

# 솔레노이드형 전자펌프의 전자력 해석

정 용화<sup>0</sup> 안 창희 김 동희 김 한  
 영남대학교 전기 공학과

## Electromagnetic force analysis of electromagnetic pump

Yung-Hwa Joung<sup>0</sup>, Chang-Hoi Ahn, Dong-Hee Kim, Han Kim  
 Department of Electrical Engineering Yeungnam University

### <Abstract>

The electromagnetic force of magnetic plunger for electromagnetic pump system are calculated by finite element method which consider the eddy current, the plunger motion. The mechanical motion equation are solved Runge-Kutta method, and coupled with the finite element method. With the external circuit equation dynamic simulation of the pump system are achieved. Electrostatic flux is verified by comparing with other commercial analysis software. Similar analysis of other type solenoidal actuators can be done by this procedure.

### 1. 서론

보일러의 오일 펌프 혹은 자동차의 연료 펌프 등에 사용될 수 있는 전자펌프는 기본적으로 솔레노이드형 전자석을 이용해서 발생하는 전자기력을 이용한 것이다.

솔레노이드형 전자펌프(Electromagnetic pump)는 비교적 간단한 구조로 되어 있지만 설계는 고전적인 해석방식만으로 정확히 해석하기 힘들다. 솔레노이드에 발생하는 전차계를 해석하는데 유한요소법이 많이 적용되어 왔고, 솔레노이드 액츄에이터의 동작영역에 영향을 주는 요소에 대해서도 세밀한 해석이 이루어지고 있다. [1,2,3,4]

이러한 계를 표현하는 방정식은 유한 요소방정식, 외부 회로방정식, 기계적 운동방정식으로 되며 매우 복잡한 구조를 가지게 된다. 본 연구에서는 축대칭 3차원을 2차원화 하여 유한 요소법에 적용하여 해석했으며, 플런저의 직선 운동의 원인이 되는 전자력(電磁力)은 맥스웰 응력법(Maxwell Stress Tensor Method)을 이용했다.

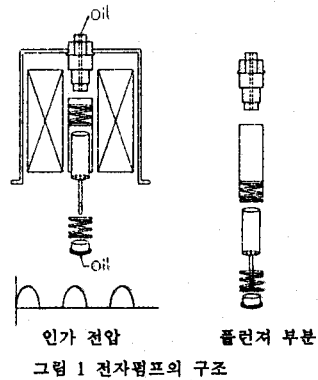
시간 미분항의 처리는 Crank-Nicholson's method 를 사용하였다. 플런저의 시간에 따른 변위는 Runge-Kutta 방법으로 기계 운동방정식을 풀어서 구하였다.

### 2. 본론

#### 2.1 구조

그림1은 전자 펌프의 구조를 나타낸 것으로, 코일에 상용 전원을 인가한 후 다이오드로 반파 정류하여 인가된다. 코일에 전류가 인가되면 자장이 형성되어 전자기력이 생기게 되

어 플런저가 이동하고, 전류가 끊기면 스프링의 복원력에 의해 다시 제자리로 돌아오는 1 행정이 이루어진다.



#### 2.2 지배 방정식

전체계에서 회로 방정식과 운동 방정식의 두 식을 얻을 수 있다. 솔레노이드코일에 전압 인가시 회로 방정식은

$$V = Ri + \frac{d\phi}{dt} \quad (2-1)$$

이 되며 이때

V 는 외부 인가전압,

$\phi$  는 코일 자속, 그리고

R 코일 저항을 나타낸다.

이고,

플런저에 결합된 스프링의 합성력, 유체의 댐핑계수, 그리고 플런저의 전자기력간의 방정식은

$$m \frac{d^2z}{dt^2} + D \frac{dz}{dt} + Kz = f_{mag} \quad (2-2)$$

: m 플런저의 무게

D 마찰 계수

K 스프링 탄성계수

Z 플런저 변위

$f_{mag}$  電磁力

으로 나타낸다.

계(field)를 지배하는 미분방정식은 맥스웰방정식으로부터 다음 식과 같이 자기벡터포텐셜로서 나타낼 수 있다.

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{J} \quad (2-3)$$

여기서  $\mathbf{A}$ 는 벡터 자기 포텐셜이고,  $\mu$ 는 투자율,  $\mathbf{J}$ 는 코일에 흐르는 전류밀도를 나타낸다.

해석하고자 하는 해석영역이 3차원 축대칭 구조이므로 식(2-3)을 전류의 방향이  $\theta$ 방향만 있다고 가정하여 스칼라 문제로 변환 하여 나타내면 아래와 같이 각각 전류인가시의 식(2-4)과 전압인가시의 식(2-5)로 표현된다.

