

비선형 시스템 식별기로서의 자율분산 신경망

최종수*, 김형석**, 김성중**, 최창호*

* (주)포스콘 기술연구소

** 전북대학교 공과대학 제이계측공학과

Self-Organized Distributed Networks as Identifier of Nonlinear Systems

Jong-Soo Choi*, Hyongsuk Kim**, Sung-Joong Kim**,

and Chang-Ho Choi*

* R&D Center, POSCON CO.

** Dept. of Control & Instrumentation Eng. Chonbuk Nat'l University

Abstract : This paper discusses Self-organized Distributed Networks(SODN) as identifier of nonlinear dynamical systems. The structure of system identification employs series-parallel model. The identification procedure is based on a discrete-time formulation. The learning with the proposed SODN is fast and precise. Such properties are caused from the local learning mechanism. Each local networks learns only data in a subregion. Large number of memory requirements and low generalization capability for the untrained region, which are drawbacks of conventional local network learning, are overcome in the SODN. Through extensive simulation, SODN is shown to be effective for identification of nonlinear dynamical systems

1. 서 론

시스템 식별은 입출력 데이터로 부터 동적 시스템의 모델을 결정하는 것으로써 모델에 대한 지식은 고성능 제어 시스템의 설계 및 구현에 필수적이다. 비선형 동적 시스템의 동작 특성을 근사화하기 위한 방법에 대한 연구는 오랜 역사를 가지고 있다. 다항식 함수(Polynomial functions), 관계 함수(Relational functions), 스플라인 함수(Spline functions) 등과 같은 기존의 모델들은 이론적인 결과들이 제시되었지만 실질적인 응용에 많은 제약을 받고 있다. 최근에는 입출력 데이터로 부터 복잡한 사상을 학습하기 위한 강력한 도구인 지능형 모델 출현으로 미지의 비선형성을 갖는 시스템의 식별 및 제어에 신경망 모델을 이용하게 되었고[1,2], 퍼지 patch로 구성된 그래프 또는 퍼지 "If-Then" 규칙을 사용하는 퍼지 시스템이 비선형 시스템 식별기로서 이용되고 있다.

비선형 시스템의 식별기로 이용되는 신경망 중 대부분은 차지하는 모델은 다중 신경망이다. 다중 신경망과 같은 완전 연결 신경망은 비선형 함수를 근사화하는 능력이 우수하다[1]. 그러나, 많은 훈련 데이터로 부터 함수를 표현하기 위해 쉽게 학습하는 것은 의미하지 않기 때문에 완전 인접 신경망에서 얻을 수 있는 전체적 근사화 특성 때문에 지역적 규모로 변동하는 함수를 학습하는 것은 일반적으로 매우 어렵다. 그러나, RBF 신경망, CMAC 신경망과 같은 지역적 인접 신경망은 훈련 데이터를 특성에 따라 분류하고 특성 별로 다른 파라미터들을 사용하여 학습 성능을 개선하는 구조의 신경망이다. 이 지역연결 신경망은 유사한 특성을 가진 지역적 데이터를 간에서만 공통 파라미터를 찾게 되므로 학습이 훨씬 쉬워지게 된다. 저자들이 제안한 자율분산 신경망(Self-Organized Distributed Networks, 이하 SODN)[3-5]은 기존의 다중 신경망과 자율 신경망의 장점을 조합한 신경망으로서, 입력 공간을 학습 데이터의 분포와 학습의 어려움에 따라 자율적으로 분할하고 각 분할된 공간에 부분망을 분산 배치하여 부분망 학습을 수행하게 된다. SODN은 학습 속도가 빠르며 학습 대상을 정확히 학습하는 지역적 연결 신경망

의 구조를 갖고 있으며 일반화 능력이 우수한 완전 연결 신경망의 장점을 갖춘 신경망이다.

이 연구에서는 SODN이 비선형 동적 시스템의 식별기로서 적용될 수 있음을 보이고 시뮬레이션을 통해서 그 유용성을 입증한다. 이 연구의 나머지 부분의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 비선형 시스템의 식별에 대하여 간략히 언급하였으며, 3절에서는 비선형 식별기로서의 SODN에 대하여 소개하였다. 4절에서는 시뮬레이션을 통해서 SODN이 비선형 동적 시스템 식별에 효과적임을 제시하였으며, 마지막으로 5절에서는 결론을 기술하였다.

