

공진효과 및 쿨롱마찰이 있는 서보 시스템의 H_{∞} 위치 제어기 설계

홍국남⁰, 임동진
한양대학교 제어계측공학과

H_{∞} Position Controller Design for Servo Systems Containing Resonance Effects and Coulomb Friction

Kook-Nam Hong⁰, Dong-Jin Lim

Department of Control and Instrumentation Engineering, Hanyang Univ.

ABSTRACT

The most important problems which should be considered in designing servo controllers are resonance effects and nonlinear frictions. These problems exist in almost all the servo systems, especially for the robotic manipulators and numerical control systems and cause difficulties in designing controllers. In this paper, controller design procedure which employs H_{∞} control theory is proposed for the servo systems with these problems. Sometimes, for these systems, there is a possibility of limit cycles due to the interaction between the nonlinear friction and integrator. To check the possibility of limit cycles, describing function method is used.

1. 서론

일반적으로 서보 시스템에 존재하는 기계적 마찰은 선형마찰과 비선형마찰로 구분할 수 있다. 선형마찰은 그 크기가 속도에 비례하는 마찰로서 절성마찰(viscous friction)이라고 지칭되며, 이러한 마찰은 그 선형성으로 인하여 제어 시스템 설계에 있어서 큰 지장을 주지 않을뿐 아니라 대부분의 경우 제동효과(damping effect)를 크게 하여 주므로 안정도를 높이는데 기여를 한다. 이에 비하여 통상 풀동 마찰(Coulomb friction)이라고 지칭되는 비선형마찰은 거의 모든 시스템에 존재할 뿐 아니라 그 크기가 무시할 수 없을 정도로 큰 경우가 많다. 이러한 비선형 마찰을 무시하고 제어시스템을 설계한 경우 시스템의 해석 및 사물레이션에 있어서 실제 시스템의 성능을 정확하게 예측을 할 수 없을뿐더러, 실제 시스템에는 전혀 사용할 수 없는 제어시스템이 될수도 있다. 또한, 비선형 시스템의 해석 및 설계에 종종 사용되어지는 선형화 방법의 사용은 비선형 마찰에 대해서는 전혀 사용이 불가능하다. 비선형마찰은 속도가 영인 지점에서 불연속 특성을 가지는 요소이며, 더구나 위치 제어 시스템의 동작점은 속도가 영인 순간이라고 생각할 수 있다는 점을 고려한다면 선형화 방법이 전혀 불가능한 방법임을 알

수 있다. 그리고, 서보 제어 시스템에서는 오차를 줄이기 위하여 오차 적분기(error integrator)를 도입할 경우, 제어기와 비선형마찰의 상호 작용으로 인하여 리미트 사이클(limit cycle)이 발생할 수 있는데, 이는 서보 제어시스템에서는 치명적인 현상이다. 이에 리미트 사이클의 존재 여부 검사 및 이의 제거가 제어기 설계 단계에서 고려 되어야 한다.

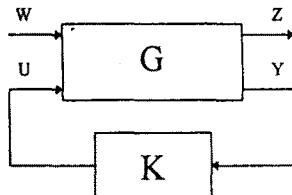
비선형마찰 이외에 서보시스템의 제어기 설계에 있어서 고려해야 할 또 다른 문제로서 공진효과가 있다. 이 공진효과는 주로 액츄에이터와 구동부하를 연결하는 기어, 하모닉 드라이브, 세인과 같은 연결기구부(transmission mechanisms)에서 발생하게 된다. 이러한 공진 효과를 고려하지 않고 제어기를 설계할 경우 진동의 발생으로 인하여 제어기의 성능에 영향을 미치게 되며 기구부의 조기마모를 초래할 수 있다. 근사적으로 이 현상을 모델링한다면 액츄에이터와 구동부가 스프링으로 연결되어 있다고 볼 수 있는데 이로 인하여 액츄에이터와 부하측의 위치가 서로 상이한 시스템이 된다. 일반적으로 이러한 시스템을 제어하기 위해서는 부하측의 위치를 재환하여 제어기를 설계하는 것이 필요하다. 그러나, 제어기의 구현이라는 측면에서 볼 때 부하의 위치를 직접 측정하여 재환하는 방식은 높은 비용과 센서 설치의 어려움등으로 인하여 실제 시스템에 적용하기에는 적당하지 않은 경우가 많다. 보통 산업용 로보트들은 센서들을 액츄에이터 측, 즉 기어의 입력단에 위치시키고 있으며 조인트의 속도와 위치는 액츄에이터에 위치한 센서를 통하여 간접적으로 측정되어진다. 이에 실제 시스템에 쉽게 적용 가능한 제어기 설계를 위하여서는 부하의 위치대신 액츄에이터의 위치를 측정하여 재환하는 간접측정 방식을 고려한다.

