

## 전차선과 팬터그래프 사이의 동적 상호작용 시뮬레이션

권삼영<sup>○</sup>, 김길상  
한국고속철도건설공단 전기연구소

### Simulation of the Dynamic Interactions between Catenary and Pantograph

Sam-Young Kwon, Gil-Sang Kim  
Korea High Speed Rail Construction Authority Electrical Research Office

**Abstracts** - Catenary/pantograph system consists of overhead lines which have non-uniform elasticity and pantographs which move at high speed and give force to the lines, therefore happen to be failed in contacts between both from time to time.

In this study, as the first step to develop a dynamic simulation program, the general theory is discussed for catenary/pantograph system and appropriate modelling. And comparison is conducted with the references after making a program which referred to the contact force equation algorithm. On this algorithm, the unknown contact force is computed by the equations which was induced as combining catenary and pantograph motion equations expressed in finite difference form.

Another simulation program based on the assumed contact forces algorithm was developed. In this algorithm, numerical integration of both the overhead line and pantograph equations, which without combining, are effected for two assumed values of contact force. The correct contact force is then obtained from these two sets of results by linear interpolation to satisfy the contact condition. Through the comparative review on the outputs from this program, it is verified that this algorithm is reliable.

### 1. 서 론

주행중인 고속열차에 전력을 공급하는 전차선-팬터그래프 시스템은 레일을 따라 설치된 전차선을 팬터그래프가 압상(Uplift) 하면서 고속으로 이동하므로, 접촉/미접촉이 발생될 수 있으며 이로 인한 전력공급 장애, 아크발생, 습판 마모, 전차선 손상, 소음발생, 장애 진자파 발생 등이 야기될 수 있기 때문에 이선(미접촉)을 줄이는 것이 가장 중요한 과제이다. 따라서 전차선-팬터그래프는 지지점에 의해 발생하는 불균일한 탄성을 가진 Catenary계를 고속으로 주행하는 Pantograph계가 이동하중을 주는 동력학의 문제이므로 미지의 접촉력(Contact Force)을 예측하고 이에 따른 전차선계와 팬터그래프계의 변위를 계산하는 것이 동특성 해석의 핵심적인 사항이다.

### 2. 전차선-팬터그래프 시스템

#### 2.1 Catenary 시스템

전차선로는 도체인 강선을 양쪽에서 잡아당기고 있는 구조로서 전차선과 조가선이 상하로 배치되어 별개의 장력조정장치에 의해 일정장력이 유지되며, 두 선 사이를 드로퍼(Dropper)가 일정 간격마다 연결해 주고 있다. 드로퍼는 하부에 위치한 전차선이 모든부위에 걸쳐 일정한 높이를 유지하도록 하는 역할을 하며, 정적 평형상태에서 전차선의 자중을 조가선이 받도록 하고 있다. 고속전철에 사용되는 전차선로는 구조에 따라 크게 단순가선(Simple Catenary), 변Y형 가선(Y-Stitched Catenary), 복합가선(Heavy Compound Catenary) 등으로 분류된다.

#### 2.2 Pantograph 시스템

팬터그래프는 열차의 지붕에 설치되어 고속으로 이동하면서 전기차에 필요한 전력을 공급받는 역할을 하며, 양호한 집전을 위해 전차선과 항상 접촉된 상태를 유지하여야 하나, 전차선의 탄성 불균일, 전차선의 미소 요철, 드로퍼 연결지점의 강성 변화, 지지금구 부위의 경질, 주행중 차량의 진동 및 외부 환경조건 등에 의해 순간적으로 접촉이 떨어지는 이선이 발생한다. 따라서 이선을 줄이기 위해서는 추수성능이 뛰어난 팬터그래프를 설계하여야 하며, 이를 위해서는 집전판(Panhead)과 프레임 가볍게 하여 관성력을 줄이고 집전판의 탄성을 부드럽게 하는 것이 효과적이다.