2. 신경망에 의한 비선형 시스템 식별

설명의 편의를 위해서 한개의 입출력 변수(SISO)를 갖는 이산시간 비선형 동적 시스템을 고려해 보자.

$$y(k+1) = f(y(k), y(k-1), \dots, y(k-m+1), u(k), u(k-1), \dots, u(k-n+1)) \quad (1)$$

여기에서 $y(k) \in \mathbb{R}^I$ 와 $u(k) \in \mathbb{R}^I$ 는 각각 시스템의 출력과 입력이고, $f: \mathbb{R}^{m+n} \rightarrow \mathbb{R}^I$ 는 미지의 비선형 함수이다. 양의 정수 m 과 n 은 시스템 출력과 입력의 최대 시간 차연을 나타낸다. 플랜트는 입력의 존재하에서 BIBO 안정하다고 가정한다. 그러므로 플랜트의 모든 신호는 균등하게 유계(uniformly bounded)이다. 따라서 플랜트 입력은 일정 크기의 값으로 제한된다. 즉, 시간 k 에 대하여 $u_{\min} \leq u(k) \leq u_{\max}$ 이다. 이 연구에서는 그림 1과 같이 신경망에 의해서 식별되는 동적 시스템이 직병렬 모델(series-parallel model)을 이용한 식별 구조를 사용한다. 이 경우 직병렬 구조에 의한 입출력 관계는 다음 식과 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{y}(k+1) = F(y(k), y(k-1), \dots, y(k-m+1), u(k), u(k-1), \dots, u(k-n+1)) \quad (2)$$

여기에서 $\hat{y}(k+1)$ 은 시스템의 식별된 출력 즉, 신경망의 출력이고, F 는 신경망에 의해서 표현되는 비선형 사상이다. 웃 쇠으로부터 얻어 있듯이 지방인 식별 구조는 플랜트의 출력이 식별 모델로 재환되어 식별기의 입력이 된다. 그림 1에서 D 는 플랜트 입출력 신호의 시간 차연 요소를 나타낸다. 그러므로 플랜트 입력 및 출력 벡터의 시간 차연 값이 신경망의 입력 벡터를 이룬다. 비선형 시스템 식별의 목적은 시스템 출력과 식별기의 출력 사이의 오차 $e(k) = y(k) - \hat{y}(k)$ 를 최소화하는 것이다.

3. 시스템 식별기로서의 SODN

식(1)의 비선형 시스템 모델은 다음과 같이 표현된다.

$$y(k+1) = F(z(k); W) + v(k) \quad (3)$$

여기에서 $z(k)$ 는

$$\begin{aligned} z(k+1) &= [y(k), y(k-1), \dots, y(k-m+1), \\ &\quad u(k), u(k-1), \dots, u(k-n+1)] \end{aligned} \quad (4)$$

이고, $v(k)$ 는 모델링 오차이다. 식(3)을 기초로 식별 모델은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{y}(k+1) = F(z(k); W(k)) \quad (5)$$

여기에서 $W(k)$ 는 시간 k 에서 W 의 추정치이고, $\hat{y}(k+1)$ 은 식별기의 출력이다. 출력 오차 $e(k) = y(k) - \hat{y}(k)$ 는 파라미터 W 를 조절하는데 사용된다.

이 연구에서는 식별기로서 SODN을 사용한다. SODN의 구조는 학습 신경망(Learning networks)과 부분망의 분산 배치용인 분산 신경망(Distribution networks)으로 구성된다[3-5].

학습 신경망은 2~3개의 온너층 유니트를 갖는 소규모의 다중 신경망(MNN)과 제한망(limiting network, LN)의 결합으로 구성되어 있다. 시간 k 에서 MNN의 l ($1 \leq l \leq L$) 층에 있는 j 번째 유니트의 출력을 $x_j^l(k)$ 라 하면 출력은

$$\begin{aligned} x_j^l(k) &= \psi(\sum_i w_{ji}^l(k) x_i^{l-1}(k) + b_j^l(k)) \\ &= \psi(\text{net}_j(k)) \end{aligned} \quad (6)$$