본 논문에서는, 비선형 마찰 및 공진효과를 포함하는 단일 입력 단일 출력(single input single output) 시스템에 대하여 마찰력 보상을 위한 별도의 장치 없이 간접측정방식을 통한 위치제어기를 설계하는 방법을 제시한다. 제어기 설계의 목표는 비선형 마찰 및 공진효과가 존재하여도 서보 시스템의 출력(output)이 계단입력(step reference input)을 정상상태의 오차가 없이 추종할 수 있도록 하는데 있다. 따라서, 우선 시스템에 오차 적분기를 연결하게 되며 이로 인하여 시스템의 차수는 1이

증가하게 된다. 그리고 이 시스템을 H_∞ 제어기법에 적용하여 제어기를 설계하게 된다. 이때 제어기의 입력은 간접측정되어진 상태변수를 이용하고, 설계의 과정은 우선 비선형 마찰을 외란으로 변형하여 선형시스템으로 변환후 오차적분기로 시스템을 확장하고 H_∞ 제어이론을 적용하여 제어기를 구한다. 이때 제어기는 공진효과 및 성능, 안전도 강인성을 고려하여 설계되어진다. 그리고 이때 만들어진 제어기와 오차적분기를 연결하여 최종적으로 시스템에 적용할 수 있는 제어기를 구성한다. 이렇게 설계되어진 제어기를 비선형마찰이 존재하는 원래의 시스템에 적용한 후, 기술 함수법을 이용하여 리미트 사이클의 존재 여부를 검사한다. 끝으로 이 방법의 유효성을 보여주기 위하여 단일축 유연관절 로보트의 제어기 설계에 적용한 결과를 제시한다.

2. H_∞ 제어

본 논문에서는 제어기의 설계방식으로 H_∞ 제어기법을 사용한다. H_∞ 제어는 MIMO 시스템의 제어기 설계를 가능하게 해주는 특성을 가짐으로, 이는 물동마찰이 존재하는 시스템에서 물동 마찰을 외부입력으로 고려하여 설계할 수 있게 하여준다. 또한 시스템의 입출력신호에 가중치 함수를 적용함으로 공진효과의 제거 및 강인한 성능특성, 강인한 안정도 특성을 고려한 설계를 가능하게 하여준다. H_∞ 제어를 위한 기본 불역선도는 [그림1]과 같다.



[그림1] H_∞ 제어를 위한 기본 불역선도

[그림1]에서 G 는 일반화된 플랜트이고, K 는 제어기, u 는 제어입력, y 는 측정가능상태변수, z 는 제어되어지는 변수, w 는 외란ベ터이다. 이때 선형시스템의 H_∞ 제어기 설계를 위한 상태공간방법은 Doyle, Glover 등에 의해 제시되었다.[1] 이에 따르면 제어기는 위의 시스템의 폐루프 전달함수 T_w 의 H_∞ norm이 γ 보다 작아지도록 설계되어진다. 즉,

$$\|T_w\| \leq \gamma \quad (1)$$

일반화된 플랜트 G 는 다음 방정식으로 나타내어진다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1w + B_2u \\ z &= C_1x + D_{11}w + D_{12}u \\ y &= C_2x + D_{21}w + D_{22}u \end{aligned} \quad (2)$$

이때 상태변수벡터 x 는 실제 시스템의 상태 변수들뿐 아니라 가중치 함수, 오차적분기등의 상태변수도 포함하고 있다. 다음의 몇가지 조건은 제어기를 설계하기 위하여 요구되어진다.

