

규정된 동특성을 갖는 영구 자석형 동기 전동기의
적응 궤환 선형화 제어 기법

김경화^o, 백인철, 주형길, 윤명중
한국과학기술원 전기 및 전자공학과

Adaptive Feedback Linearization Technique of PM Synchronous Motor
With Specified Output Dynamic Performance

Kyeong-Hwa Kim, In-Cheol Baik, Hyeong-Gil Joo, and Myung-Joong Youn
Department of Electrical Engineering
Korea Advanced Institute of Science and Technology

Abstract : An adaptive feedback linearization technique of a PM synchronous motor with specified output dynamic performance is proposed. The adaptive parameter estimation is achieved by a model reference adaptive technique where the stator resistance and flux linkage can be estimated with the current dynamic model and the state observer. Using these estimated parameters, the linearizing control inputs are calculated and a nonlinear coupled model of a PM synchronous motor is input-output linearized. The resultant model has the load torque disturbance. To get a perfect decoupled model, the load torque is estimated. The adaptation laws are derived by the hyperstability theory and positivity concept. The robustness of the proposed control scheme will be proven through the computer simulations.

I. 서론

영구 자석형 동기 전동기가 산업용 로봇이나 공작 기계 등과 같은 여러 구동 시스템에서 DC 전동기를 대체해나가고 있다. 영구 자석형 동기 전동기는 같은 용량의 DC 전동기에 비해 높은 전력 밀도, 고효율 및 큰 토크 대 판성비를 갖으며, 브러쉬와 정류자에 의한 문제가 존재하지 않는다[1]. 그러나 영구 자석형 동기 전동기는 비선형 및 coupling 특성을 가지므로 보다 복잡한 제어가 설계가 요구된다.

최근에, 출력 동적 성능을 선형 제어가 설계 기법으로 규정하기 위해, 궤환 선형화 및 입-출력 비간섭 제어 기법이 로봇 manipulators, 유도 전동기 및 영구 자석형 동기 전동기와 같은 비선형 plants의 제어에 적용되어 왔다[2]-[6]. 기본적인 개념은 비선형 시스템을 비선형 궤환에 의해 선형으로 변환하여, 선형 설계 기법을 사용하여 제어를 설계하는 것이다[2]. 하지만, 이 기법은 충분한 정도로 plant 파라미터 및 부하 상태를 알아야하며, 제어기 파라미터가 plant 파라미터와 다를 때, 만족스러운 응답을 기대하기 어렵다. 파라미터 변화 시에도 강인한 응답을 보장하기 위해, 제어기 파라미터가 적절히 추정되어야 한다. [6]에서, 속도와 d축 전류를 출력으로 사용하여, 입-출력 선형화 기법이 영구 자석형 동기 전동기에 적용되었다. 여기서 부정확한 속도 측정에 대한 강인성을 보장하기 위해 선형 제어기에 적분기가 추가되었으나, 다른 전동기 파라미터 변화는 고려되지 않았다. 게다가, 추가된 적분 제어는 파라미터 변화시 과도 응답 특성의 향상을 기대할 수 없다.

본 논문에서는 규정된 동적 성능을 갖는 영구 자석형 동기 전동기의 적응 궤환 선형화 기법이 제안된다. 적응 파라미터 추정은 model

reference adaptive system (MRAS) 기법에 의해 수행되며 적응 법칙이 hyperstability와 positivity 개념에 의해 유도된다. 우선, 쇄고 자속과 고정자 저항이 전류 동적 모델과 상태 관측기에 의해 추정된다. 추정된 파라미터를 사용하여 선형화 제어 입력이 계산된다. 결과적인 시스템은 선형이나, 여전히 부하 토크 외란 성분과 가지고 있다. 완전한 입-출력 decoupling 된 시스템을 구하기 위해 부하 토크가 추정된다. 결과적으로 선형 모델로 규정된 출력 동적 응답을 얻을 수 있다.