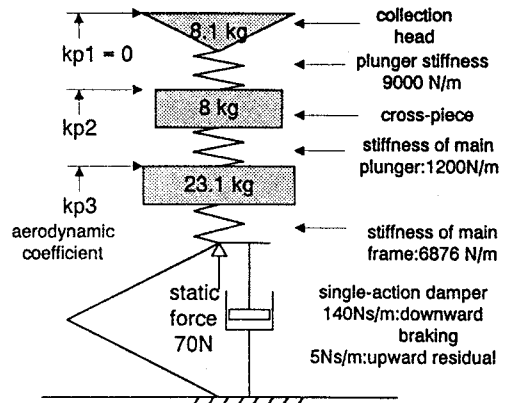


그림 [1] TGV북부선의 Pantograph

### 2.3 Catenary-Pantograph 상호작용 시스템

Catenary계와 Pantograph계는 서로 접촉하여 이동함으로써 상호 영향을 주고 받는 연계된 계이므로, 해석에서는 다음 문제들이 정성적, 정량적으로 고려되어야 한다.

- 1) Catenary는 레일을 따라 길게 펼쳐진 연속계이면서 일정구간만 같은 장력을 받는 선으로 되어 있고, 이후에는 별개의 장력구간이 Overlap되어 만나므로 Overlap구간에서는 팬터그래프가 새로운 전차선과 층층적으로 만나게 된다
- 2) Pantograph도 다단구조를 가진 다 자유도계이다.
- 3) 두계가 상호 접촉하면서 이동하므로 이동하중의 문제이며, 비접촉이 유발될 수 있고, 마찰력이 존재하며, 주행시 공기흐름에 의한 팬터그래프의 양력(Lift Force)이 존재하는 비선형성의 문제이기도 하다.
- 4) 팬터그래프가 지지되어 있는 차체가 상하(Rolling), 좌우(Yawing)로 Random Vibration하는 점도 고려되어야 한다.
- 5) 다수의 팬터그래프가 설치되어 있는 경우 앞단의 팬터그래프 주행에 따른 전류진동이 뒤따라 오는 팬터그래프의 접촉에 영향을 미치게 된다.
- 6) 실제 설계단계에서는 최적의 설계변수 도출을 위한 최적화(Optimization)의 문제가 대두된다. 예를 들면, 접촉력도 집전용량과 이선방지를 위해서는 높히는 것이 좋으나 마모를 고려하여 낮추어야 하며, 팬터그래프 형상 설계시 양력과 소음, 추수특성등을 고려하여 설계변수를 결정해야 한다.

### 3. 접촉방정식 유도에 의한 동적해석

전차선에는 휨(Flexure)작용력과 장력(Tension)에 의한 축력, 질량에 의한 관성력 및 감쇄력, 스프링력 등이 작용하므로 운동방정식은 다음과 같은 편미분방정식으로 표현된다.

$$EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \mu \frac{\partial v}{\partial t} + kv = P(t)\delta(x-v) \quad (1)$$

여기서 열차속도(v)로 이동하는 외부작용력 P(t)는 카테너리와 팬터그래프의 인터페이스로 인한 접촉력이고, 아울러 변위는 상호 접촉력에 의해 결정되는 미지값이므로 이 두 반응을 동시에 알아내야 풀릴 수 있다는데 동적해석의 어려움이 있다.

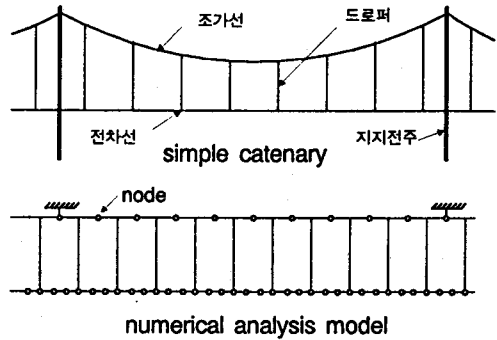
#### 3.1 전차선 모델링

해석을 위해 다음과 같이 가정하여 단순구조화하기로 한다.

- 1) 전차선과 조가선은 압축과 모멘트를 받지않는 현(String)으로 가정한다.
  - 2) Catenary는 상하 진동(y축 운동)만 하는 것으로 한다.
  - 3) Catenary계의 질량은 집중질량(Lumped Mass)계로 가정한다.
  - 4) 행거와 드로퍼는 인장, 압축을 받지않는 강체(Rigid Body)로서 질량은 없는 것으로 가정한다.
  - 5) 한결점의 강성도(Stiffness)는 상호 이웃하는 질점의 변위차에 의해서만 영향을 받는다.
  - 6) Catenary계의 감쇄(Damping)는 없는 것으로 가정한다.
- 이상의 가정으로부터 모델링한 해석모형은 그림[2]와 같다.