- (1) $[A, B_1]$ 은 stabilizable하고 $[C_1, A]$ 은 detectable하다.
- (2) $[A, B_2]$ 은 stabilizable하고 $[C_2, A]$ 은 detectable하다.
- (3) $D_{11} = 0$ 이고 $D_{22} = 0$ 이다.
- (4) $D_{12}^T C_1 = 0$ 이고 $D_{12}^T D_{12} = I$ 이다.
- (5) $B_1 D_{21}^T = 0$ 이고 $D_{21}^T D_{21} = I$ 이다.

이중 조건(3)은 safonov 등에 의해 제안되어진 loop-shifting 방법에 의하여 제거될 수 있음이 알려졌다.[2] 위의 조건을 만족할 때 H_∞ 제어기는 다음과 같이 얻어진다.

$$\frac{dx}{dt} = \hat{A}\hat{x} - ZLy, \quad u = F\hat{x} \quad (3)$$

여기에서

$$\hat{A} = A + \gamma^{-2} B_1 B_1^T X + B_2 F + ZLC_2$$

$$F = -B_2^T X, \quad L = -YC_2^T$$

$$Z = (I - \gamma^{-2} YX)^{-1}$$

\hat{x} 는 x 의 추정값이며, X 와 Y 는 다음의 두개의 리카티 방정식의 양의 해이다.

$$A^T X + XA + C_1^T C_1 + X[\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T]X = 0 \quad (4)$$

$$AY + YA^T + B_1 B_1^T + Y[\gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2]Y = 0 \quad (5)$$

또한 다음의 조건을 만족하여야 한다.

$$\rho(XY) < \gamma^2 \quad (6)$$

3. 제어기 설계

본 논문에서 다루는 시스템은, 다음식과 같은 비선형 마찰을 포함하는 단일 입력 단일 출력 시스템이다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Ef(Ex) + Gd \\ y &= Cx \\ z &= Dx \end{aligned} \quad (7)$$

위의 식에서 x 는 $(n \times 1)$ 상태변수, y 는 $(m \times 1)$ 측정 가능변수, u 는 제어변수, d 는 외란을 나타내는 변수, z 는 출력변수이며, $f(\bullet)$ 는 비선형 마찰을 표시하는 비선형 함수이다. 그리고

A, B, C, D, E, F, G 는 상수 행렬로서 각각의 크기는 각 변수들의 크기와 맞도록 정의 되었다고 가정한다. 이 시스템에 대하여 기준 입력(reference input)을 z_{ref} 라고 정의하고, z_{ref} 가 계단 함수(step function)일 경우 출력 z 가 z_{ref} 를 정상 상태의 오차 없이 추종할 수 있도록 하는 제어기의 설계가 목적이다. 이를 위하여 오차적분기를 도입하게 되는데, 이 오차적분기의 입력은 출력오차가 되고 오차적분기의 출력은 시스템의 입력에 연결된다. 여기서 도입되어진 오차 적분기는, 다음식과 같이 상태변수 x_{n+1} 을 추가하여 시스템을 확장하는것과 같게 된다.