II. 부하 토크 추정을 갖는 입-출력 선형화

A. 영구 자석형 동기 전동기의 모델링

부하 토크를 제외한 다른 전동기 파라미터가 알려진다는 가정을 가지고, 영구 자석형 동기 전동기의 모델은 추정된 부하 토크 \hat{T}_L 을 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{x} = f(x) + g_1 v_m + g_2 v_a + d \Delta T_L \quad (1)$$

여기서, $x = (\omega, i_m, i_a)^T$, $g_1 = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{L_s} & 0 \end{pmatrix}^T$, $g_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{L_s} \end{pmatrix}^T$

$$\Delta T_L = T_L - \hat{T}_L, \quad d = \begin{pmatrix} -\frac{P}{J} & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$$

$$f(x) = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \frac{P^2}{J} \{ (L_s - L_q) i_m i_a + \lambda_m i_m \} - \frac{P}{J} \hat{T}_L \\ -\frac{R_s}{L_s} i_m - \frac{L_q}{L_s} \omega i_m - \frac{\lambda_m}{L_s} \omega \\ -\frac{R_s}{L_s} i_a + \frac{L_q}{L_s} \omega i_m \end{pmatrix}$$

또한, T_L 은 실제의 부하 토크, R_s 는 고정자 저항, L_s 및 L_q 는 각각 q축 및 d축 고정자 인덕턴스, ω 은 회전자 전기 각속도, 그리고 λ_m 은 쇄고 자속을 나타낸다. 식 (1)에서, 영구 자석형 동기 전동기의 비선형성은 coupling 및 토크의 salient 성분임을 볼 수 있다.

B. 입-출력 선형화

비선형 모델 (1)을 선형화하기 위해, $f(x) = (f_1, \dots, f_n)$ 을 따라 state function $h(x) : R^n \rightarrow R$ 의 Lie derivative 가 다음과 같이 정의된다.

$$L_f h = \nabla h \cdot f = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h}{\partial x_i} f_i(x) \quad (2)$$

$$L_f^2 h = L_f (L_f^1 h) \quad (3)$$

입-출력 선형화를 수행하기 위해 ω , 과 i_a 가 출력으로 선정된다. 다음의 상태 변수를 정의하자.

$$\begin{aligned} y_1 &= h_1(x) = \omega, \\ y_2 &= L_f h_1(x) = \frac{3}{2} \frac{P^2}{J} \left\{ (L_d - L_q) i_a i_m + \lambda_m i_m \right\} - \frac{P}{J} \hat{T}_L \\ y_3 &= h_2(x) = i_a \end{aligned} \quad (4)$$

새로운 상태 변수를 사용한 동적 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2 + L_f h_1 \cdot \Delta T_L \\ \dot{y}_2 &= L_f^2 h_1 + L_{g1} L_f h_1 \cdot v_m + L_{g2} L_f h_1 \cdot v_a + \frac{d}{dt} \hat{T}_L \cdot L_f h_1 \\ \dot{y}_3 &= L_f h_2 + L_{g3} h_2 \cdot v_a \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, $L_f h_1 = -\frac{P}{J}$, $L_{g1} L_f h_1 = \frac{3}{2} \frac{P^2}{J L_d} (L_d - L_q) i_m$

$$L_f h_2 = -\frac{R}{L_d} i_a + \frac{L_q}{L_d} \omega \cdot i_m, \quad L_{g3} h_2 = \frac{1}{L_d}$$

$$L_{g1} L_f h_1 = \frac{3}{2} \frac{P^2}{J L_d} \left\{ (L_d - L_q) i_a + \lambda_m \right\}$$

$$L_f^2 h_1 = \frac{3}{2} \frac{P^2}{J} \left\{ -\frac{R}{L_d} i_m - \frac{L_d}{L_q} \omega \cdot i_a - \frac{\lambda_m}{L_d} \omega \right\}$$

$$+ \frac{3}{2} \frac{P^2}{J} \left\{ \frac{L_d - L_q}{L_d} \left[-\frac{R}{L_d} i_a i_m - \frac{L_d}{L_q} \omega \cdot i_a^2 - \frac{\lambda_m}{L_d} \omega \cdot i_a - \frac{R}{L_d} i_a i_m + \frac{L_q}{L_d} \omega \cdot i_m^2 \right] \right\}$$

식 (5)를 선형화하기 위한 제어 입력은 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{pmatrix} v_m \\ v_a \end{pmatrix} = D(x)^{-1} \begin{pmatrix} -L_f^2 h_1 - \frac{d}{dt} \hat{T}_L \cdot L_f h_1 + u_1 \\ -L_f h_2 + u_2 \end{pmatrix} \quad (6)$$

여기서, u_1 과 u_2 는 등가 제어 입력이며, $D(x)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$D(x) = \begin{pmatrix} L_{g1} L_f h_1 & L_{g2} L_f h_1 \\ 0 & L_{g3} h_2 \end{pmatrix} \quad (7)$$