로 계산된다. 여기서 $w_{ji}^l(k)$ 는 $l-1$ 층의 i 번째 유니트와 l 층의 j 번째 유니트 간의 연결강도이고, $b_j^l(k)$ 는 j 번째 유니트의 바이어스이다. 또한 $\text{net}_j(k)$ 는 입력 값의 총합이고, $\psi(\cdot)$ 는 시그모이드 함수로 표현되는 유니트의 활성화 함수이다. m ($1 \leq m \leq M$, 여기에서 M 은 부분 신경망의 수) 번째 학습 신경망에서 MNN의 n ($1 \leq n \leq N$, 여기에서 N 은 출력 유니트의 수) 번째 출력을 $x_n^L(k)$ 이라 하면, 학습망의 출력은 $y_{nm}(k)$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y_{nm}(k) &= f(x_n^L(k) s_m(k) + b_m(k)) \\ &= x_n^L(k) s_m(k) + b_m(k) \end{aligned} \quad (7)$$

$s_m(k)$ 는 환산 연결강도로써 동작범위의 최대값과 최소값의 차이고, 바이어스 $b_m(k)$ 은 동작범위의 최소값이다.

분산 신경망은 단층 신경망으로 구성되며 각 유니트는 입력 단으로부터 연결강도를 통하여 연결된다. 즉, fan-out 유니트로부터 입력신호를 받아들이는 M 개의 자율 신경 유니트로 구성된다. 입력 벡터에 대하여 m 번째 자율 신경 유니트의 중심위치(연결강도)를 $c_m(k)$ 라 하면, 각 유니트는 입력강도 $I_m(k) = D(c_m(k), x(k))$ 를 계산한다. 입력강도가 계산되면 가장 작은 연결강도를 갖는 유니트를 찾기 위해 서로 경쟁을 한다. 경쟁 방법은 억제적 연결을 이용한다. 경쟁이 끝나고 winner 유니트가 결정되면 winner 유니트의 출력 $u_m(k)$ 만 1이 되어 활성화 한다. j 번째 출력 유니트에 대한 입력의 총합은

$$\text{net}_j(k) = \sum_{m=1}^M y_{jm}(k) u_m(k) \quad (8)$$

이다. SODN에 대한 j 번째 출력 유니트의 최종 출력 $o_j(k)$ 는

$$\begin{aligned} o_j(k) &= \psi(\text{net}_j(k)) \\ &= \psi(\sum_{m=1}^M y_{jm}(k) u_m(k)) \end{aligned} \quad (9)$$

가 된다.

주어진 동적 시스템의 훈련 데이터 $\{(y(k), x(k)), k=1, 2, \dots, T\}$ 에 대하여 일괄학습을 적용할 경우 비용함수는

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^T \sum_{j=1}^M (y_j(k) - \hat{y}_j(k))^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^T \sum_{j=1}^M (y_j(k) - o_j(k))^2 \quad (10)$$

이다. 신경망 식별기의 학습은 위의 비용함수를 최소화 하도록 훈련된다. SODN은 학습 신경망의 감독학습과 분산 신경망의 비감독학습의 복합 학습구조로 이루어져 있다. 학습 신경망은 오차 역전파 학습 알고리즘을 사용하여 학습하며, 입력 패턴에 대해 연결강도는의 변화는 다음과 같이 계산된다.

$$\Delta w_{ji} = \eta \delta_j x_i \quad (11)$$

여기서 η : 학습 계수이고, δ_j 는

$$\delta_j = \begin{cases} (y_j - o_j) \psi'(\text{net}_j), & j \text{ 가 출력단 유니트일 때} \\ \psi'(\text{net}_j) \sum_k \delta_k w_{kj}, & j \text{ 가 은닉층 유니트일 때} \end{cases}$$

이다.

분산 신경망은 자율 신경 유니트 사이의 억제적 연결을 이용하여 입력 벡터가 인가되면 입력 벡터와 가장 유사한 연결강도를 갖는 유니트만 활성화되는 "Winner-Take-All (WTA)" 규칙을 이용한다. 기하학적 의미로서의 분산 신경망의 연결강도는 각 유니트의 공간적 위치를 나타내므로 WTA 규칙은 입력 벡터와 가장 근거리에 위치한 유니트만 활성화됨을 의미한다. 이 원리를 이용하면, 입력 공간상의 모든 위치의 점들은 주어진 자율 신경 유니트들 중 가장 가까운 유니트에 각각 할당되게 할 수 있으며, 결과적으로 입력 공간이 분산 신경망 내의 유니트 위치에 의해 자연스럽게 분할될 수 있게 된다.

