

비선형 상태궤환을 이용한 로보트 매니퓰레이터의 제어에 관한 연구

한상완, 최현철, 홍석교
아주대학교 제어계측공학과

A Study of Control for Robot Manipulator Using Nonlinear State Feedback

Sang-Wan Han^o, Hyoun-chul Choi, Suk-Kyo Hong
Dept. of Control and Instrumentation Eng. Ajou Univ.

ABSTRACT

Models of industrial robot manipulators are characterized by highly nonlinear equation with coupling between the variables of motion. In this paper, a case study that illustrates the use of nonlinear state feedback to decouple the control of a two axis SCARA type robot manipulator is presented. This method is based on a suitable partition about the dynamic equation of industrial robots. The performance of this method is showed by the computer simulation.

1. 서론

현재 각종 산업현장에서 사용하고 있는 로보트 매니퓰레이터들은 각 링크와 링크 사이가 심하게 간섭된 복잡한 구조의 비선형 다변수 시스템이다. 이러한 간섭된 다변수 시스템에 대하여 적절한 비간섭화를 수행하면 단일입력, 단일출력 시스템으로 변환할 수 있다. 따라서 실제의 다변수 시스템에 단일 입출력 시스템의 제어 알고리듬을 적용할 수 있게 되어 제어기의 설계가 보다 쉬어진다. 특히 로보트 매니퓰레이터에 비간섭화를 적용하여 각 관절을 독립적인 하나의 시스템으로 취급하게 되어 여러 관절중 어느 한 관절에 이상이 발생한다 하여도 다른 관절에는 영향을 주지 않으므로 작업장에서 발생 가능한 각종 위험을 예방할 수 있을 뿐 아니라, 시스템 자체의 안정도를 향상시킬 수 있다[4][10].

이러한 비간섭을 위한 시도에는 고전제어이론에 의한 방법인 역ナイ키스트 베열법[1], 근궤적법[2] 등과, 현대제어이론에 의한 방법인 상태궤환 및 출력궤환을 이용한 비간섭 방법[3]을 들 수 있다. 고전제어이론에 의한 방법은 전달함수를 대각화하고 불안정한 극과 영점을 상쇄시켜야하기 때문에 시스템이 불안해지기 쉬운데 비하여, 현대제어이론에 의한 방법은 시스템의 모든 상태를 측정할 수 있는 경우에는 그 상태변수들을 완전히 이용하거나, 상태변수의 측정이 어려울 경우에는 관측자를 이용하기 때문에 구조가 다소 복잡해질 우려가 있지만, 안정도의 판별 및 극위치를 쉽게 할 수 있고, 변수 상호간의 구조적인 역할을 파악할 수 있다는 장점이 있다[4].

그동안 비간섭을 위한 상태변수궤환의 사용은 대부분 선형 시불변인 경우로 제한되어 왔는데, 1971년 Freund에 의하여 선형시변 시스템으로 확장되었고, 1975년에는 비선형 시스템에 대한 적용이 고려되었다[6]. 여기에서는 비선형 다변수 시스템이 선형 시불변 시스템으로 비간섭화될 수 있으며, 그들의 페루프의 극들이 배치될 수 있음을 보였다. 그 후, 1982년에는 특히 로보트 매니퓰레이터에 적용하기 위한 이론을 제안하였다[7].

본 연구에서는 Freund가 제안한 이론에 기초한 비선형 상태궤환을 사용하여 자유도가 2인 스카라형의 로보트 매니퓰레이터의 비간섭제어에 대한 연구를 수행하였다. 우선 로보트 매니퓰레

이터의 수학적 모델링을 하고, 비간섭화를 위한 비선형 궤환방정식과 제어법칙을 유도하고, 그에 대한 모의실험을 수행함으로써 타당성 조사를 하였다.