선형화 제어 입력인 식 (6)을 구하기 위해서는 $D(x)$ 의 inverse를 구해야 한다. 그러나, d축 전류가 demagnetization 전류에 이르면, $D(x)$ 는 singular가 되어 식 (6)을 계산할 수 없다[6]. $D(x)$ 의 singular point는 다음과 같이 구해진다.

$$(L_d - L_q) i_a + \lambda_m = 0 \quad \text{or} \quad i_a = -\frac{\lambda_m}{(L_d - L_q)} \quad (8)$$

(8)을 제외한 어느 d축 전류 값에서도 식 (6)은 항상 계산될 수 있다. 식 (6)을 사용하여 구한 선형화된 모델은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_2 + L_f h_1 \cdot \Delta T_L \\ \dot{y}_2 &= u_1 \\ \dot{y}_3 &= u_2 \end{aligned} \quad (9)$$

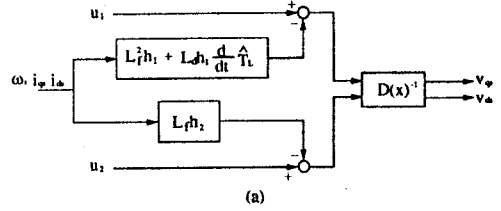
식 (9)는 속도와 d축 전류가 완전히 decouple 되어 있으며, 단지 부하 토크 외란이 포함되어 있다. 그림 1은 선형화 제어 입력의 계산 및 decouple된 속도와 d축 전류 특성을 보여준다.

C. 부하 토크 추정

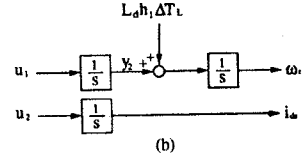
부하 토크를 추정하기 위해 다음의 등가 제어 입력 및 기준 모델을 선정한다.

$$\begin{aligned} u_1 &= -k_{\omega 1} (y_1 - \omega^*) - k_{\omega 2} (y_1 - \dot{\omega}^*) + \ddot{\omega}^* \\ u_2 &= -k_{i_a} (y_3 - i_a^*) + \dot{i}_a^* \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_{1M} &= y_{1M} \\ \dot{y}_{2M} &= -k_{\omega 1} (y_{1M} - \omega^*) - k_{\omega 2} (y_{1M} - \dot{\omega}^*) + \ddot{\omega}^* \\ \dot{y}_{3M} &= -k_{i_a} (y_{3M} - i_a^*) + \dot{i}_a^* \end{aligned} \quad (11)$$



(a)



(b)

Fig. 1 (a) Calculation of the linearizing control inputs
(b) Resultant linearized model

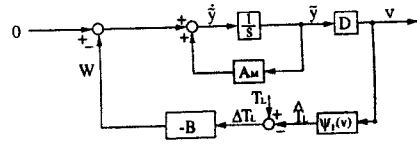


Fig. 2 Structure of MRAS system for the load torque estimation

식 (9), (10) 및 (11)로부터 error dynamics는 다음과 같이 구해진다.

$$\dot{\tilde{y}} = A_M \tilde{y} - W \quad (12)$$

여기서, $\tilde{y} = y - y_M$, $W = -B \cdot \Delta T_L$

$$A_M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -k_{\omega 1} & -k_{\omega 2} & 0 \\ 0 & 0 & -k_{i_a} \end{pmatrix}, \quad B = (L_d h_1 \quad 0 \quad 0)^T$$

식 (12)로부터, 부하 토크 추정을 위한 MRAS 시스템이 그림 2와 같이 구성될 수 있다. 그림 2는 linear forward block과 nonlinear feedback block으로 구성된다. 이러한 시스템이 hyperstable 하기 위해서는 다음의 2개의 조건이 만족되어야 한다[8].

1. Forward transfer function matrix is strictly positive real (SPR)
2. Input-output inner product of nonlinear feedback block satisfies the Popov's integral inequality as follows:

$$\int_0^t v^T W dt = \int_0^t -v^T B \cdot \Delta T_L dt \geq -\gamma^2 \quad \text{for all } t \geq 0 \quad (13)$$

여기서, $v = D \tilde{y}$ 이고 γ 는 유한 정수이다. 또한, stable matrix A_M 에 대해, SPR 전향 전달함수 행렬이 $D = P$ 로 하여 구할 수 있다. 이 때 P 는 positive definite이고 다음의 Lyapunov 방정식의 해가 된다.

$$A_M^T P + P A_M = -Q \quad (14)$$

여기서, Q 는 positive definite matrix이다. 부하 토크 외란에 대한 적응 규칙은 식 (13)으로부터 유도되며 다음과 같이 나타난다.