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \nu \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\nu}{r} \frac{\partial (r\mathbf{A})}{\partial r} \right) = -\mathbf{J}_0 + \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (2-4)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \nu \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\nu}{r} \frac{\partial (r\mathbf{A})}{\partial r} \right) = \sigma \left( e + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) \quad (2-5)$$

여기서  $\mathbf{J}_0$ 는 외부인가 전류이며,  $\nu$ 는  $\frac{1}{\mu}$ ,  $e$ 는 전계의 세기,  $\sigma$ 는 도전율을 나타낸다.

### 2.3 요소 방정식

해석 영역을 유한요소법에 적용하기 위해 1차 삼각요소로 분할하여 선형 이산화시킨다. 먼저 정자계 해석을 한후 시간항을 추가 해석하였다.

전압인가 식(2-5)에서 미지수  $\mathbf{A}$ 를 다음 식(2-6)과 같이 기초함수  $N_i$ 로 전개하여 행렬방정식으로 표현하면 식(2-7)과 같다.

$$\mathbf{A}^{(e)} = \sum_{i=1}^3 N_{i\alpha} \mathbf{A}_{i\alpha} \quad (2-6)$$

$$[S] \{A\} + [M] \left\{ \frac{\partial A}{\partial t} + e \right\} = 0 \quad (2-7)$$

윗 식에서  $\left\{ \frac{\partial A}{\partial t} + e \right\}$ 를 다음식과 같이 표현할 수 있다.

$$-\left( \frac{\partial A}{\partial t} + e \right) = \left( \frac{1}{l_w} \right) (e_v - \sum_{\alpha} \int \frac{\partial A}{\partial t} 2\pi r n_w dr dz) \quad (2-8)$$

식(2-8)에서  $e_v$ 는 외부인가 전압,  $l_w$ 는 코일의 총길이, 그리고  $n_w$ 는 단위면적당 권선수를 각각 나타낸다. [2]

따라서 식(2-7)은 다음 식과 같이 외부인가 전압을 우측으로 이항하여 아래 식(2-9)와 같이 표현된다.

$$[S] \{A\} + [U] \left\{ \frac{\partial A}{\partial t} \right\} = [R] \{E\} \quad (2-9)$$

시간항 처리를 위해서 Crank-Nicholson's Method를 사용하면 시간(n+1) 단계는 식(2-10)로 구할 수 있다.

$$\frac{\Delta}{2} [ [S]^{n+1} + [U] ] \{A\}^{n+1}$$

$$= [ [u] - \frac{\Delta}{2} [S] ] \{A\}^n + \frac{\Delta}{2} [ (f)^{n+1} - (f)^n ] \quad (2-10)$$

### 2.4 전자기력 계산

맥스웰 응력법(Maxwell stress tensor)은 힘이 발생하는 물체가 그 내부에 완전히 포함된다면 적분 경로에 관계없이 힘의 크기가 일정하다. 전자기력  $\vec{F}$ 는 식(2-11)로 표현된다.

$$\vec{F} = \frac{1}{\mu_0} \left\{ \int_V (\vec{B} \cdot \nabla) \vec{B} dv - \oint_S \frac{1}{2} \nabla B^2 n ds \right\} \quad (2-11)$$

여기서  $V$ 는 체적이고,  $S$ 는 체적  $V$ 의 표면이고  $\vec{n}$ 는  $S$ 에 수직인 외향 단위 벡터이다.

여기서 식(2-12)은 r 축방향 성분을 식(2-13)은 z 축 방향성분의 힘을 나타낸다.

$$\Delta F_r = \frac{\Delta S}{2\mu_0} ((B_r^2 - B_z^2)n_r + 2n_r B_r B_z) \quad (2-12)$$

$$\Delta F_z = \frac{\Delta S}{2\mu_0} (-(B_r^2 - B_z^2)n_z + 2n_r B_r B_z) \quad (2-13)$$

이 되는데, 본 모델에서는 r 축 방향의 힘은 상쇄되므로 z 방향만 남게된다.

여기서  $\Delta S = Z \cdot \Delta l$ ,  $Z$ 는 z 축방향 길이,  $n_r, n_z$ 는 각각의 r, z 성분이다.

그러므로 전체 추력 F는

$$F = \sum_{i=1}^n \Delta F^{(e)} \quad (2-14)$$

$n$ 는 적분면  $S$ 와 교차하는 요소 수이다.

여기서 구해진 전자기력은 식(2-2)에 대입되어 운동방정식을 풀어서 풀린저의 변위를 구할 수 있다.

### 3. 계산 결과

해석하고자 하는 영역을 그림 2에, 영역을 1차 삼각요소로 분할한 것을 그림 3에 각각 나타냈다.