2. 로보트 매니퓰레이터의 수학적 모델

1) 운동방정식

본 연구에서는 자유도가 2인 스카라형 산업용 로보트 매니퓰레이터를 대상으로 라그랑지 방정식을 이용하여 운동방정식을 유도하였으며, 대상으로 한 로보트 매니퓰레이터의 외형은 그림(1)과 같다.

$$\left(\frac{d}{dt}\right)\left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i}\right)L - \left(\frac{\partial}{\partial q_i}\right)L = r_i, \quad i=1, 2, \dots, p \quad (1)$$

여기서 $L = K - B$: 라그랑지안
 K : 운동에너지
 B : 위치에너지
 q_i : i 번째 관절좌표계
 r_i : i 번째 좌표계의 힘/토크
 p : 자유도의 수

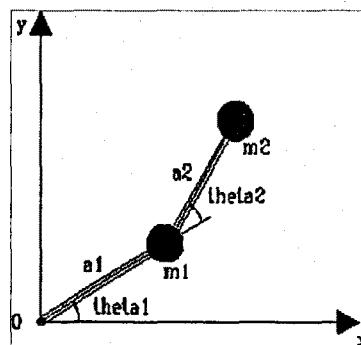


그림1. 로보트의 모형

그림1과 같이 로보트 매니퓰레이터의 구조가 스카라형이므로 위치에너지로 무시할 수가 있다. 따라서 각 관절의 운동에너지와 위치에너지라는 다음과 같다.

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 a_1^2 \dot{\theta}_1^2 \quad (2)$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 (a_1^2 \dot{\theta}_1^2 + a_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + 2a_1 a_2 (\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \cos \theta_2) \quad (3)$$

식(2)와 식(3)의 에너지식을 식(1)에 대입하여 운동방정식을 구하면 다음의 식이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_1 &= [(m_1+m_2)a_1^2 + m_2a_2^2 + 2m_2a_1a_2\cos\theta_2] \dot{\theta}_1 \\ &\quad + [m_2a_2^2 + m_2a_1a_2\cos\theta_2] \dot{\theta}_2 - m_2a_1a_2(2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2) \\ &\quad + \dot{\theta}_2^2 \sin\theta_2 \\ \dot{\theta}_2 &= [m_2a_2^2 + m_2a_1a_2\cos\theta_2] \dot{\theta}_1 + m_2a_2^2 + m_2a_1a_2\dot{\theta}_1^2 \sin\theta_2 \end{aligned} \quad (4)$$

2) 상태공간 표시

로보트 매니퓰레이터의 운동방정식으로부터 상태방정식의 유도는 간단하지가 않으며, 일반적으로 관절 1개당 2개의 상태변수가 결정된다. 본 연구에서는 Freund가 제안한 비선형 시스템에 대한 비간섭화 기법을 적용하기 위한 상태방정식은

$$\dot{x} = a(x) + B(x)u \quad (5)$$

$$y = c(x)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a, x : n \times 1 \text{ 벡터} \\ u, y : m \times 1 \text{ 벡터} \\ B : n \times m \text{ 벡터} \\ c : 1 \times m \text{ 벡터} \end{array} \right.$$

와 같은 비선형 상태방정식이 되며, 식(6)은 로보트 매니퓰레이터의 운동방정식으로부터 유도한 상태방정식의 결과이다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{a_2K_2(2x_2x_4+x_4^2)+K_2K_3x_2^2}{K_1} \\ x_4 \\ \frac{m_2a_2K_2K_3(2x_2x_4+x_4^2)+K_2K_4x_2^2}{m_2a_2K_1} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{a_2}{K_1} & -\frac{K_3}{K_1} \\ 0 & 0 \\ -\frac{K_3}{K_1} & \frac{K_4}{m_2a_2K_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$(6) \quad y = [x_1 \ x_3]^T$$

$$\begin{aligned} K_1 &= (m_1+m_2)a_1^2a_2 - m_2a_1^2a_2\cos^2\theta_2 \\ K_2 &= m_2a_1a_2\sin\theta_2 \\ K_3 &= a_2 + a_1\cos\theta_2 \\ K_4 &= (m_1+m_2)a_1^2 + m_2a_2^2 + 2m_2a_1a_2\cos\theta_2 \\ \theta_1 &= x_1, \dot{\theta}_1 = x_2, \theta_2 = x_3, \dot{\theta}_2 = x_4 \end{aligned} \quad \text{이다.}$$