#### 3.2 전차선 강성도, 질량, 감쇄행렬 계산

전차선의 결점은 y축 변위의 1자유도만을 가지므로 스프링력은 이웃 결점과의 상하 변위차가 있는 경우 장력에 의한 복원력이 되므로



그림[2] Simple Catenary 해석모형

$$F_{s,i} = -\sum_j T_j \frac{1}{d} (2y_i(t) - y_{i+1}(t) - y_{i-1}(t)) \quad (2)$$

여기서, d : 이웃결점간의 거리,

Tj : Catenary 각각의 선에 주어진 장력

따라서, 단위요소에 대해 스프링력과 질점변위를 곱하면 포텐셜에너지가 구해지며, 이 포텐셜에너지를 Lagrange's Equation에 따라 최소화하면 힘과 변위와의 관계를 매트릭스형태로 얻을 수 있다. 요소 강성행렬(Element Stiffness Matrix)을 가지고 전체구조의 강성행렬로 Assemble하면 Banded되고 Symmetric한 전체강성행렬(Global Stiffness Matrix)을 구할 수 있다.

Catenary의 질량은 집중질량으로 모델링하고 있으므로 두 결점사이의 거리를 양분할 때 계산되는 체적이 갖는 질량을 각 결점에 할당하면 요소질량행렬을 구할 수 있다.

### 3.3 운동방정식

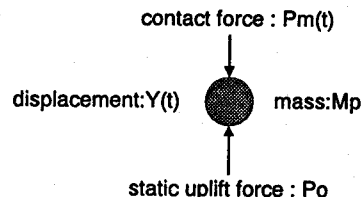
#### 3.3.1 중앙차분법 적용

전차선 현에는 관성력, 스프링력(Fs), 감쇄력(Fd) 및 팬터그래프로부터의 외력(Fp)에 의한 평형방정식이 성립한다.

$$m_i \ddot{y}(t) = F_{s,i} + F_{d,i} + F_{p,i} \quad (3)$$

팬터그래프는 일정 Uplift Force를 받는 단일 질량의 1자유도 시스템으로 모델링하면 운동방정식은 다음과 같이 된다.

$$M_p \ddot{Y}(t) = P_0 - P_m(t) \quad (4)$$



그림[3] 팬터그래프 해석모형

가속도를 중앙차분법에 따라 전개하면

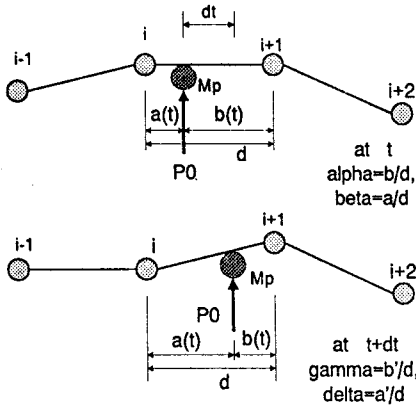
$$\ddot{y}(t) = \frac{1}{\Delta t^2} (y(t-\Delta t) - 2y(t) + y(t+\Delta t)) \quad (5)$$

이를 전차선 평형방정식 (4-1)에 적용하면 다음과 같다.

$$y_i(t+\Delta t) = 2y_i(t) - y_i(t-\Delta t) + \frac{\Delta t^2}{m} (F_{s,i} + F_{d,i} + F_{p,i}) \quad (6)$$

여기서 Fp,i는 i결점에 미치는 접촉력항으로 그림[4]으로 부터

선형보간법을 이용하여 아래와 같이 구한다.



