

일반형 예측제어을 이용한 유도전동기의 위치제어

나재우⁰, 김상옥, 김영석
인하대학교 전기공학과

Position Control of Induction Motor Using Generalized Predictive Control

Jae-du Na⁰, Sang-uk Kim, Young-seok Kim
Dept. of Electrical Eng., INHA Univ.

Abstract - This paper consists of the position control of induction motor using Generalized Predictive Control. Full order flux observer is also used for the purpose of estimating rotor fluxes. By using Generalized Predictive Control algorithm, the improved position control is realized in this paper. The proposed control method has been implemented by a 32 bit floating point TMS320C31 DSP chip.

1. 서 론

본 논문에서는 일반형 예측제어(Generalized Predictive Control)를 이용하여 유도전동기의 위치제어를 구현하였다. 일반형 예측제어는 지난 수년간 예측제어분야에서 뛰어난 성능을 보여 왔다. 이 알고리즘은 플랜트를 CARIMA 모델로 표현하는 방법으로 최적가격함수를 가지고 가격함수가 가지는 성능을 나타낼 수 있고 가격함수의 가중치와 예측구간에 따라 제어입력이 다양하게 구해지므로 일정한 범위 내에서 제어입력의 조정이 하나의 알고리즘에서 가능한 이동구간 예측제어(Receding Horizon Predictive Control)이다.^{[1][3]} 외란억제(disturbance rejection) 성능을 높이기 위해 제어기를 직렬구조의 속도제어기와 위치제어기로 설계하여 속도 및 위치제어를 실현하였다.^[4] 또한 회로 정수 번동에 저감도한 동일차원 자속관측기를 이용하여 자속센서를 사용하지 않고 2차자속을 추정하므로써 자체오리엔테이션 제어를 실현하였다.

2. 일반형 예측제어기의 설계

2.1 속도제어기

그림 1에서 단일입력인 토오크분 지령전류와 단일출력인 실제속도를 갖는 유도전동기의 운동방정식을 이산화한 일반형 예측제어의 CARIMA (Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average) 모델은 다음과 같다.

$$A_s(q^{-1})\omega_r(t) = B_s(q^{-1})i_T^*(t-1) + \frac{\xi_s(t)}{A(q^{-1})} \quad (1)$$

여기서, $A_s(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1}$

$$B_s(q^{-1}) = b_0$$

$$A(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$$

$\xi_s(t)$: 외란 , q^{-1} : 후향 이동 연산자

ω_r : 실제 속도 , i_T^* : 토오크분 지령전류

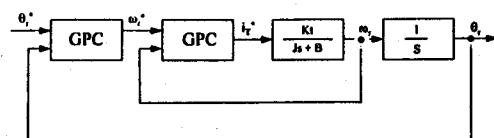


그림 1 유도전동기의 위치 및 속도제어기 설계를 위한 블록선도

일반형 예측제어의 CARIMA 모델식은 속도추종상태에서 외란항을 무시한 표현식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\omega_r(t) = \frac{q^{-1}B_s(q^{-1})}{A_s(q^{-1})} i_T^*(t) \quad (2)$$

속도제어에 있어서 좋은 과도 성능을 인기 위해서 분모 다항식을 2차, 분자 다항식을 1차로 선택해 기준모델을 설정하며 이 식으로부터 기준모델의 토오크분 지령전류($i_{T_r}^*$)을 구할 수 있다.

$$ω_{rr}^*(t) = \frac{q^{-1}B_r(q^{-1})}{A_r(q^{-1})} \omega_r^*(t) \quad (3)$$

여기서, $A_r(q^{-1}) = a_{r0} + a_1q^{-1} + a_2q^{-2}$

$$B_r(q^{-1}) = b_0(c_0 + c_1q^{-1}) = B_s(q^{-1})C(q^{-1})$$

$$C(q^{-1}) = c_0 + c_1q^{-1}$$

$$i_{T_r}^*(t) = \frac{A_s(q^{-1})}{q^{-1}B_s(q^{-1})} \omega_{rr}^*(t) \quad (4)$$