3. 비간섭화 제어법칙

다면수제어 시스템에서는 간섭된 전달함수에 의하여 루프간의 간섭현상이 복잡하게 발생하므로 안정성의 만족, 시스템설계 및 해석이 어렵다. 따라서 불필요한 상호간의 간섭을 제거함으로써 제어기의 설계를 간단히 하는 것이 매우 중요하다. 이러한 비간섭제어는 입출력의 수가 다를 경우와 같을 경우가 있는데 입출력의 수가 다를 경우에는 비간섭제어법칙이 존재하기 위한 필요충분조건을 보상기를 이용해서 충족시켜줄 수 있으므로 결국 입력과 출력의 수가 같은 것처럼 된다. 시스템의 상태방정식이

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (7)$$

인 선형다면수시스템인 경우 제어입력 $u = Fx + Gv$ 를 주어진 시스템식 (7)에 대입하면

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A + BF)x + BGv \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (8)$$

이고, 전달함수 $H_{FG}(s)$ 는

$$H_{FG}(s) = C(sI - A - BF)^{-1}BG \quad (9)$$

이다. 이때 $H_{FG}(s)$ 가 대각행렬이면서 정칙이 되도록 하는 F와 G를 구한다.

<정리> 입력과 출력이 m개인 n차원 시스템 (7)에 궤환법칙 u를 인가했을 때 얻어지는 시스템을 비간섭 시스템으로 만드는 궤환법칙이 존재하기 위한 필요충분조건은

$$B^* = \begin{vmatrix} C_1^T A^{o_1-1} B \\ C_2^T A^{o_2-1} B \\ \vdots \\ C_m^T A^{o_m-1} B \end{vmatrix} \quad (10)$$

$$\text{여기서 } \left\{ \begin{array}{l} C_i^T = (c_1, c_2, \dots, c_m) : \text{관측행렬 } C \text{의 } i\text{-번재행 벡터} \\ o_i = \begin{cases} \min(j | C_i^T A^{j-1} B \neq 0^T) \\ n-1; C_i^T A^j B = 0^T, \forall j \\ i = 1, 2, \dots, m \end{cases} \end{array} \right.$$

이 정칙이어야 한다. 결국 식(10)이 정칙이면 그의 역행렬이 존재하므로 F와 G는 다음과 같이 결정한다.

$$\begin{aligned} G &= B^{*-1} \\ F &= -B^{*-1}C^* \end{aligned} \quad (11)$$

$$\text{단, } C^* = \begin{vmatrix} C_1^T A^{o_1} \\ C_2^T A^{o_2} \\ \vdots \\ C_m^T A^{o_m} \end{vmatrix} \text{이다.}$$

식(6)으로 표현되는 본 논문의 비선형 상태방정식인 경우에 대한 제어입력은 Freund가 제안한 비선형 연산자 (N_a^k)를 도입하여 선형화 함으로써 구할 수 있다. 비선형 연산자 (N_a^k)는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} N_a^k c_i(x) &\triangleq c_i(x), \quad k=0 \\ N_a^k c_i(x) &\triangleq \left[\left(\frac{d}{dx} \right) N_a^{k-1} c_i(x) \right] a(x), \quad k>0 \\ \left[\left(\frac{d}{dx} \right) N_a^{k-1} c_i(x) \right] B(x) &\equiv 0, \quad 0 < k < d_i \end{aligned} \quad (12)$$