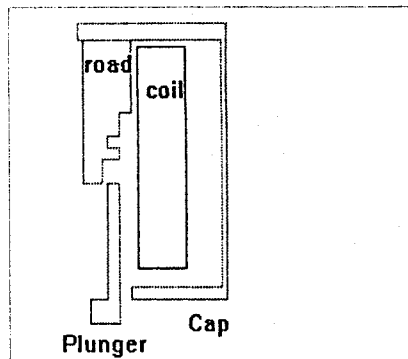


그림 2. 해석영역

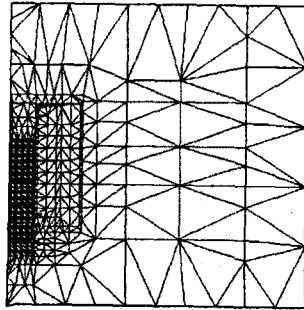


그림 3 요소분할도

먼저 정자계 해석을 행하여 해의 자속 선을 그림 4에 나타냈다.

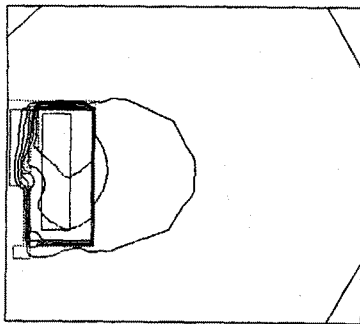
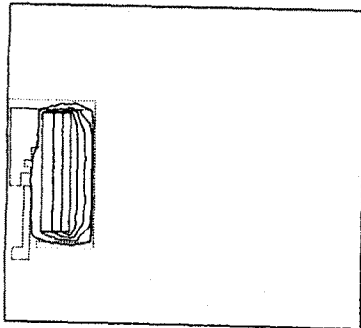
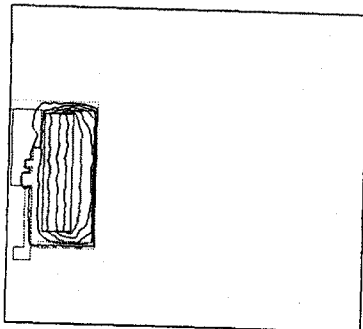


그림 4 자속선의 분포(정자계)

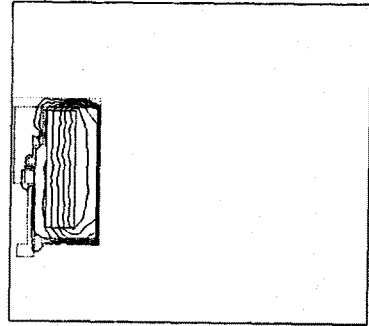
그림 5에서는 시간  $t = 0.1\text{ms}$ ,  $t = 0.5\text{ms}$ ,  $t = 2.0\text{ms}$ 에서의 자속분포를 나타낸다.



(a)  $t = 0.1 \text{ ms}$



(b)  $t = 0.5 \text{ ms}$



(c)  $t = 2.0\text{ms}$

그림 5 각 시간 step에서의 자속선 분포

(a)  $t = 0.1\text{ms}$ , (b)  $t = 0.5\text{ms}$ , (c)  $t = 2.0\text{ms}$

#### 4. 결론

전자 오일 펌프의 수치 해석을 위해서 맥스웰 방정식으로 부터 축대칭에 관한 기본 방정식을 유도하였고, 미지수로는 magnetic vector potential을 이용 하여 자속선의 분포를 구할 수 있었다.

자계로 부터 구해진 전자기력을 기계 운동방정식과 결합하여 돌런저의 동특성을 구하였다.

#### 參 考 文 獻

1. 최인호, 고창섭, 전태경, 한송엽 "솔레노이드 액츄에이터 電磁氣 시스템의 유한요소 해석", 전기학회 논문지 40권 11호 1991, pp. 1105 - 1113.
2. Kuan-Ya Yuan and Shin-Shou Chen "A New Algorithm For Coupled Solutions Of Electric, Magnetic, and Mechanical System In Dynamic Simulation Of Solenoid Actuators", IEEE Trans. on magnetics, vol. 26, no. 3, May 1990, pp. 1189 - 1197.
3. Li Erping and P. M. McEwan "Analysis Of Circuit Breaker Solenoid Actuator System Using The Decoupled Cad-Fe-Integral Technique", IEEE Trans. on magnetics, vol. 28, no. 2, March 1992, pp. 1279 - 1282.
4. C. B. Rajanathan and G. Hu "Electromechanical Transient Characteristics Of An Induction Actuator By Finite Element Analysis", IEEE Trans. on magnetics, vol. 29, no. 2, March 1993, pp. 2001 - 2005.