적용한 결과로 요소구성이 상계요소법보다 합리적이고 효율적이며, 유동함수를 이용하여 구성한 동적 가용속도장이 단조공정과 후방압출공정 적용에도 타당하다는 것을 입증하였

다. 또한 유동함수를 이용하여 구성한 일반적인 속도장을 이용함으로써 상계요소법보다 프로그램을 구성하는데 있어서 범용적인 면을 부가시킬 수 있다.

5. 결론

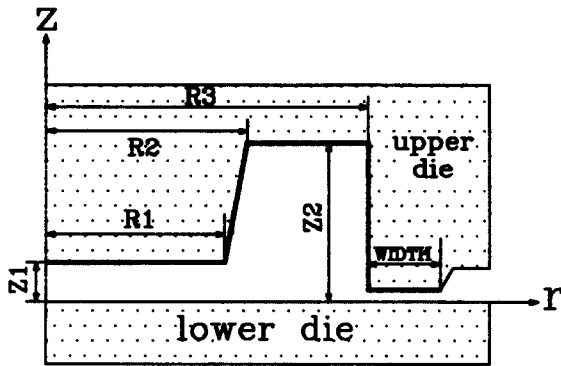
리브-웹 형상의 열간 단조품을 유동함수 상계요소법 프로그램으로 시뮬레이션한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 유동함수 상계요소법이론을 단조공정과 후방압출공정에 적용하여 상계요소법과 비교, 검토하여 실험값에 더 근접하는 상계해를 얻음으로써 그 타당성을 입증하였다.
- 2) 유동함수를 이용함으로써 소재의 흐름을 보다 쉽게 시각화 할수 있고 일반화된 동적 가용속도장을 구성할 수 있다.
- 3) 유한요소법의 요소구성을 도입함으로써 상계요소법 요소구성의 한계성과 불필요한 요소분할로 인한 비효율성을 개선하였다.
- 4) 단조문제에서 전단면 형태를 고려함으로써 지금까지의 불합리한 요소구성의 단점을 개선하고, 요소분할에 있어서 전단면 형태가 전체해석에 미치는 영향이 매우 크다는 것을 알 수 있었다.
- 5) 유동함수 상계요소법해석을 이용하여 프로그램을 구성함으로써 상계요소법 프로그램보다 범용적인 면을 부각시켰다.

참고 문헌

1. P. C. T. Chen and F. F. Ling, "Upper-Bound Solutions to Axisymmetric Extrusion Problems", Int. J. Mech. Sci. , Vol. 10, pp. 863~879, 1968
2. V. Nagpal, "General Kinematically Admissible Velocity Fields for Some Axisymmetric Metal Forming Problems", Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME, Series B, Vol. 96, No. 4, pp. 1197~1201, 1974
3. K. Hata, M. Goto, "On One Analysis of Axisymmetric Extrusion by the Use of Flow Lines ", Journal of Engineering for Industry, Trans. ASME, No. 76-Prod-B. , pp. 419~423, 1977
4. A. Sindo, K. Tanaka, Y. Seguchi, "An Application of the Stream Function in the Formulation of a Method of Solution for Plane Strain Steady State Plastic Forming Processes", Journal of the JSTP, Vol. 22, No. 244, pp. 452~459, 1981
5. T. Sano, K. Ohuchi, "An Application of Stream Function to UBET(Upper Bound Element Technique)", Journal of the JSTP , Vol. 32, No. 367, pp. 988~993, 1991
6. Y. T. Lin and J. P. Wang, "A New Upper-Bound Elemental Technique Approach to Axisymmetric Metal Forming Processes", Int. J. Mach. Tools Manufact. Vol. 33, Mo. 2, pp. 135~151, 1993

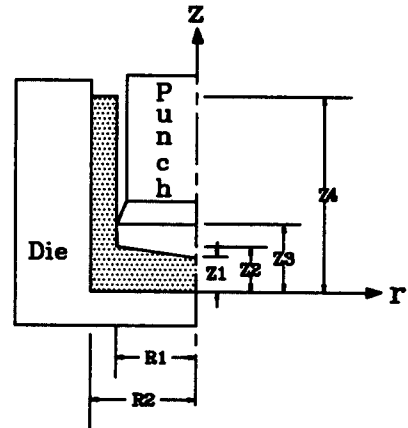
7. 김영호, 배원병, 이종현, 김현영, "UBET를 이용한 축대칭 단조공정에서의 최적설계에 관한 연구", 대한기계학회 논문집, 제18권, 제5호, pp. 1117 ~ 1125, 1994



< Final product > (Unit : mm)

H/R	R1	R2	R3	Z1	Z2	WIDTH
1.0	22.5	25.0	40.0	5.0	20.0	10.0

Fig. 1 Dimensions of die and final product for axisymmetric closed-die forging



< Final product > (Unit : mm)