$$\hat{T}_L(v, t) = \left(k_{\tau r} + \frac{k_{\tau s}}{s} \right) \cdot (v^T B) = \left(k_{\tau r} + \frac{k_{\tau s}}{s} \right) \cdot (v_1 \cdot L_d h_1) \quad (15)$$

여기서, $v = (v_1 \quad v_2 \quad v_3)^T$ 이며 $k_{\tau r}$ 과 $k_{\tau s}$ 는 각각 부하 토크 추정을 위한 PI 이득이다. 이 추정된 부하 토크로 식 (9)는 외란이 없는 선형 상태 방정식이 된다. 추정된 부하 토크가 실제 값에 수렴할 때, 식 (9)와 (10)으로부터 다음의 출력 동특성을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_\omega + k_\omega e_\omega + k_s e_s &= 0 \\ \dot{e}_s + k_s e_s &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

여기서, $e_\omega = \omega - \omega^*$, $e_s = i_s - i_s^*$

III. 쇄교 자속 및 고정자 저항의 추정

선형화 모델 (9)를 구하기 위해 선형화 제어 입력 (6)이 계산될 때, 모든 파라미터가 알려진다고 가정하였다. 그러나 쇄교자속이나 고정자 저항에 변화가 존재한다. 이러한 문제를 극복하기 위해 쇄교자속과 고정자 저항이 전류 방정식과 상태 관측기를 사용하여 추정된다. q축 및 d축의 전류는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{i}_s = A i_s + B v_s + f \quad (17)$$

여기서, $i_s = \begin{pmatrix} i_q \\ i_d \end{pmatrix}$, $v_s = \begin{pmatrix} v_q \\ v_d \end{pmatrix}$

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & -\frac{L_d}{L_s} \omega \\ \frac{L_d}{L_s} \omega & -\frac{R_s}{L_s} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} \end{pmatrix}, f = \begin{pmatrix} -\frac{\lambda_m \omega}{L_s} \\ 0 \end{pmatrix}$$

상태 관측기는 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\hat{i}}_s = \hat{A} \hat{i}_s + \hat{B} v_s + \hat{f} + G(\hat{i}_s - i_s) \quad (18)$$

여기서, ' $\hat{\cdot}$ '은 추정된 양을 나타낸다. 식 (17)과 (18)로부터, 관측기의 error equation은 다음과 같이 구해진다.

$$\dot{e} = (A + G)e - W \quad (19)$$

여기서, $e = i_s - \hat{i}_s$, $W = -\Delta A \hat{i}_s - \Delta f$

$$\Delta A = A - \hat{A} = \begin{pmatrix} -\frac{\Delta R_s}{L_s} & 0 \\ 0 & -\frac{\Delta R_s}{L_s} \end{pmatrix}, \Delta f = f - \hat{f} = \begin{pmatrix} -\frac{\omega}{L_s} \\ 0 \end{pmatrix} \Delta \lambda_m$$

$$\Delta R_s = R_s - \hat{R}_s, \Delta \lambda_m = \lambda_m - \hat{\lambda}_m$$

2장과 유사한 과정을 거쳐 쇄교자속과 고정자 저항이 다음과 같이 추정될 수 있다.

$$\hat{\lambda}_m = -\left(k_\pi + \frac{k_m}{s}\right) \cdot (e_\omega \omega) \quad (20)$$

$$\hat{R}_s = -\left(k_\pi + \frac{k_m}{s}\right) \cdot \left(\frac{1}{L_s} e_\omega \hat{i}_q + \frac{1}{L_s} e_s \hat{i}_d\right) \quad (21)$$

여기서, k_π 및 k_m 는 각각 쇄교자속 추정을 위한 PI 이득이고, k_π 및 k_m 는 각각 고정자 저항의 추정을 위한 PI 이득이다. 이 추정된 쇄교자속, 고정자 저항 및 부하 토오크를 사용하여, 선형화 제어 입력 (6)이 계산된다.