분산 신경망 내의 i 번째 유니트 위치(연결강도 벡터)를 c_i 라고 하면, 입력 x 가 인가될 때의 유니트 위치 이동은 다음과 같은 학습 규칙을 따른다.

$$c_i(k+1) = \begin{cases} (1-\alpha)c_i(k) + \alpha x, & \text{for winning unit} \\ c_i(k), & \text{for losing units} \end{cases} \quad (12)$$

여기서 α 는 학습 계수이다.

위와 같이 SODN을 사용하여 비선형 동적 시스템을 식별할 수 있다. SODN과 같은 신경망을 이용한 식별기는 비선형으로 파라미터화된 식별기로서 기존의 다양식 함수 등과 같은 선형으로 파라미터화된 식별기보다 일반적으로 식별 성능이 우수하다. 그러나, 신경망 식별기의 성능은 연결강도 및 온너층의 수에 상당한 영향을 받으며 최적의 파라미터를 결정하는 방법론은 아직 없으며 대부분 시행착오나 경험을 통해서 결정된다.

4. 시뮬레이션 및 검토

이 절에서는 제안한 SODN을 이용하여 두 개의 비선형 동적 시스템 식별의 시뮬레이션 결과를 제시하였다. SODN에서 M 은 20이고, 학습계수 η 및 α 는 각각 0.1, 0.9를 사용하였다.

[예제 1] 식별하려는 플랜트는 다음과 같은 차분방정식으로 표현된다.

$$y(k+1) = 0.3y(k) + 0.6y(k-1) + f(u(k)) \quad (13)$$

여기에서, 미지의 비선형 함수는 $f(u) = u^3 + 0.3u^2 - 0.4u$ 이다. 플랜트를 식별하기 위해서 다음 식과 같은 차분 방정식으로 표현되는 직병렬 모델이 이용된다.

$$\hat{y}(k+1) = 0.3y(k) + 0.6y(k-1) + F(u(k))$$

여기에서 SODN의 입력과 출력은 각각 $u(k)$ 및 $F(u(k))$ 이다. 훈련에 사용된 데이터는 $[-1, 1]$ 사이에 균등하게 분포하는 1,000 개의 불규칙 입력이다. 시뮬레이션 결과는 그림 2에 제시하였고 테스트에 사용한 입력은

$$u(k) = \begin{cases} \sin(2\pi k/250), & 0 < k \leq 500 \\ 0.5\sin(2\pi k/250) + 0.5\sin(2\pi k/25), & 500 < k \leq 800 \end{cases}$$

이다. 결과로 부터 알수 있듯이 플랜트의 출력과 SODN에 의해서 식별된 출력이 육안으로는 오차를 구별할 수 없을 정도로 일치함을 보여준다.

[예제 2] 이 예제는 두 개의 입력출력 변수를 갖는 MIMO 플랜트를 식별할 수 있음을 보여준다. 플랜트는 다음 방정식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} y_1(k+1) &= \frac{y_1(k)}{1+y_2^2(k)} + u_1(k), \\ y_2(k+1) &= \frac{y_1(k)y_2(k)}{1+y_2^2(k)} + u_2(k) \end{aligned} \quad (14)$$

그러므로, 네 개의 입력($y_1(k), y_2(k), u_1(k), u_2(k)$)과 두 개의 출력($y_1(k+1), y_2(k+1)$)을 갖는 SODN을 사용한다. 예제 1과 같이 훈련에 사용된 데이터는 $[-1, 1]$ 사이에 균등하게 분포하는 불규칙 입력을 갖는 1,000개의 데이터를 사용하였다. 그림 3에 나타낸 결과는 테스트 입력벡터로 $[\sin(2\pi k/25), \cos(2\pi k/25)]^T$ 를 사용한 경우이다. 결과로 부터 알 수 있듯이 플랜트의 출력과 SODN에 의해서 식별된 출력 사이에는 약간의 오차가 존재하나 비선형 시스템을 잘 식별함을 보여준다.

