

도체판 위를 운동하는 교류용 초전도자석의 특성해석

김 동 훈* · 이 지 광* · 차 귀 수** · 한 송 역*

* 서울대학교 전기공학과 ** 순천향대학교 전기공학과

Charateristic Analysis of a AC Superconductig Coil moving above a conducting slab

Dong-hun Kim* · Ji-kwang Lee* · Gueesoo Cha** · Song-yop Hahn*

* Dept. of Electrical Eng. Seoul Nat'l. Univ. ** Dept. of Electrical Eng. Soonchunhyang Univ.

Abstract

This paper investigates the force on a rectangular AC superconducting coil moving above and parallel to a conducting plate of finite thickness. Expressions are developed for the levitation and drag forces on the coil a a function of speed and frequency. The levitation force are generated at all speed including stand still in a AC superconducting coil. The levitation and drag forces on a rectangular AC superconducting coil are compared with those on a rectangular DC superconducting coil moving above and parallel to a conducting plate

1. 서 론

도체판에 유기되는 와전류를 이용한 반발식 자기부상 방식은 도체판에 와전류를 유기시키는 방법에 따라 다음의 두가지로 구분된다. 정지상태의 교류용전자석(AC magnets)에서 발생하는 교번자속으로 인해 도체판에 유기되는 와전류와 전자석 사이의 전자기적 반발력으로 부상력을 얻는 방식과 직류용 전자석(DC magnets)이 도체판 위를 운동함으로써 발생하는 속도기전력으로 인해 도체판에 유기되는 와전류와 전자석과의 반발력으로 부상력을 얻는 방식이다. 따라서 기존의 반발식부상장치에 대한 해석 및 실험은 각기 두 모델로 나누어 수행되었다.^{[1][4]}

1980년대 중반부터 교류용 초전도선의 선재화가 실용화되면서 이를 이용한 자기부상장치의 개발이 가능함에 따라 본 논문에서는 이러한 교류용 초전도선을 이용한 자기부상장치의 특성해석을 위하여 도체판 위를 운동하는 직사각형 형태의 교류용 전자석을 해석모델로 설정하였다. 도체판에 와전류를 유기시키는 두 가지 요인을 모두 고려한 본 모델에 대하여 해석적인 방법을 이용하여 도체판과 운동하는 교류용 전자석 사이에 발생하는 부상력 및 제동력(drag force)에 대한 해석을 시도하였고 또한 이를 기존의 반발식 부상장치의 특성과 비교하였다.

2. 부상원리 및 해석모델

반발식 자기부상장치가 부상력을 얻는 원리는 지상에 설

치된 도체판에 시간에 따른 자속의 변화량이 발생하면 이는 도체판에 와전류를 유기시키고 유기된 와전류와 초전도자석과의 전자기적 상호작용에 의하여 반발력을 얻는다. 도체판에 유기되는 와전류는 패러데이 법칙(Faraday's law)을 연속체 전기역학(electrodynamics)측면에서 미분형식으로 표현하면 시간에 따른 자속의 변화량은 전미분의 형태가 되어

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\sigma} \mathbf{J}_e \right) = - \frac{d\mathbf{B}}{dt} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{B} \quad (1)$$

σ : 도체판의 전도도 \mathbf{J}_e : 와전류 밀도

\mathbf{B} : 자속밀도 \mathbf{V} : 차량의 진행속도

와 같다. 식 (1)에서 우변의 첫번째 항은 교번자속에 의해 와전류에 기여하는 항이고 두번째 항은 대류(convection)항으로써 차량의 움직임에 의해 와전류에 기여하는 항으로 속도기전력항이라고도 한다.

도체판 위를 운동하는 교류용 초전도전자석의 특성을 해석할 경우에는 식 (1)의 우변 두 항을 모두 고려하여야 한다. 이를 해석하기 위해서 해석의 편의상 그림 1과 같이 도체판에 평행한 직사각형 코일이 한 방향으로 일정속도로 운동하고 있다고 본다.