식에서 아래첨자 i는 i번째 부시스템을 나타내고, d_i 는 최대 미분차수이다. 제안한 방법에 의한 제어법칙의 G(x)와 f(x)는 $B^*(x)$ 와 실제 설계를 위한 상수 $\{h_i^k\}$ 를 다음과 같이 정의할 때 식(14)가 된다.

$$\begin{aligned} B^* &\triangleq \begin{vmatrix} ((\frac{d}{dx}) N_a^{d_1-1} c_1(x)) B(x) \\ ((\frac{d}{dx}) N_a^{d_2-1} c_2(x)) B(x) \\ \vdots \\ ((\frac{d}{dx}) N_a^{d_p-1} c_p(x)) B(x) \end{vmatrix} \\ H^k &= \begin{vmatrix} -h_1^k & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -h_2^k & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & -h_p^k \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{단, } (i=1, 2, \dots, p)(k=1, 2, \dots, d_i)$$

$$\begin{aligned} G(x) &= [B^*(x)]^{-1} \\ f(x) &= -G(x) \left[\sum_{k=0}^{d_i-1} m^k N_a^k c(x) - a^*(x) \right] \end{aligned} \quad (14)$$

식(14)에 의하여 로보트 제어시스템의 제어입력을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$u = \begin{bmatrix} (w_1 - P_1)K_4 - (w_2 - P_2)K_5 \\ (w_1 - P_1)K_5 - (w_2 - P_2)m_2a_2^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\begin{aligned}
 K_1 &= (m_1 + m_2)a_1^2 a_2 - m_2 a_1^2 a_2 \cos^2 \theta_2 \\
 K_2 &= m_2 a_1 a_2 \sin \theta_2 \\
 K_3 &= a_2 + a_1 \cos \theta_2 \\
 K_4 &= (m_1 + m_2)a_1^2 + m_2 a_2^2 + 2m_2 a_1 a_2 \cos \theta_2 \\
 K_5 &= m_2 a_2^2 + m_2 a_1 a_2 \cos \theta_2 \\
 P_1 &= H_1 + ((2x_2 x_4 + x_4^2) a_2 K_2 + K_2 K_3 x_2^2) \frac{1}{K_1} \\
 P_2 &= H_2 + ((2x_2 x_4 + x_4^2) m_2 a_2 K_2 K_3 + K_2 K_4 x_2^2) \frac{1}{m_2 a_2 K_1} \\
 H_1 &= h_0^1 x_1 + h_1^1 x_2 \\
 H_2 &= h_0^2 x_3 + h_1^2 x_4
 \end{aligned}$$

식(15)의 제어입력을 이용한 전체 제어시스템은 그림(2)와 같다.

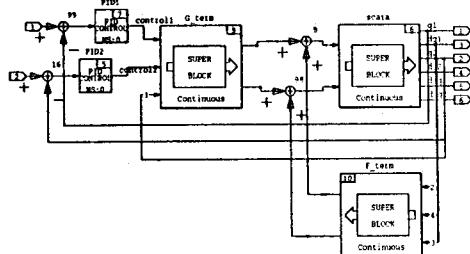


그림2. 전체 제어 시스템

4. 모의실험 및 결과검토

제안된 비선형 상태궤환 제어기법에 대한 성능을 확인하기 위하여 비간섭화에 의하여 보상된 시스템에 대한 간단한 PID제어를 수행하여 그 결과를 비간섭화를 수행하지 않고 PID제어를 수행한 경우와 비교하여 보았다. 그림(3)은 원하는 위치, 속도, 가속도를 나타내고, 그림(4)는 상태궤환 없이 PID제어만을 사용한 경우의 위치, 속도, 가속도에 대한 출력이다. 또한 그림5는 상태궤환에 의한 비간섭화를 수행한 후 PID제어를 수행한 출력이다. 결과에 의하여 상태궤환에 의하여 상호 간섭된 시스템 변수들의 비간섭화를 수행함으로써 비간섭화를 수행하지 않은 경우에 비하여 보다 양호한 성능을 갖게됨을 알 수 있다.