IV. 시뮬레이션 및 토론

시뮬레이션에 사용된 영구 자석형 동기 전동기의 nominal 파라미터는 다음과 같다.

$$R_s = 1.07[\Omega], L_s = 4.6[\text{mH}], L_d = 2.3[\text{mH}], \lambda_m = 0.2[\text{Wb}]$$

그림 3은 $t=0$ 에서 R_s 와 λ_m 이 각각 nominal 값의 80%이고 1 Nm의 step 부하 토오크가 $t=100$ msec에 인가될 때 제안된 제어 기법의 출력인 속도와 d축 전류 응답을 보여준다. 속도와 d축 전류 명령은 각각 600 [rpm]과 1 [A]이며, 샘플링 주기는 0.1 [msec]이다. 선형화된 모델의 동적 특성을 규정하기 위한 이득은 $k_\omega = 10000$, $k_s = 140$, 그리고 $k_m = 1000$ 으로 설정된다. 부하 토오크 외란이 존재하지만 전동기 속도는 명령을 잘 추종한다. $t=100$ [msec]에서 d축 전류의 과도 상태 오차가 존재한다. 그 이유는 부하 토오크의 인가에도 불구하고, 부하 토오크가 추정된 후 신속히 제거된다. 그림 4는 추

정된 \hat{R}_s , $\hat{\lambda}_m$ 및 \hat{R}_s 를 보여준다. 파라미터 추정을 위한 PI 이득은 $k_\pi = 0.3$, $k_m = 0.0005$, $k_\pi = 0$, $k_m = 2000$, $k_\pi = 0$, $k_m = 1000$, 그리고 $Q = I_s$ 이다.

V. 결론

본 논문에서는 규정된 동적 성능을 갖는 영구 자석형 동기 전동기의 적용 관련 선형화 기법이 제안되었으며 부하 토오크 외란과 파라미터 변화에 대해 강한 성능을 나타냄을 시뮬레이션을 통해 입증하였다. 규정된 동적 성능은 비선형 모델인 전동기를 입-출력 선형화한 선형 모델에 의해 얻었으며, 적용 파라미터 추정은 MRAS 기법에 의해 수행되었다. 적용 법칙이 hyperstability와 positivity 개념에 의해 유도되었다. 쇄교 자속과 고정자 저항이 전류 동적 모델과 상태 관측기에 의해 추정되었으며, 부하 토오크 외란 성분은 가지지 않는 완전한 입-출력 선형화된 모델을 구하기 위해 부하 토오크가 추정되었다.

References

- [1] T. H. Liu, C. M. Young, and C. H. Liu, "Microprocessor-based controller design and simulation for a permanent magnet synchronous motor drive," *IEEE Trans. Industrial Electronics*, vol. 35, pp. 516-523, November, 1988.
- [2] J. J. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*. Prentice-Hall International Editions, 1991.
- [3] A. Bellini, G. Figalli, and F. Tosti, "Linearized model of induction motor drives via nonlinear state feedback decoupling," EPE, Firenze, 1991.
- [4] P. D. Olivier, "Feedback linearization of DC motors," *IEEE Trans. Industrial Electronics*, vol. 38, pp. 498-501, December, 1991.
- [5] T. von Raumer, J. M. Dion, L. Dugard, and J. L. Thomas, "Applied nonlinear control of an induction motor using digital signal processing," *IEEE Trans. Control Systems Technology* vol. 2, pp. 327-335, December 1994.
- [6] B. Le Plouffe, "Comparison of speed nonlinear control strategies for the synchronous servomotor," *Electric Machines and Power Systems*, 21:151-169, 1993.
- [7] P. C. Krause, *Analysis of Electric Machinery*. New York: McGraw-Hill, 1986.
- [8] Y. D. Landau, *Adaptive Control-The Model Reference Approach*. New York: Marcel Dekker, 1979.

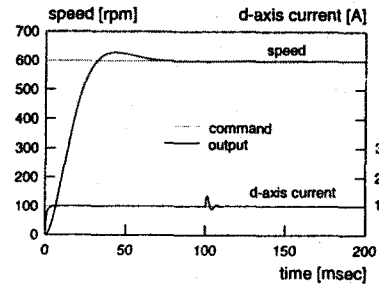


Fig. 3 Speed and d-axis current response

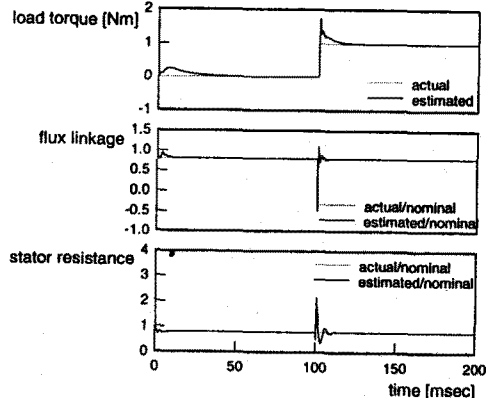


Fig. 4 Estimations of load torque, flux linkage, and stator resistance