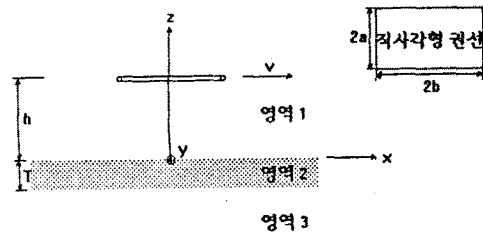


그림 1 해석모델

3. 해석이론

두께 T 와 일정한 전기 전도도 σ 를 갖는 도체판의 표면을 경계로 그림 1에서와 같이 해석영역을 3개로 나눈다. 운동하는 교류용 전자석의 특성해석은 직교좌표계가 코일과 같은 속도로 운동하는 관성좌표계에서 수행되며 도체판의 윗 표면에 $x-y$ 좌표평면이 위치하고 좌표계의 원점은 직사각형 권

선의 중심과 일치한 위치에 놓는다. 도체판에 평행하고 도체판의 표면으로부터 높이 h 에 위치한 직사각형 권선은 x 축 방향으로 일정속도 v 로 움직인다.

도체판 안에서 자속이 만족해야 하는 미분방정식은 식 (1)를 직교좌표계에 적용하면 다음의 편미분방정식이 된다.

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} = \lambda_1 \frac{\partial B}{\partial x} + jw\mu_0\sigma B \quad (2)$$

여기서 $\lambda_1 = \mu_0\sigma v$ 이고 인가되는 전류의 시간에 따른 하모닉스(harmonic)를 고려하여 자속의 시간에 대한 변화는 $\frac{\partial B}{\partial t} = jwB$ 으로 표현한다. 식 (2)에서 자속은 3

방향성분을 갖는 벡터량으므로 식 (2)는 실제로는 3개의 스칼라량에 대한 편미분방정식을 포함하고 있다. 식 (2)의 해는 주어진 모델의 대칭성과 변수분리에 의하여 각각 다음의 형태를 갖는다.

$$\begin{aligned} B_x &= \cos k_y y e^{jk_x x} (b_x e^{az} + c_x e^{-az}) \\ B_y &= \sin k_y y e^{jk_x x} (b_y e^{az} + c_y e^{-az}) \\ B_z &= \cos k_y y e^{jk_x x} (b_z e^{az} + c_z e^{-az}) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 사용한 변분상수 k_x, k_y 와 a 는

$$\begin{aligned} -k_x^2 - k_y^2 + a^2 &= jk_x \lambda_1 + jw\mu_0\sigma \\ a &= (k^2 + j(k_x \lambda_1 + w\mu_0\sigma))^{1/2} \\ k^2 &= k_x^2 + k_y^2 \end{aligned} \quad (4)$$

의 관계식을 만족하도록 선택한다. 식 (3)에서 도체판 안의 자속의 값을 나타내는 각 성분의 계수들 (b_x, b_y, \dots)은 직사각형 권선에 흐르는 전류 I 가 z 축 방향성분이 없으므로 도체판에 유기되는 와전류 또한 z 축 방향성분이 없게 되고 자속의 일반적인 성질

$$(\nabla \times \nabla \times B)_z = 0, \quad \nabla \cdot B = 0 \quad (5)$$

을 만족해야 한다. 식 (3)를 식 (5)에 대입하면

$$\begin{aligned} b_y &= jk_y b_x / k_x, \quad b_z = jk b_x / k_x \beta \\ c_y &= jk_y c_x / k_x, \quad c_z = jk c_x / k_x \beta, \quad \beta = a/k \end{aligned} \quad (6)$$

와 같은 계수들 사이의 관계식을 얻을 수 있다.

해석영역 1에서의 자속은 도체판에 유기된 와전류에 의해 발생한 자속(B^c)과 직사각형 권선에 흐르는 전류에 의해 기인한 자속(B^e)과의 합으로 표현된다.

$$\begin{aligned} B_x &= B^c + a_x \cos k_y y e^{jk_x x} e^{-kz} \\ B_y &= B^c + (jk_y a_x / k_x) \sin k_y y e^{jk_x x} e^{-kz} \\ B_z &= B^c + (jka_x / k_x) \cos k_y y e^{jk_x x} e^{-kz} \end{aligned} \quad (7)$$

해석영역 3에서의 자속의 각 성분의 값은

$$\begin{aligned} B_x &= d_x \cos k_y y e^{jk_x x} e^{kz} \\ B_y &= (jk_y / k_x) d_x \sin k_y y e^{jk_x x} e^{kz} \end{aligned} \quad (8)$$

$$B_z = -(jk/k_x) d_x \cos k_y y e^{jk_x x} e^{kz}$$

로 표현된다.