그림[4] 질점사이에서의 접촉력 해석 모델

$$F_{p,i} = \alpha \cdot P_m(t), \quad F_{p,i+1} = \beta \cdot P_m(t) \quad (7)$$

$$F_{p,j} = 0 \quad (j=1,2,\dots,i-1,i+2,\dots,n)$$

또한 펜터그래프 운동방정식 (4-12)에 중앙차분법을 적용하면

$$Y(t+\Delta t) = 2Y(t) - Y(t-\Delta t) + \frac{\Delta t^2}{M_p} (P_0 - P_m(t)) \quad (8)$$

### 3.3.2 접촉력 방정식 유도

Pantograph가 전차선과 항상 접촉하고 있고 Catenary의 질점과 질점은 강체로 연결되어 있다고 보면, 시간  $t+\Delta t$ 에서의 Pantograph 변위는 아래와 같이 계산될 수 있다.

$$Y(t+\Delta t) = \gamma \cdot y_i(t+\Delta t) + \delta \cdot y_{i+1}(t+\Delta t) \quad (9)$$

위의 식(4-20)에 식(4-19), (4-17) 및 (4-18)를 대입하여 정리하면 미지의 접촉력은 다음과 같이 유도된다.

$$P_m(t) = \frac{R_1 - \gamma R_2 - \delta R_3}{\left\{ \frac{1}{M_p} + \frac{1}{m} (\alpha\gamma + \beta\delta) \right\} \Delta t^2} \quad (10)$$

where,

$$R_1 = 2Y(t) - Y(t-\Delta t) + \frac{\Delta t^2}{M_p} P_0$$

$$R_2 = 2x_i(t) - x_i(t-\Delta t) + \frac{\Delta t^2}{m} (F_{s,i} + F_{d,i})$$

$$R_3 = 2x_{i+1}(t) - 2x_{i+1}(t-\Delta t) + \frac{\Delta t^2}{m} (F_{s,i+1} + F_{d,i+1})$$

$F_{d,i}$  및  $F_{d,i+1}$ 은 감쇄력을 고려하지 않았으므로 0로 놓는다.

$P_m(t) < 0$  인 경우는 펜터그래프와 전차선이 떨어진 것으로 간주하여  $P_m(t) = 0$ 로 놓고 수치적분을 계속하도록 한다.

### 3.4 수치해석 결과 검토

Simple Catenary 방식에 대해 첫번째 및 두번째, 세번째 펜터그래프를 각각 50m 간격으로 동시주행시켜 놓고 속도별(100m/s, 80m/s, 50m/s)로 각각의 궤적을 시뮬레이션 해보았다.

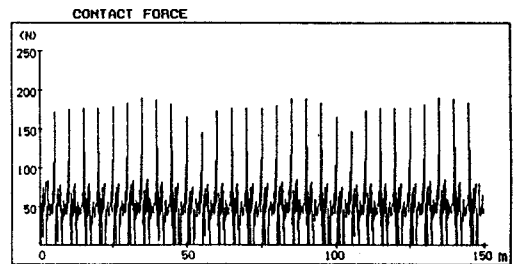
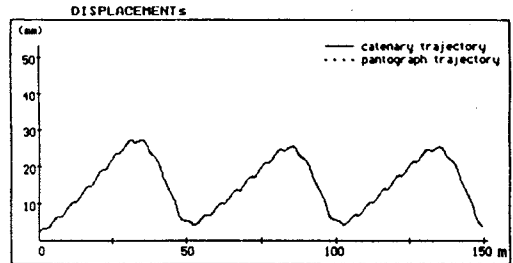
Catenary	전차선	장력 : 1000kg, 질량밀도 : 0.988kg/m
	조가선	장력 : 1000kg, 질량밀도 : 0.988kg/m
	Span : 50m, Dropper 사이 간격 : 5m로 일정	
Pantograph	질량 : 2kg, 압상력 : 5.5kg	

표[1] 전차선과 펜터그래프의 물성치

궤적그래프를 보면 한 스펠에서 하나의 Peak(최대변위량)가

발생하며 전 스펠에 걸쳐 일정한 패턴으로 반복되고 있고, 접촉력그래프에서 강성도가 일정하지 않는 드로피와의 연결점 혹은 지지점 근처에서 이선이 주로 발생하고 있음을 알 수 있다.

한편 두번째와 세번째 펜터그래프가 주행할 때를 보면 진동모드가 더 많아지고, 전차선의 변위가 정적 위치보다도 아래로 내려가는 현상도 볼 수 있는데 이는 앞 펜터그래프에 의한 잔류진동의 영향때문이다.