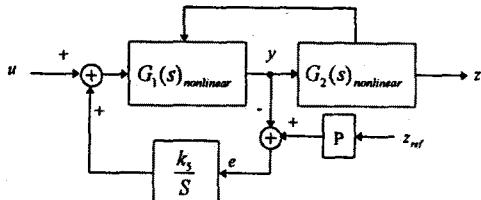
$$\begin{aligned} y_{ref} &= Pz_{ref} \\ \dot{x}_{n+1} &= y_{ref} - y = y_{ref} - Cx \end{aligned} \quad \dots(8)$$

여기에서 P 는 출력변수 z 로부터 측정가능변수 y 에의 전달함수의 정상상태값이된다.

$$P = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{Y(s)}{Z(s)} \quad \dots(9)$$

그러면, 확장된 시스템은 다음식과 같이 나타낼 수 있고 이때의 블럭선도는 [그림2]와 같다. 여기에서 k_s 는 적분기의 시상수이다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & k_s B \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_{n+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix} f \left(\begin{bmatrix} x \\ x_{n+1} \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} G \\ 0 \end{bmatrix} d + \begin{bmatrix} 0_{n+1} \\ P \end{bmatrix} z_{ref} \quad \dots(10)$$



[그림2] 오차적분기로 확장되어진 시스템

다음은, 위의 시스템에서 비선형항인 $f(\cdot)$ 를 외부입력 w 로 대치한다. 이때 d 와 y_{ref} 도 역시 외부입력 w 로 대치되어지고 이때 w 의 영역은 $((n+1) \times 1)^T$ 이 된다.

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{B}_1\bar{w} + \bar{B}_2\bar{u} \quad \dots(11)$$

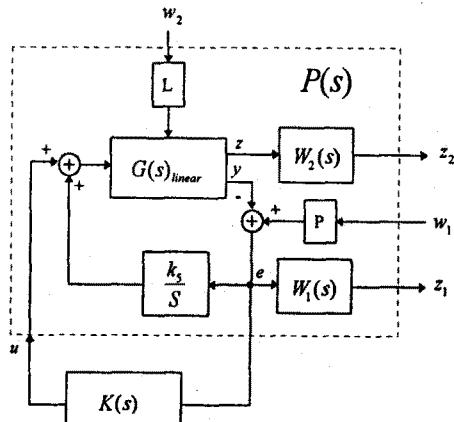
위식에서

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \begin{bmatrix} x \\ x_{n+1} \end{bmatrix}, \quad \bar{A} = \begin{bmatrix} A & k_s B \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{B}_1 &= \begin{bmatrix} H & 0_{n+1} \\ 0_{1 \times n} & P \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_2 = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \dots(12)$$

여기에서,

$$H(i, j) = \begin{cases} F(i) + G(i) & i = j \\ 0 & elsewhere \end{cases}$$

이 시스템을 이용하여 H_∞ 제어기법을 적용하기 위한 LFT의 형태로 변형한다. 변형되어진 후 각 신호에 대하여 가중치를 적용한 것이 [그림3]과 같다.



[그림3] H_∞ 적용을 위한 LFT블럭선도

위의 블럭도로부터 각종 신호에 대한 가중치로 확장되어진 시스템 $P(s)$ 를 구할 수 있게 된다. 이때 최종적으로 구성되어진 시스템이 H_∞ 제어기법에 적용을 위한 조건을 만족한다면 이 시스템에 대하여 H_∞ 제어기법을 적용할 수 있게 된다. 이 때 이 제어기의 목적은 다음과 같은 부등식을 만족하면서 시스템을 안정화시키는 제어기 $K(s)$ 를 구하는 것이다.

$$\|T_w\|_\infty \leq 1 \quad \dots(13)$$

여기에서 T_w 는 외부 입력 w 로부터 제어되어지는 출력 z 에의 전달함수이다. [그림3]에서 $e(s) = y_{ref}(s) - y(s)$ 은 기준 입력에 대한 출력의 오차가 되고, $z(s) = T(s) \cdot z_{ref}(s)$ 는 페루프 전달함수이다. 여기에서 $e(s)$ 에 대한 가중치 $W_1(s)$ 은 외란에 대한 감도를 낮추면서 정상상태 오차를 감소시키는 등 성능강인성에 관련함으로 저주파 영역에 대한 가중치가 되고, $z(s)$ 에 대한 가중치 $W_2(s)$ 는 센서노이즈에 대한 감도를 낮춤과 동시에 시스템의 안정도 강인성에 관련함으로 고주파영역에 대한 가중치가 된다. 본 논문에서는 $e(s)$ 에 대한 가중치 함수로서 다음과 같이 선택한다. 이는 [4]에서 제시된 것과 같다.