R1	R2	Z1	Z2	Z3	Z4
10.0	13.0	4.0	4.4	8.5	40.0

Fig. 2 Dimensions of die and final product for axisymmetric backward-extrusion

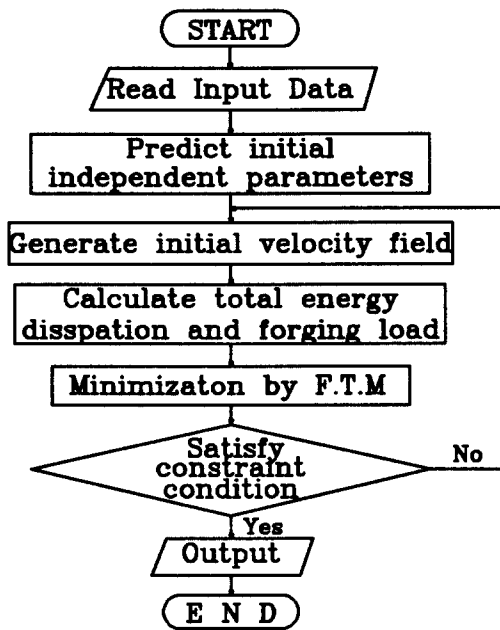
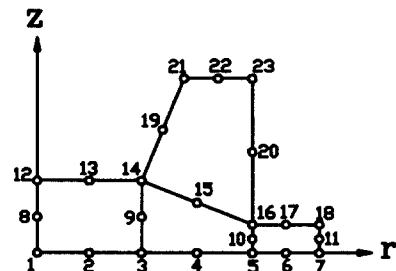
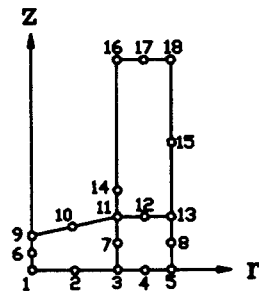


Fig. 3 Flow chart for UBST simulation



(a) Closed-die forging



(b) Backward-extrusion

Fig. 4 Numbering nodal points of element system

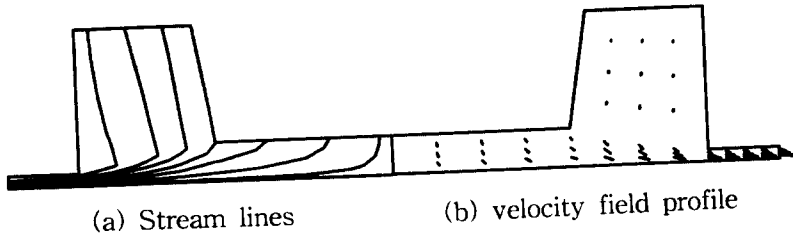


Fig. 5 Stream lines and velocity field profiles of case 1

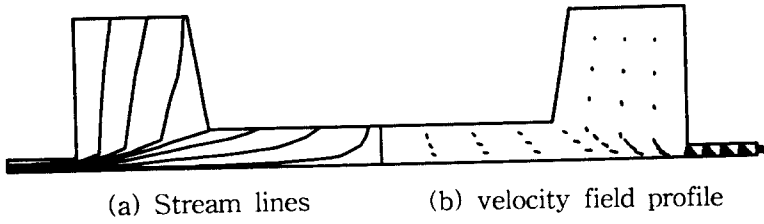


Fig. 6 Stream lines and velocity field profiles of case 2

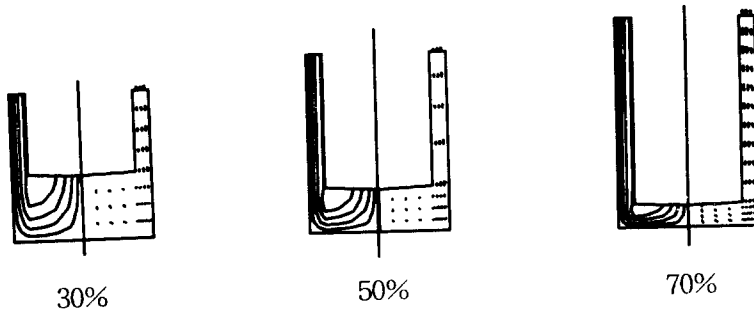


Fig. 7 Stream lines and velocity field profile by reduction in height(%)

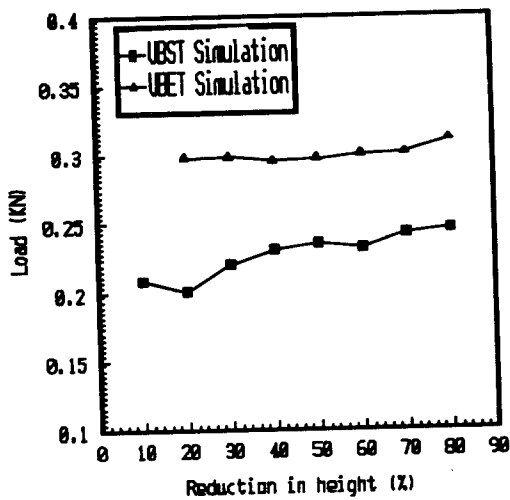


Fig. 8 Variations of backward-extrusion load

Table.1 Comparison of UBET , UBST and Experiment

	Flash width	Flash thickness	Load(KN)
UBET	5.0	9.0021	7.62
UBST (case 1)	5.0	9.0021	7.16
UBST (case 2)	5.0	9.0021	6.61
Experiment			6.54