5. 결 론

제안한 SODN은 복잡한 문제를 다수의 단순한 문제로 분할 학습하는 부분 신경망으로서 함수를 분할하여 지역적 학습을 수행하므로 학습 속도가 빠르며, 다른 부분 신경망의 단점인 일반화 능력이 개선된 신경망이다. 이 연구에서는 신경망을 사용한 직병렬 시스템 식별기 구조에 대하여 기술하였고, 제안한 SODN이 비선형 동적 시스템 식별기로 사용될 수 있음을 보였다. SISO(예제1) 및 MIMO(예제2) 시스템의 두 예제에 대한 시뮬레이션을 통해서 그 유용성을 입증하였다. 따라서 제안한 SODN은 비선형 시스템 제어에 확장하여 적용할 수 있을 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

- [1] K. S. Narendra and K. Parthasarathy, "Identification and control of dynamical systems using neural networks," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 1, no. 1, pp. 4-27, 1991.
- [2] P. S. Sastry, G. Santharam, and K. P. Unnikrishnan, "Memory neuron networks for identification and control of dynamical systems," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 5, no. 2, pp. 306-319, 1994.
- [3] 김형석, 최종수, 김종만, 김성중, "용이한 신경망 학습을 위한 자율적 분산 학습망에 관한 연구", 전기학회논문지 제43권 10호, pp.1762-1770, 1994.
- [4] H. Kim, J. S. Choi, J. M. Kim, S. J. Kim, and C.-S. Lin, "The Self-Organized Distributed Networks: An efficient learning architecture for highly nonlinear function approximation," *International Conf. on Neural Information Processing*, vol.1, pp.248-254, Oct., Seoul, 1994.
- [5] H. Kim, J. S. Choi, and C.-S. Lin, "Self-Organized Distributed Networks for learning highly nonlinear mapping," *Proceedings of artificial Neural Networks in Engineering(ANNIE'94)*, pp.109-114, Nov., St. Louis, U.S.A., 1994.

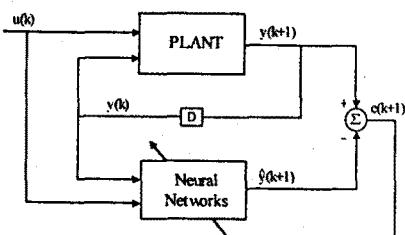


그림 1. 비선형 시스템의 직병렬 식별 구조

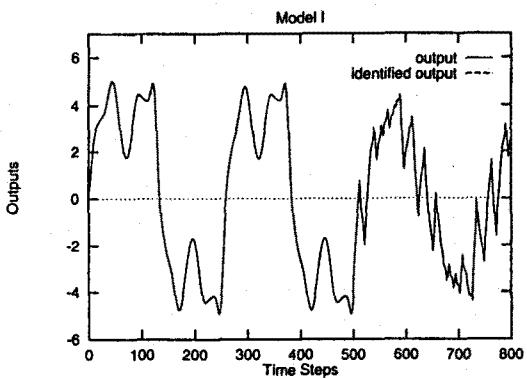


그림 2. [예제 1]에 대한 식별 결과

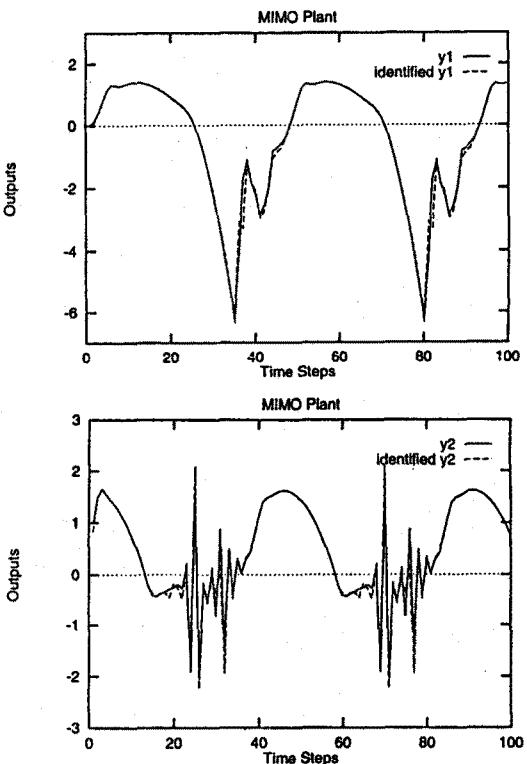


그림 3. [예제 2]에 대한 식별 결과