$$W_1(s) = \gamma \frac{(1 + \frac{s}{z_{w1}})}{s} \quad \dots(14)$$

여기에서 $W_1(s)$ 의 제로인 $s = -z_{w1}$ 은 시스템의 공진 효과를 줄이기 위하여 적당히 선택한다. 또한 $T(s)$ 에 대한 가중치 함수는 다음과 같이 선택한다.

$$W_2(s) = \frac{s^n}{K_{w2}} \quad \dots(15)$$

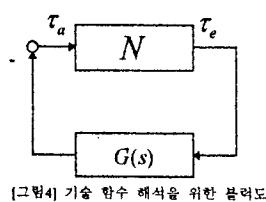
이때 $W_2(s)$ 의 제로의 개수는 시스템의 차수 n 과 같게 한다. 이는 설계되어지는 H_∞ 제어기가 proper해지기 위함이다. K_{w2} 는 폐루프 시스템의 안정도 여유를 고려하여 적당히 선택한다. 또한 L 은 비선형 마찰에 대한 가중치로서 이를 조절하여 비선형 마찰의 시스템에 대한 영향을 줄일 수 있게 된다.

$$L(i, j) = \begin{cases} w_i \text{ 에 대한 가중치} & i = j \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases} \quad \dots(16)$$

설계에 있어서 이 세 종류의 가중치를 서로 조정해 가며 원하는 성능을 나타내도록 하게 한다.

4. 리미트 사이클의 검사

오차 적분기로 확장되어진 시스템은 기준 입력의 주종 시비선형 마찰과의 상호 작용으로 인하여 리미트 사이클을 발생시킬 수 있다. 제어 시스템에 있어서 만일 리미트 사이클이 발생한다면 이는 제어 시스템의 성능에 치명적인 현상이므로 리미트 사이클의 발생여부를 예측하는 것은 상당히 중요한 일이다. 리미트 사이클 존재 여부의 검사는 기술함수법(describing function method)를 사용하게 된다. 설계되어진 제어 시스템을 기술함수에 의한 해석을 위하여 먼저 시스템을 선형 블럭과 비선형 블럭으로 나눈다. 이때 선형 블럭은 제어 시스템의 비선형 블럭의 양단에서 바라본 나머지 블럭으로부터 구해진다. 이때 기술 함수 해석을 위한 블럭도는 [그림4]와 같다.



[그림4] 기술 함수 해석을 위한 블럭도

비선형 요소 N 의 기술 함수를 $N_d(M, w)$ 이라고 하고, 비

선형 요소 N 의 입력축에서의 리미트 사이클의 기본 성분(fundamental component)을 $M \cos(wt)$ 라고 하면, 리미트 사이클이 존재할 조건은

$$1 + G(jw) \cdot N_d(M, w) = 0 \text{ or } G(jw) = \frac{-1}{N_d(M, w)} \quad \dots(17)$$

이 된다. 또한, 물동 마찰의 기술 함수는 다음과 같이 주어진다.[3]

$$N_d(M, w) = N_c(\gamma), \quad \gamma = \frac{F_c}{M}$$

$$N_c(\gamma) = \left[1 - 4\left(1 - \frac{4}{\pi^2}\right)\gamma^2 \right]^{\frac{1}{2}} \angle \tan^{-1} \frac{2\gamma\left(\frac{4}{\pi^2} - \gamma^2\right)^{\frac{1}{2}}}{1 - 2\gamma^2}$$

for $\gamma \leq 0.536$

$$N_c(\gamma) = \frac{1}{\pi} \left\{ [\pi - (wt_1 - wt_2) - \sin wt_1 (\cos wt_1 + \cos wt_2)] - \cos wt_2 (\sin wt_1 + \sin wt_2) \right\}^{\frac{1}{2}}$$