그림[5] 변위, 접촉력 그래프 [1st Pantograph, 80m/s]

## 4. 접촉력 가정에 의한 해석

### 4.1 접촉력 가정에 의한 해석 알고리즘

전차선계와 펜터그래프계의 접촉력은 현재 계가 가지는 동특성 응답값과 다음 접촉에서 계의 평형조건에 의해 결정될 것이므로 현재 스텝(t)의 변위, 속도, 가속도를 알고 다음 스텝(t+Δt)에서의 접촉력만 알개되면 다음 스텝의 변위 및 속도등의 계의 응답을 구할 수 있다.

만일 계가 가진력에 따라 선형적인 응답특성을 내는 시스템이라 하면, 크기가 다른 두개의 접촉력을 가정하여 각각의 응답을 구한 후, 이 응답값이 만족해야 하는 어떤 조건에 따른 접촉력을, 앞에서 가정한 가장 접촉력값(Assumed Values)을 선형보간하여 구하는 것이 가능한 것이다.

접촉력 가정에 의한 해석 알고리즘은 위의 기본논리를 이용한 것으로 매 스텝(Each Time Step)마다 다음의 과정을 수행한다.

- 1) Catenary와 Pantograph계의 상미분방정식을 수치적분 알고리즘에 따라 표현. 이때 Catenary계와 Pantograph계에 적용하는 알고리즘은 달라도 무방하지만 Time Step은 같아야 한다.
- 2) 두개의 접촉력 가정
- 3) 가정한 접촉력에 따른 카테너리와 펜터그래프의 변위 계산 ( $t+\Delta t$  값)
- 4) 정화한 접촉력(Correct Contact Force)은 아래와 같은 접촉조건을 만족하도록 앞에서 구한 두세트의 입력-응답값을 선형보간하여 구함

Contact Wire Uplift - Static Sag = 펜터그래프 변위

5) 실제 접촉력값을 대입하여 전차선과 펜터그래프의 변위, 속도, 가속도등 동특성값을 계산하고 저장

4.2 적용사례

4.2.1 전차선을 원으로 가정한 모델에 적용

앞장의 접촉방정식 유도에 의한 동적 해석에서 적용한 모델과 동일한 해석 모델 및 물성치들 사용하여 해석해 봄.

4.2.2 TGV 모델에 적용

접촉력 가정에 의한 해석 알고리즘의 넓은 응용력과 유용성을 확인하기 위해 보다 더 복잡한 모델로서 TGV의 실제 펜터그래프 동특성 해석모형을 선정하고, 전차선계와 펜터그래프계에 대해 각각 다른 수치적분 알고리즘을 적용하여 해석해보았다.

구 분	≤200km/h 구간	≤300km/h 구간
전차선 장력 (N)	19600	19600
조가선 장력 (N)	13720	13720
전차선 질량밀도 (kg)	1.334	1.334
조가선 질량밀도 (kg)	0.697	0.697
스팬길이 (m)	64	63
드로퍼 수×사이간격	8×8	9×7

표[2] 전차선 해석모델의 제원

한편, 펜터그래프는 프랑스 TGV Nord선에서 실제 사용중인 3자유도의 GPU Double-Stage Pantograph의 동역학 등가 모델을 사용하였다. 이 모델은 3자유도 모델이며 속도에 따른 공기역학적 양력이 고려되었다.

4.2.2.1 전차선계의 수치적분 알고리즘

전차선의 운동방정식은 앞장에서와 같이 수치적분 알고리즘으로 중앙차분법을 적용하였다.

4.2.2.2 펜터그래프의 수치적분 알고리즘

그림[1]로 부터 펜터그래프의 운동방정식을 구하면 아래와 같다.

$$m_1 \frac{d^2 Y_1}{dt^2} + k_1(Y_1 - Y_2) = -P_m(t) + K_{\rho} V^2 \quad (11)$$

$$m_2 \frac{d^2 Y_2}{dt^2} + k_2(Y_2 - Y_3) - K_1(Y_1 - Y_2) = K_{\rho} V^2 \quad (12)$$