식 (1)에 대한 일반형 예측제어의 가격 함수(cost function)를 다음과 같이 정의하면 GPC 알고리즘 문제의 정식화가 완전히 적용된다.

$$J_s = \sum_{j=N_1}^{N_2} e_{ω_r}^2(t+j) + \lambda \sum_{j=N_1}^{N_2} e_{i_T}^2(t+j-1) \quad (5)$$

$$e_{ω_r}(t+j) = 0 \quad \text{for } j \geq N_{T_r}$$

$$e_{i_T}(t+j) = \hat{i}_T(t+j) - i_{T_r}^*(t+j) \quad (6)$$

$$e_{i_T}(t+j) = A_i^* t_j - A_i^* i_{T_r}^*(t+j) \quad (7)$$

단, N_1 : 속도루프 최소 비용 구간(minimum costing horizon)

N_2 : 속도루프 최대 비용 구간(maximum costing horizon)

N_{T_r} : 속도루프 제어 구간(control horizon)

λ : 속도루프 가중치

그러므로 GPC CARIMA 모델식을 다음 식으로서 재구성할 수 있다.

$$A_s(q^{-1})\Delta e_{\omega_s}(t) = B_s(q^{-1})e_{\hat{\tau}_r}(t-1) + \xi_s(t) \quad (8)$$

GPC CARIMA 모델 식 (1)에서 j 번째 출력예측기(j-step ahead predictor)를 \hat{e}_{ω_r} 를 유도하기 위해 다음의 식에 Diophantine 항등식을 도입한다.

$$A_s(q^{-1})\Delta e_{\omega_s}(t+j) = B_s(q^{-1})e_{\hat{\tau}_r}(t+j-1) + \xi_s(t+j) \quad (9)$$

예측과 제어를 위한 Diophantine Equation :

$$\Delta A_s(q^{-1})J_j(q^{-1}) + q^{-j}F_j(q^{-1}) = 1 \quad (10)$$

$$G_j(q^{-1}) + q^{-j}H_j(q^{-1}) = B_s(q^{-1})J_j(q^{-1}) \quad (11)$$

단, $N_1 \leq j \leq N_2$

$$\deg J_j(q^{-1}) = j-1$$

$$\deg F_j(q^{-1}) = \deg A_s(q^{-1})$$

$$\deg G_j(q^{-1}) = j-1$$

$$\deg H_j(q^{-1}) = \deg B_s(q^{-1}) - 1$$

식 (9)에 식 (10)과 식 (11)을 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} \hat{e}_{\omega_r}(t+j) &= F_j(q^{-1})e_{\omega_s}(t) + [G_j(q^{-1}) \\ &\quad + q^{-j}H_j(q^{-1})]e_{\hat{\tau}_r}(t+j-1) \\ &\quad + J_j(q^{-1})\xi_s(t+j) \end{aligned} \quad (12)$$

의 결과를 얻을 수 있고 미래의 관을 임명균으로 가정한다면 j 번째 출력 예측기는 다음과 같다

$$\begin{aligned} \hat{e}_{\omega_s}(t+j) &= F_j(q^{-1})e_{\omega_s}(t) + G_j(q^{-1})e_{\hat{\tau}_r}(t+j-1) \\ &\quad + H_j(q^{-1})e_{\hat{\tau}_r}(t-1) \end{aligned} \quad (13)$$

식 (13)의 e_{ω_s} 의 j 를 $N_1(=1)$ 에서 N_2 까지 확장하여 표현

하여 출력예측기를 표현하면

$$e_{\omega_s} = Fe_{\omega_s} + Ge_{\hat{\tau}_r} + He_{\hat{\tau}_r} \quad (14)$$