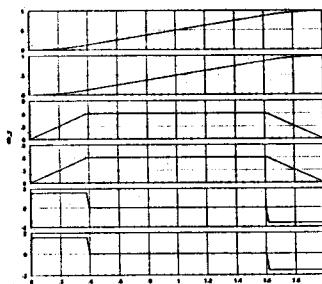


그림3. 원하는 위치, 속도 및 가속도

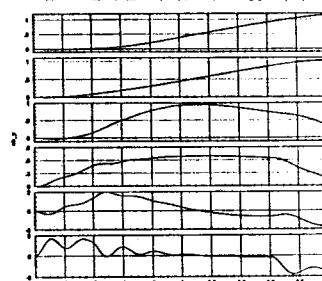


그림4. PID제어에 의한 위치, 속도 및 가속도

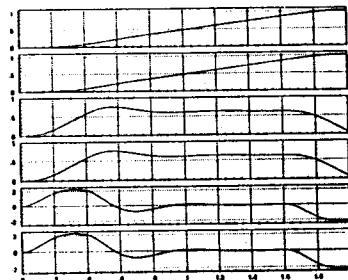


그림5. 상태궤환에 의한 위치, 속도 및 가속도

5. 결론

본 연구는 비선형 상태궤환을 사용하여 링크의 변수들 상호간에 간섭을 이루고 있는 로보트 매니퓰레이터의 동력학식을 비간섭화하여 단일 입·출력 시스템처럼 제어할 수 있음을 보였다. 시스템 모델링 및 모의실험용 툴인 MATRIXX를 사용한 모의실험 결과에서와 같이 상태궤환을 함으로써 간단한 제어기만으로도 충분한 제어성능을 갖고 있음을 알 수 있다. 추후 과제로는 부하변동에 대한 고려가 있어야 할 것이고, 본 연구를 기초로 실험을 수행함으로써 범용 산업용 로보트 매니퓰레이터의 제어기를 개발하는 것이다.

6. 참고문헌

- H.H. Rosenbrock, "Design of multivariable control system using the Inverse Nyquist Array", Proc. IEE, vol.116, No.11, pp.1927-1936, 1969.
- J. J. Belletrutti and A.G.J. Macfarlane, "Characteristic loci techniques in multivariable control system design", Proc. IEE, vol.118, No.9, pp.1291-1297, 1971.
- B. S. Morgan, "The synthesis of linear multivariable system by state feedback", IEEE vol. AC-9, No.5, pp.405 - 411, 1964
- 김동화, "상태궤환을 이용한 터보-발전기 시스템의 비간섭 장인 제어기 설계", 박사학위논문, 아주대학교, 1991.
- S. J. Fournier, R. J. Schilling, "Decoupling of a two-axis robotic manipulator using nonlinear state feedback: A case study", Int. J. of Robotics Res., vol. 3, No. 3, pp. 76-86, Fall 1984.
- E. Freund, "The structure of decoupled nonlinear systems", Int. J. of Control, vol. 21, No. 3, pp. 443-450, 1975.
- E. Freund, "Fast nonlinear control with arbitrary pole placement for industrial robots and manipulators", Int. J. of Robotics Res., vol. 3, No. 3, pp. 65-78, 1982.
- Ming Liu, Lin Guo, "Manipulator joint independent control and its structural stability", IEEE Int. Conf. on Systems, Man and Cyber., vol. 3, pp. 292-297 Oct. 1993
- Masayoshi Tomizuka, Daniel Janczak, "Linear quadratic design of decoupled preview controller for robotic arms", Int. J. of Robotics Res., vol. 4, No. 1, pp. 67-74, 1985.
- 古田勝久, 佐野昭, "기초 시스템 이론", 한미, pp.92-113.
- 美多勉, 大須賀公一, "ロボット制御工学 入門", コロナ社, PP. 143-174