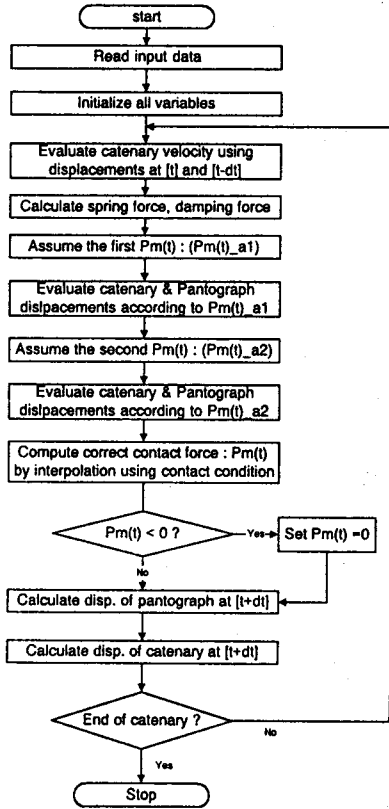
$$m_3 \frac{d^2 Y_3}{dt^2} + k_3(Y_3 - Y_4) - k_2(Y_2 - Y_3) = K_{\rho} V^2 \quad (13)$$

$$c_1 \frac{dY_4}{dt} - k_3(Y_3 - Y_4) = P_0 \quad (14)$$

위 운동방정식에 Runge-Kutta 알고리즘을 적용하였으며, 펜터그래프 모델에서 댐핑계수가 펜터그래프 하강시와 상승시에 다르므로 현재 스텝에서의 Main Frame하부의 속도를 조사하여 다음 스텝 계산시 적용할 댐핑계수를 결정토록 프로그램하였다.

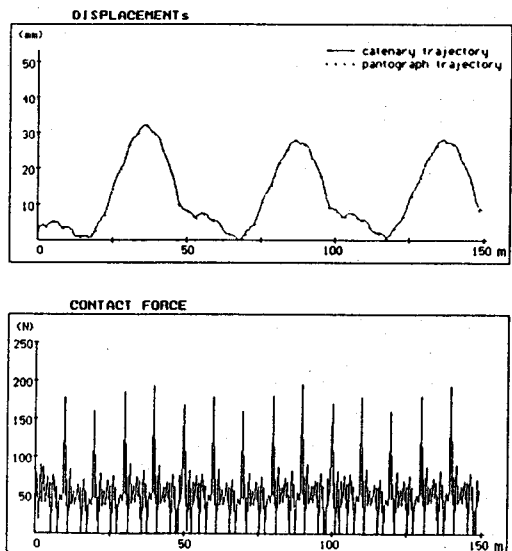
4.3 수치해석 결과 검토

같은 조건 상태에서 접촉력가정에 의한 알고리즘으로 시뮬레이션한 전차선 및 펜터그래프의 궤적 그래프는 앞장의 접촉력방정식에 의한 결과와 거의 일치함을 보였다. 접촉력그래프에서



그림[6] 접촉력 가정 Flow Diagram

도 드로퍼 및 지지점에서 이선이 발생하는 현상 등과 같이 유사한 모양을 나타냈으며, 표[3]에서와 같이 특성데이터도 유사하게 나오는 것을 확인하였다. 따라서 접촉력가정에 의한 알고리즘의 신뢰성은 인정이 되는 셈이다.

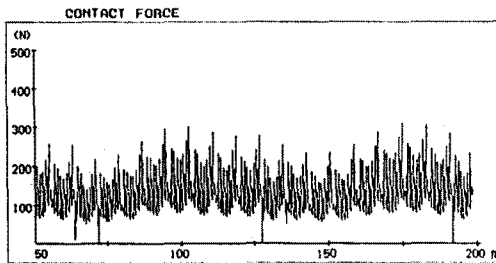
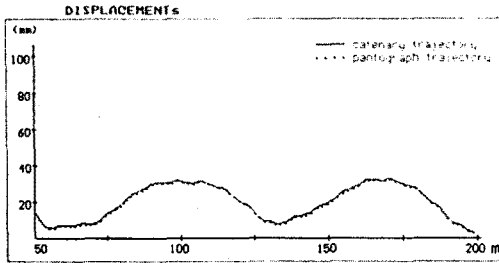


그림[7] 변위, 접촉력 그래프 [2nd Pantograph, 80m/s]