여기서,

$$e_{\omega_s} = [\hat{e}_{\omega_s}(t+1), \hat{e}_{\omega_s}(t+2), \dots, \hat{e}_{\omega_s}(t+N_2)]^T$$

$$e_{\hat{\tau}_r} = [e_{\hat{\tau}_r}(t), e_{\hat{\tau}_r}(t+1), \dots, e_{\hat{\tau}_r}(t+N_{\hat{\tau}_r}-1)]^T$$

$$e_{\omega_s} = [e_{\omega_s}(t), e_{\omega_s}(t-1), \dots, e_{\omega_s}(t-n_A)]^T$$

$$e_{\hat{\tau}_r} = [e_{\hat{\tau}_r}(t-1), e_{\hat{\tau}_r}(t-2), \dots, e_{\hat{\tau}_r}(t-n_B+1)]^T$$

$$F = [F_{N_1}(q^{-1}), \dots, F_{N_2}(q^{-1})]^T$$

$$H = [H_{N_1}(q^{-1}), \dots, H_{N_2}(q^{-1})]^T$$

$$G = \begin{bmatrix} g_0^0 & & & & \\ g_1^0 & g_0^1 & & & \\ g_2^0 & g_1^1 & g_0^2 & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\ g_{N_1}^0 & g_{N_1}^1 & \cdots & \cdots & g_{N_2}^{N_2} \end{bmatrix}$$

와 같다. 일반형 예측제어관 CARIMA 모델식 (1)에 대해 식 (5)와 같은 가격함수(cost function)을 최소화 시키는 제어 시퀀스를 식 (14)와 같은 출력예측기를 이용하여 모두 구한 다음 첫번째 제어량만 사용하는 것이다. 식 (5)를 최소화하는 입력벡터 $e_{\hat{\tau}_r}$ 는

$$e_{\hat{\tau}_r} = -[\lambda I + G^T G]^{-1} G^T [Fe_{\hat{\tau}_r} + He_{\hat{\tau}_r}] \quad (15)$$

로 주어지며, 첫번째 제어량 $e_{\hat{\tau}_r}$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} e_{\hat{\tau}_r}(t) &= -[1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0] [\lambda I + G^T G]^{-1} G^T \\ &\quad \cdot [Fe_{\omega_s}(t) + He_{\hat{\tau}_r}(t-1)] \\ &= -K [Fe_{\omega_s}(t) + He_{\hat{\tau}_r}(t-1)] \end{aligned} \quad (16)$$

$$\text{단, } K = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0] [\lambda I + G^T G]^{-1} G^T$$

식 (16)을 좌변에 $e_{\hat{\tau}_r}$ 와 우변에 e_{ω_s} 항이 오도록 정리하면 다음과 같다.

$$S(q^{-1})e_{\hat{\tau}_r}(t) = -R(q^{-1})e_{\omega_s}(t) \quad (17)$$

$$\text{여기서, } S(q^{-1}) = 1 + q^{-1}KH$$

$$R(q^{-1}) = KF$$

식 (17)의 $e_{\hat{\tau}_r}$ 와 e_{ω_s} 를 ω_r 과 ω_r^* 의 항으로 변환하여 식 (3), (4), (6), (7)을 식 (17)에 대입하면 다음의 2차유도 속도제어기가 구성된다.

$$\begin{aligned} S(q^{-1})\Delta i_r^*(t) &= -R(q^{-1})\omega_r(t) \\ &\quad + A_r^{-1}(q^{-1})[S(q^{-1})\Delta A_s(q^{-1})C(q^{-1}) \\ &\quad + q^{-1}B_s(q^{-1})C(q^{-1})R(q^{-1})]\omega_r^* \end{aligned} \quad (18)$$

2.2 위치제어기

실제속도 $\omega_r(t)$ 과 실제위치 $\theta_r(t)$ 의 플랜트모델이 다음과 같이 표현이 된다.

$$A_p(q^{-1})\theta_r(t) = B_p(q^{-1})\omega_r(t-1) + \frac{\xi_p(t)}{A(q^{-1})} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서, } A_p(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} \\ B_p(q^{-1}) &= b_0 \\ \xi_p(t): \text{외관} \end{aligned}$$