각 해석영역 사이의 계수들은 두 매질의 경계에서 자속의 법선성분과 수직성분의 연속조건을 만족해야하므로

$$c_x = \frac{1-\beta}{1+\beta} b_x e^{-2aT} \quad (z = -T) \quad (9)$$

$$a_x - jW_1 = b_x + c_x \quad (z = 0) \quad (10)$$

$$a_z + W_2 = b_z + c_z, \quad a_y + W_1 = b_y + c_y$$

와 같고, 여기서 $-jW_1, W_2, W_1'$ 는 각각 B_x^c, B_z^c, B_y^c 의 2차원 푸리에(Fourier)변환이다.

도체판의 표면 즉, $z=0$ 에서 직사각형 권선에 의해서 생기는 자속의 x 방향의 성분을 구하여 이를 $x-y$ 에 대한 푸리에변환을 수행하면 W_1 를 구할 수 있다.

$$W_1 = \frac{\mu_0 I}{\pi^2} \frac{\sin(k_x b) \sin(k_y a) e^{-kh}}{k_y} \quad (11)$$

이와같은 방법으로 각각 도체판의 표면에서 직사각형 권선이 만들어내는 자속의 z, y 성분의 값을 계산한 후 푸리에 변환을 하면 W_1, W_2, W_1' 사이에는 다음의 관계식이 성립한다.

$$W_2 = -(k/k_x) W_1, \quad W_1' = (k_y/k_x) W_1 \quad (12)$$

식 (10)와 식 (6), (9), (12)들을 이용하면 계수 a_x 는 다음과 같이 표현된다.

$$a_x = jW_1 \frac{1-\beta}{1+\beta} \frac{1-e^{-2\beta kT}}{1 - [(1-\beta)/(1+\beta)]^2 e^{-2\beta kT}} \quad (13)$$

직사각형 코일이 움직일때 와전류에 의한 자장과 코일에 흐르는 전류 사이에 작용하는 전자기력의 순시치는 $dF = IdL \times B$ 이다. 이때 식 (7)에서 코일의 부상력에 기여하는 와전류에 의한 자속은 B_x^e 와 B_y^e 이고 제동력에 기여하는 항은 B_z^e 이다. 그러므로 코일에 작용하는 전체 부상력과 제동력의 시평균치는 직사각형 코일에 따라 적분하면

$$F_L = \text{Real} \left[\int_0^a \int_0^b \left(\int_{-a}^a I \times B_x^e \cdot dy + \int_{-a}^a I \times B_y^e \cdot dx \right) dk_x dk_y \right] \quad (14)$$

$$F_D = \text{Real} \left[\int_0^a \int_0^b \left(\int_{-a}^a I \times B_z^e \cdot dy \right) dk_x dk_y \right] \quad (15)$$

가 된다.

4. 적용 사례

해석에 사용한 직사각형 형태의 전자석의 크기는 자석의 진행방향을 긴변으로 잡아 32 cm x 62 cm로 하였다. 그리고 도체판은 두께 0.5 cm의 알루미늄으로 정하였고 직사각형의

전자석은 이 도체판으로부터 5 cm의 높이에 위치한다. 교류용 전자석에 흐르는 전류의 실효치는 100 kA로 하였다.

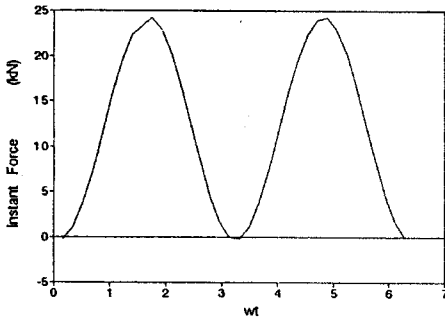


그림 2 주파수 63 Hz에서 교류용 전자석이 받는 순간 부상력

그림 2는 정지상태의 직사각형의 전자석에 주파수가 63 Hz인 교류전류를 인가하였을 때 시간의 흐름에 따라 전자석이 받는 순간 부상력을 표시한다.