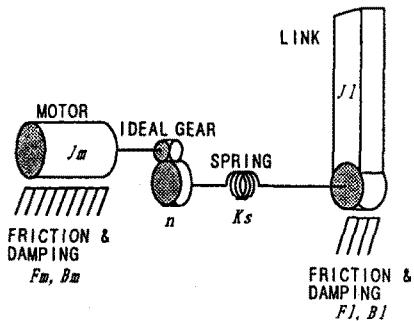
$$\angle \tan^{-1} \frac{\sin wt_1 + \sin wt_2}{\pi - (wt_1 - wt_2) - \sin wt_1 (\cos wt_1 + \cos wt_2) - \cos wt_2 (\sin wt_1 + \sin wt_2)}$$

for $\gamma > 0.536 \quad \dots(18)$

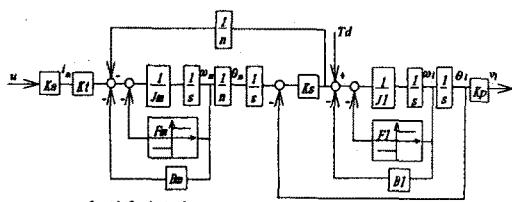
만약 식이 해를 갖지 않는다면, 리미트 사이클이 존재할 조건이 만족되지 않아서 리미트 사이클은 발생하지 않을음을 예측할 수 있다. 만약 리미트 사이클이 존재한다면 식은 해를 갖게 되고, 그 해로부터 리미트 사이클의 기본 성분의 크기와 주파수를 예측할 수 있게 된다. 그러면 각 신호의 가중치 함수를 조절하여 식의 해가 존재하지 않도록 한다. 그러나 어떤 경우에는 리미트 사이클이 항상 존재하는 경우가 있을 수 있으며, 따라서 이 경우에는 식을 만족하는 해가 항상 존재한다. 이러한 상황에서는 리미트 사이클을 완전히 없앨 수는 없고, 그 크기를 제어 시스템에 영향을 주지 않을 만큼 줄이도록 한다. 리미트 사이클 존재 여부 검증 및 리미트 사이클 제거의 과정은 통상 그레프를 이용하여 비교적 체계적이고 손쉽게 이루어질 수 있다.

5. 적용 예

본 절에서는, 위의 절에서 제시한 방법을 단일 축 유연 관절 로보트 제어기에 적용한 예를 보여 준다. 대상 시스템은 하모닉 드라이브에 의해서 구동이 되는 로보트 관절 시스템으로서, [그림5]는 이 시스템을 등각 개념에 의해서 표현한 그림이다. 하모닉 드라이브는 그 구조로 인하여 유연성을 가지고 있는 감속기인데, 그림에서는 이를 스프링과 이상적인 기어가 결합된 형태로서 나타내고 있다.



[그림5] 단일 축 로보트 관절 시스템



[그림6] 단일 축 로보트 관절 시스템의 블럭도

상태 변수를 $x_1 = v_1$, $x_2 = w_1$, $x_3 = \theta_m$, $x_4 = w_m$ 와 같이,
상태 벡터를 $x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T$ 으로 정의하고, 실제 시스템의
수치를 사용하면, 주어진 시스템의 상태 방정식은

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 8.35 & 0 & 0 \\ -5988 & -0.25 & 50000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2874.3 & 0 & -24000 & -8 \end{bmatrix} x - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2000 \end{bmatrix} f(x_4)$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 58.92 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 41.7 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} d$$

$$y = [0 \ 0 \ 1 \ 0]x, \quad z = [1 \ 0 \ 0 \ 0]x$$

...(19)