그리면 위치루프의 CARIMA 모델은 식 (19)과 식 (3)의 관계로부터 식 (21)로 재정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} \theta_r(t) &= \frac{q^{-1}B_p(q^{-1})B_r(q^{-1})}{A_p(q^{-1})A_r(q^{-1})}w_r^*(t) \\ &= \frac{q^{-1}B_p(q^{-1})}{A_p(q^{-1})}w_r^*(t) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\text{여기서, } A_{pr}(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + a_3q^{-3}$$

$$B_{pr}(q^{-1}) = b_0 + \beta_1q^{-1}$$

j 번째 출력예측기(j-step ahead predictor)를 $\hat{\theta}_r$ 를 유도하기 위해 다음의 Diophantine 항등식을 도입하여 정리하면 식(23)을 나타낼 수 있다.

예측과 제어를 위한 Diophantine Equation :

$$\Delta A_p(q^{-1})f_j(q^{-1}) + q^{-j}F_j(q^{-1}) = 1 \quad (21)$$

$$G_j(q^{-1}) + q^{-j}H_j(q^{-1}) = B_p(q^{-1})f_j(q^{-1}) \quad (22)$$

단, $N_1 \leq j \leq N_2$

$$\deg f_j(q^{-1}) = j-1$$

$$\deg F_j(q^{-1}) = \deg A_p(q^{-1})$$

$$\deg G_j(q^{-1}) = j-1$$

$$\deg H_j(q^{-1}) = \deg B_p(q^{-1}) - 1$$

$$\Theta_r(t+j) = F_j(q^{-1})\Theta_r(t) + G_j(q^{-1})\Delta\omega_r^*(t+j-1) + H_j(q^{-1})\omega_r^*(t-1) + J_j(q^{-1})\xi_p(t+j) \quad (23)$$

의 결과를 얻을 수 있고 속도제어기에서와 마찬가지로 미래 의관을 영평균으로 가정하여 j번째 출력 예측기를 구성하고 Θ_r 의 j를 1에서 N_2 까지 확장하여 표현하여 출력예측기식 을 가격함수에 대입하여 첫번째 제어량만 구한다.

$$J_p = \sum_{j=N_1}^{N_2} [\Theta_r(t+j) - \Theta_r^*(t+j)]^2 + \lambda \sum_{i=N_1}^{N_w} \Delta\omega_r^*(t+j-1)^2 \quad (24)$$

단, N_1 : 위치루프 최소 비용 구간 (minimum costing horizon)
 N_2 : 위치루프 최대 비용 구간 (maximum costing horizon)
 N_w : 위치루프 제어 구간 (control horizon)
 λ : 위치루프 가중치
 $\Delta\omega_r^*(t+j) = 0 \text{ for } j \geq N_w$

$$\Delta\omega_r^*(t) = -[1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0] [K' I + G'^T G]^{-1} G'^T \\ \cdot [F' \Theta_r(t) + H' \Delta\omega_r^*(t-1) - \Theta_r^*] \\ = -K' [F' \Theta_r(t) + H' \Delta\omega_r^*(t-1) - \Theta_r^*] \quad (25)$$

$$\text{단, } K' = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0] [K' I + G'^T G]^{-1} G'^T$$

식 (25)을 좌변에 ω_r^* 과 우변에 Θ_r , Θ_r^* 항이 오도록 정리하면 다음과 같은 2차유도 위치제어기가 얻어진다.

$$S'(q^{-1})A(q^{-1})\omega_r^*(t) = -R'(q^{-1})\Theta_r(t) + T'\Theta_r^*(t) \quad (26)$$

$$\text{여기서, } S'(q^{-1}) = 1 + q^{-1}K' H' \\ R'(q^{-1}) = K' F' \\ T' = K' [q^{N_1} \dots q^{N_w}]$$

3. 동일차원 자속관측기

자속관측기를 구성하기 위해서 상태방정식에 따른 유도전동기의 모델화가 필요하다. 고정자 좌표계상에서의 유도전동기의 상태방정식은 1차전류 i_s , 2차자속 λ_r 을 상태변수로 하고, 1차 전압 v_s 를 제어입력으로 하는 선형방정식으로 표현되어질 수 있다.