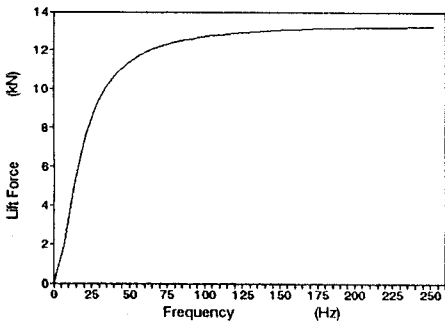


그림 3 주파수 변화에 대한 정지상태의 교류용 전자석의 부상특성

그림 3은 정지상태의 직사각형 형태의 교류용 전자석에 인가되는 교류전류의 입력 주파수가 증가함에 따라 도체판에서 발생하는 부상력의 변화를 나타내며 부상력이 60 Hz 정도에서 포화됨을 보여준다.

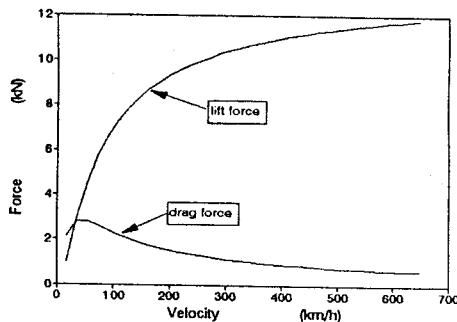


그림 4 운동속도의 변화에 대한 직류용 전자석의 부상력과 제동력

그림 4는 위의 교류용 전자석과 같은 사양을 갖는 직사각형 형태의 직류용 전자석에 교류전류의 실효치에 해당하는 직류전류를 인가하고 이 전자석의 운동속도가 증가함에 따라 도체판에 유기되는 부상력과 제동력의 특성변화를 나타낸다.

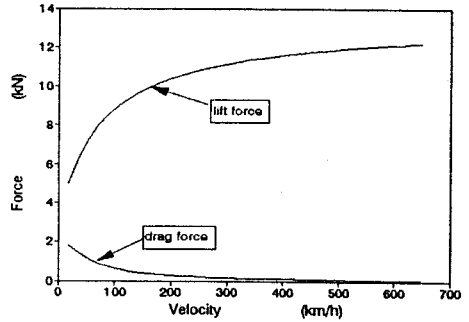


그림 5 인가 전류의 주파수가 10 Hz일때 운동속도의 변화에 대한 교류용 전자석의 부상력과 제동력

그림 5는 직사각형 형태의 교류용 전자석에 10 Hz의 교류전류를 인가하고 전자석의 운동속도가 증가하면서 교류용 전자석이 받는 부상력과 제동력을 보여준다.

5. 결론

특성해석 결과 정지상태의 직사각형 형태의 교류용 초전도자석에 인가되는 전류의 주파수변화에 따른 부상력의 포화값은 같은 조건하에서 직류용 초전도자석이 운동속도가 증가함에 따라 발생하는 부상력의 포화값인 12 kN 정도로 서로 비슷하였다. 또한 일정한 인가 전류의 주파수를 갖고 운동하는 직사각형 형태의 교류용 초전도자석은 운동속도가 증가함에 따라 발생하는 부상력의 포화값은 위의 각 경우에 대한 포화 부상력 값과 같고 제동력은 직류용 초전도자석이 운동속도가 증가함에 나타나는 값에 비해 훨씬 적게 발생하는 것을 알 수 있었다.

그러므로 운동하는 교류용 초전도자석을 이용한 부상장치는 정지시에도 충분한 부상력을 발생하고 운동시에도 기존의 직류용 부상장치에 비해 부상력 및 제동력의 특성이 향상된다.

참고 문헌

- [1] J.A.Tegopoulos and E.E.Kriez, Eddy Current in Linear Conducting Media, Elsevier, 1985, pp. 60-70.
- [2] B.V.Jayawant, Electromagnetic Levitation and Suspension Techniques, Edward Arnold, 1981.
- [3] 김용주 외, 선형동기 추진시스템 기술개발, 한국전기연구소, 1992.
- [4] John R.Reitz and L.C.Davis, "Force on a Rectangular Coil Moving above a Conducting Slab," J. Appl. Phys., Vol. 43, No. 4, pp. 1547-1553, April 1972.
- [5] Jean-Luc Boulnois and Jean-Luc Giovachini, "The Fundamental Solution in the Theory of Eddy Currents and Force for Conductors in Steady Motion," J. Appl. Phys., Vol. 49, No. 4, pp. 2241-2249, April 1978.