와 같다. 이 시스템은 원래 모터축과 관절축의 양쪽에 두개의 비선형 마찰 요소를 가지고 있으나, 기술함수법은 한 개의 비선형 요소만을 허용하므로, 두개 중 하나를 무시하거나 다른 한쪽으로 등가적으로 이동하여 한 개의 비선형 요소만이 존재하도록 변형시킬 필요가 있다. 감속 기어를 사용한 대부분의 로보트 관절 시스템에서는, 관절축의 마찰력을 모터축으로 환산하여 모터축의 마찰력과 비교하였을 때 그 값은 상대적으로 대단히 작다. 여기서 다루고 있는 시스템에 대해서도 예외는 아니어서, 관절축의 마찰력을 모터축으로 환산하면 그 값은 모터축 마찰력의 20%내외가 된다. 따라서 관절축 마찰인 F_f 을 무시하기로 한다. 기준 입력을 z_{ref} 라 하고,

$$\dot{x}_5 = y_{ref} - y = y_{ref} - x_3$$

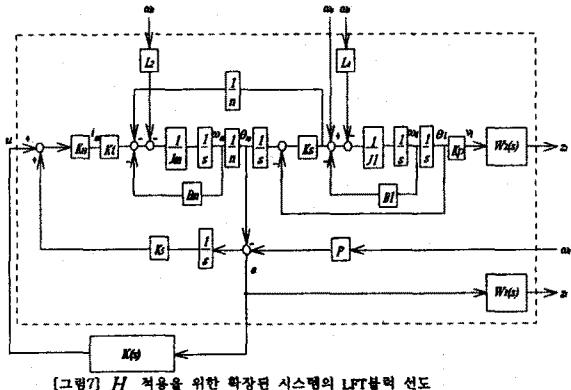
$$P = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{Y(s)}{Z(s)} = \frac{n}{K_p} = 11.98, \quad y_{ref} = 11.98 \times z_{ref} \quad ... (20)$$

의 정의에 의해서 추가 상태 변수를 도입하여 시스템을 확장하면, 확장 시스템의 상태 방정식은 다음과 같다.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 8.35 & 0 & 0 & 0 \\ -5988 & -0.25 & 50000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2874.3 & 0 & -24000 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2000 \\ 0 \end{bmatrix} f(x_4)$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 58.92 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 41.7 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} d + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 11.98 \end{bmatrix} z_{ref} \quad ... (21)$$

확장된 시스템의 비선형 항을 외부 입력으로 바꾼 후 가중치 함수를 설정하여 시스템을 확장하고 H_∞ 제어기 설계를 위하여 그림과 같이 LFT의 형태로 전환한다.



[그림7] H_∞ 적용을 위한 확장된 시스템의 LFT블럭 선도

본 시스템에 대한 가중치 함수는 각각 다음과 같다.

$$W_1(s) = \gamma \frac{\left(1 + \frac{s}{z_{w1}}\right)}{s}, \quad W_2(s) = \frac{s^4}{K_{w2}},$$

$$z_{w1} = 30 \text{ rad/s}, \quad K_{w2} = 1 \times 10^{11}$$

$$L_2 = 5.092, \quad L_4 = 0.5, \quad K_s = 10 \quad ... (22)$$

위의 H_∞ 제어를 위한 기본 블럭에 주어진 알고리즘을 이용하여 H_∞ 제어기를 설계한다. 최종적으로 만들어지는 제어기는 H_∞ 제어기와 오차 적분기 블럭이 병렬로 연결되어진 것이다. 이를 통하여 만들어진 제어기는 다음과 같다.

$$K_c(s) = K_c \frac{\prod_{i=1}^4 (s - z_i)}{\prod_{j=1}^5 (s - p_j)} \quad ... (23)$$