$$\begin{bmatrix} i_s \\ \lambda_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ \lambda_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} V_s \quad (27)$$

$$i_s = [I \ 0] \begin{bmatrix} i_s \\ \lambda_r \end{bmatrix} \quad (28)$$

유도전동기의 동일차원 2차 자속관측기는 상태방정식의 고정자전류의 추정오차를 수정 피드백항으로 부가하여 식 (29)으로 나타낼 수 있다.^[5]

$$\dot{\bar{X}} = \bar{A}\bar{X} + BV_s + G(\hat{i}_s - i_s) \\ = \bar{A}\bar{X} + BV_s + GC(\bar{X} - X) \quad (29)$$

여기서, 개인 행렬 G 는 다음과 같다.

$$G = \begin{bmatrix} g_1 & -g_2 \\ g_2 & g_1 \\ g_3 & -g_4 \\ g_4 & g_3 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$g_1 = (k-1)\left(\frac{R_s}{\sigma L_r} + \frac{1}{\sigma L_s}\right)$$

$$g_2 = (k-1)\omega_r \\ g_3 = (k^2-1)\left(\frac{L_r}{M}(R_s + \frac{(1-\sigma)L_s}{\tau_r}) + \frac{1}{\tau_r}\right) \\ - \frac{\sigma L_s L_r}{M}(k-1)\left(\frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1}{\sigma L_r}\right) \\ g_4 = \frac{\sigma L_s L_r}{M}(k-1)\omega_r \\ c = -\frac{\sigma L_s L_r}{M}$$

4. 실험 결과

그림 2는 전체 시스템 블럭선도이다.

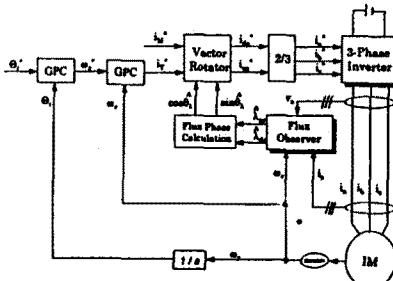


그림 2 전체 시스템 블럭선도

앞에서 서술한 일반형 예제이기와 동일차원 자속관측기를 TMS320C31 DSP를 이용하여 구현하였고 유도전동기 베리제어시스템에 적용하였다. 실험에서 사용된 3상 유도전동기는 정격 220V, 8.3A, 1720rpm, 2.2KW, 4극이며 1차저항 1Ω, 2차저항 0.52Ω, 1차 인터리스 110mH, 2차인터리스 103mH, 상호인터리스 103mH의 정수를 갖고 있다.

전류제어기는 성능향상을 위하여 고속 스위칭이 가능한 IGBT 인버터를 사용하였으며, 파워소자의 턴 온·오프 시간에 의존하는 휴지기간을 최대한 줄임으로써 더욱 효율적인 제어가 가능하도록 하였다. 실험에 사용된 엔코더는 1 회전당 6000펄스용 엔코더필스를 4제곱 해야 이용하였다.

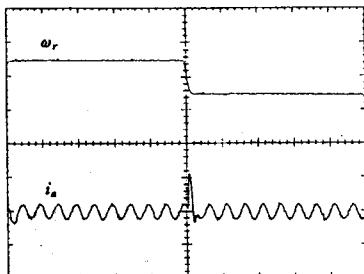
그림 3과 속도지령치를 300 rpm → -300 rpm으로 지령한 뒤의 속도응답과 a 상의 실제전류를 보여주고 있다. 그림 4, 6은 위치지령치를 각각 2π , 30π 로 지령한 경우의 위치응답과 속도이며 그림 8는 위치지령치를 $4\pi \rightarrow -4\pi \rightarrow 4\pi \rightarrow -4\pi \rightarrow 4\pi$ 로 지령한 경우의 위치응답과 토오크분 지령전류를 보여주고 있다. 그림 5, 7은 a 상 실제전류 및 토오크분 지령전류를 나타내고 있다. 위 실험에서 보듯이 제어기가 위치와 속도제어에 있어서 양호한 성능을 보여주고 있음을 알 수 있다.