특 성	접촉력방정식 유도			접촉력 가정		
	100m/s	80m/s	50m/s	100m/s	80m/s	50m/s
이선율 (%)	16.04	11.34	0.21	15.88	9.63	0.26
평균압상(mm)	14.2	14.9	14.1	14.3	14.8	14.1
최대압상(mm)	26.0	30.0	25.0	28.1	26.9	25.0
평균접촉력(N)	54.17	54.06	54.00	54.17	54.06	54.00

표[3] 1st Pantograph 주행시 특성 데이터 비교

TGV 모델에 적용한 시뮬레이션에서는 이선율이 줄어드는 것을 볼 수 있었으며 이는 펜터그래프를 3 자유도로 했기 때문이다. 그러나 출발초기에 큰 Peak로 진동하는 난조현상을 보이는 것은 펜터그래프의 모든 부위에 대해 초기치로 영을 입력했기 때문으로 판단된다.



그림[8] TGV 모델에 대한 그래프[1st Pantograph, 50m/s]

이제까지 살펴 본 바와 같이 접촉력 가정에 의한 알고리즘은 접촉력방정식 유도에 의한 시뮬레이션과 유사한 결과를 보임을 알 수 있었으며, 따라서 이 해석 알고리즘을 이용함으로써 다음과 같은 이점을 살릴 수 있겠다.

- 1) 전차선과 펜터그래프를 분리계로 하여 각각에 대해 별개의 수치적분 알고리즘 적용이 가능하고 해석과정이 간단해 진다.
- 2) 접촉조건에 Sag에 의한 처짐을 반영할 수 있다.
- 3) 다양한 접촉조건을 주거나 구간마다 다른 접촉조건을 줄 수 있으므로 다양한 형태의 해석이 가능하다.
- 4) 곱셈이 많이 포함된 수식을 줄이므로써 프로그램 실행시간이 상대적으로 줄어든다.

## 5. 결론 및 향후 연구과제

첫번째로 검토한 접촉방정식 유도에 의한 해석 알고리즘을 통해 비교적 간단한 기법이면서 상당히 안정된 알고리즘으로 비교적 정확한 응답을 얻을 수 있음을 알았다. 또한 결과 분석을 통해 강성도가 일정하지 않은 드로퍼와의 연결점 혹은 지지점 근처에서 이선이 발생함을 알았다.

다음으로, 접촉력 가정에 의한 시뮬레이션을 비교검토했는데 이 기법은 전차선과 펜터그래프에 대해 각각 별개의 수치적분 알고리즘을 적용할 수 있으므로 어떤 구조나 다자유도 시스템에 대해서도 적용이 가능한 장점이 있음을 알았다. 또한 그 결과를 앞서의 알고리즘 결과와 비교검토했던 결과 거의 동일한 결과를 보여주었으므로 신뢰성있는 알고리즘임을 확인하였다. 아울러 TGV의 다자유도 펜터그래프 모델에 대한 시뮬레이션을 통해 드로퍼나 지지점등에서 불균일한 탄성을 가질 수 밖에 없는 전차선에 대해서 펜터그래프측면의 응답특성을 확보하는 것이 이선을 감소시키는데 매우 중요함을 확인하였다. 그러나 해석모델의 절점사이 간격이나 적분시간 간격에 따라 안정되지 못한 현상을 보여주는 경우가 있었으므로 여기에 대한 검토와 함께 다양한 알고리즘에 대한 연구검토가 계속 이루어져야 하겠다.

## 참고문헌

- [1] 최연선, 정대현, "고속전철의 최적 Pantograph설계를 위한 동적해석", 대우중공업(주) 위탁연구보고서, 1991.7.
- [2] T. Vinayagalingam, "Computer Evaluation of Controlled Pantographs for Current Collection From Simple Catenary at High Speed", Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1983. December
- [3] A E W Hobbs, "Accurate prediction of overhead line behaviour", Railway Gazette International, 1977. September
- [4] Peter R. Scott, "Computer Evaluation of Overhead Equipment for Electric Traction", IEEE Trans. on Industry Applications, 1974. September/October
- [5] M. R. Abbott, "Numerical method for calculating the dynamic behaviour of a trolley wire overhead contact system for electric railways", The Computer Journal, 1970. November
- [6] TGV French Group(한국고속철도 입찰 컨소시움), 6차 제의서, Catenary System Appendix 2, 1994