여기에서

$$K_c = 1.3051 \times 10^5,$$

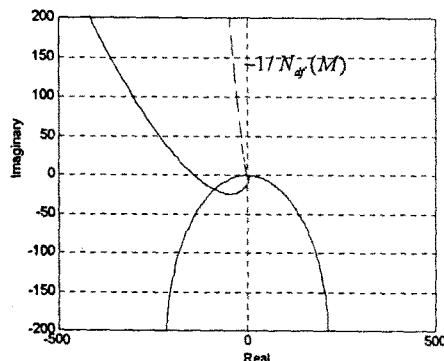
$$z_1 = -6.3302, -1.8763, -1.3136 \pm j2.7204 \times 10^2$$

$$p_1 = 2.7443 \times 10^1 \pm j3.8115 \times 10^2,$$

$$-1.0787 \times 10^3 \pm 8.5035 \times 10^2, 0$$

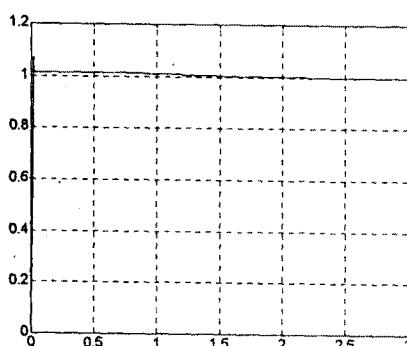
이다.

기술함수법을 이용하여 설계되어진 제어 시스템에서의 리미트 사이클의 존재 여부를 검사한다. 시스템은 선형 블럭과 비선형 블럭으로 나누어 각각의 전달 함수를 구한다. 선형 블럭의 전달 함수를 $G(s)$ 라 하고, $G(s)$ 의 폐적을 비선형 마찰의 기술 함수 $N_{df}(M)$ 과 함께 복소 평면에 그림 그림은 [그림8]에서 볼 수 있다.



[그림8] $G(jw)$ 와 $-1/N_{df}(M)$ 의 폐적

[그림8]에서 볼 수 있듯이 식 $G(jw) = -1/N_{df}(M, w)$ 는 해를 가지지 않는다. 이 결과는 제어 시스템에서 리미트 사이클이 존재하지 않음을 예측하여 준다. 이 제어 시스템에 대한 계단 응답은 [그림9]와 같다. 이 그림에서 알 수 있듯이 리미트 사이클은 존재하지 않으며, 이는 기술함수해석에 의한 결과와 일치한다.



[그림9] 계단 입력에 대한 응답

6. 결론

본 논문에서는 비선형 마찰 및 공진 효과가 존재하는 서보 시스템에 대하여 계단 입력을 정상상태 오차 없이 추종할 수 있는 제어기 설계 방법이 제시되었다. 실제 시스템에 쉽게 적용을 하기 위하여 간접측정방법을 사용하고, 비선형 마찰을 제거하면서 계단 입력을 정상상태 오차 없이 추종할 수 있도록 오차 적분기로 확장하였으며 이 확장된 시스템에 공진 효과를 줄여 주고 안정도 장인성을 고려하여 설계할 수 있는 H_∞ 제어 기법을 사용하여 제어기를 설계하였다. 제어기와 비선형 마찰의 상호작용으로 인하여 리미트사이클이 발생할 수 있는데 리미트사이클의 존재를 확인하기 위하여 기술함수법을 사용하였다. 제시된 방법을 단일 축 유연 관절 로보트 제어기에 적용하여 만족스러운 결과를 얻을 수 있음을 보여 주었다.

참고문헌

- [1] J. C. Doyle, K. Glover, P. P. Kaargonekar, and B. A. Francis, "State-space solutions to standard H_2 and H_∞ control problems," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 34, no. 8, pp. 831-847, Aug. 1989
- [2] M. G. Safonov, D. J. N. Limebeer, and R. Y. Chiang, "Simplifying the H_∞ theory via loop-shifting, matrix-pencil and descriptor concepts" INT. J. Control., 1989, vol. 50, No. 6, pp. 2467-2488
- [3] S. M. Shinners, Modern Control Theory and Application, Addison-Wesley, 1972, pp. 381-385
- [4] W. S. Wang and C. H. Liu, "Controller Design and Implementation for Industrial Robots with Flexible Joints", IEEE Trans. Indust. Electro., vol. 39, no. 5n pp. 379-391, Oct. 1992