5. 결 과

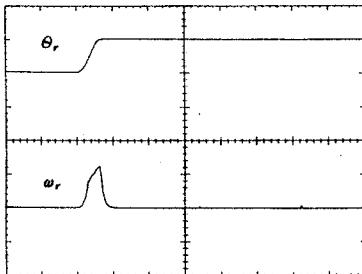
본 논문에서는 유도전동기의 고성능 위치제어와 속도제어를 위하여 TMS320C31 DSP를 사용하였으며 실험 결과 제안한 GPC 알고리즘 및 동일차원 자속관측기를 이용하여 구현한 알고리즘이 위치지령 및 속도폐면에 따른 양호한 응답 특성을 보였다. 제안한 알고리즘으로 교류서보시스템 용도에 유도전동기의 적용가능성을 보였으며, 차후 연구과제로써 부하실험을 행하여 GPC의 뛰어난 제어성능을 보이고자 한다.

6. 참 고 문 헌

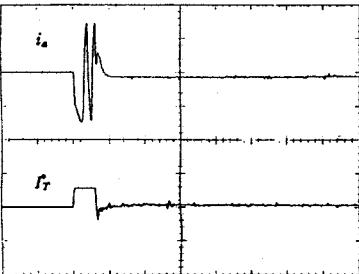
- [1] D. W. Clarke and C. Mohtadi and P. S. Tuffs, "Generalized Predictive Control".Part 1:The basic algoritm. Automatica, Vol 23. No 2. pp137-148, 1987
- [2] K. J. Åström and B. Wittenmark , "Adaptive Control", Addison-Wesley, 1989
- [3] R. R. Bitmead and M. Gevers and V. Werts. "Adaptive Optimal Control - The Thinking Man's GPC", Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1991
- [4] Terence T. C. Tsang, "The Application of Predictive Control to Flexible Robot Arms", D. Phil. Thesis, Oxford University and OUEL report 1842/90
- [5] Hiisao Kubota Kouki Matsui, "Adaptive Flux Observer of Induction Motor and its stability" T.IEE Japan, Vol. 111-D, No.3, '91, pp188-194



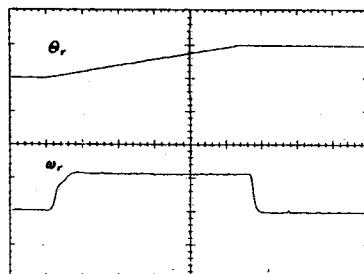
[750 rpm/div, 13.6 A/div, 200 ms/div]
그림 3. 실제속도와 a상 실제 전류



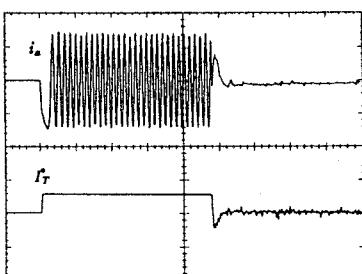
[2π rad/div, 643 rpm/div, 200 ms/div]
그림 4. 위치응답과 속도



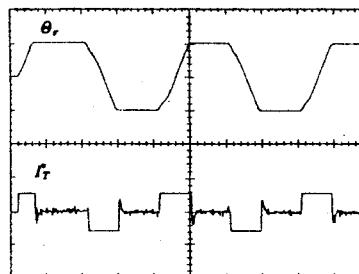
[13.6 A/div, 41.6 A/div, 200 ms/div]
그림 5. a상 전류와 토오크분 지령전류



[30π rad/div, 833.3 rpm/div, 200ms/div]
그림 6. 위치응답과 속도



[13.6 A/div, 41.6 A/div, 200 ms/div]
그림 7. a상 전류와 토오크분 지령전류



[4π rad/div, 41.6 A/div, 200ms/div]
그림 8. 위치응답과 속도