

강인한 2자유도 다변수 보일러-터빈 시스템의 설계

황창선*, 김동완*, 정호성*, °이두영*, 조규열*, 남경천*
*부산대학교 전기공학과

A Design on Robust Two-Degree-of-Freedom Multivariable Boiler-Turbine System

C. S. Hwang*, D. W. Kim*, H. S. Jung*, °D. Y. Lee*, K. Y. Cho*, K. W. Nam*

* Dept. of Electrical Engineering, Pusan National University

Abstract - This paper deals with the robust two-degree-of-freedom multivariable control system using H_2/H_∞ -optimization method which can achieve the robust stability and the robust performance, simultaneously. The feedback controller can obtain the robust stability property. The feedforward controller can obtain the robust performance property under modelling error. The robust two-degree-of-freedom multivariable control system is applied to the nonlinear multivariable boiler-turbine system. The validity of the proposed method is verified through being compared with LQG/LTR design method.

1. 서론

최근 제어 대상의 파라미터 변동, 모델링 오차 등의 불확실성(uncertainty)에도 불구하고, 실제 시스템의 강인한 안정성 및 성능을 보장하는 강인성 제어 이론은 Zames(1981)[1]에 의해 제어 대상의 파라미터 변동 등에 대한 감도함수의 H_∞ 노음(norm)을 최소로 하는 H_∞ 최적화 문제가 제기되어 중요한 관심분야가 되고 있다.

Li(1992)[2] 등은 강인한 제어계의 설계에 혼합감도함수에 대한 H_∞ 최적화 문제를 다루고 있으나 강인한 안정성은 보장되지만 기준 신호에 대한 목표치 특성 즉 강인한 성능은 좋지 않은 결점을 가지고 있다. 따라서, 강인한 안정성과 성능을 동시에 만족시키는 2자유도제어계(two-degree-of-freedom TDF)의 설계가 요구된다. Yaesh(1991)[3] 등에 의해 2자유도제어계의 H_∞ 최적화 방법이 제시되었으나 H_∞ 노음의 계산 과정이 복잡하고 강인한 성능을 고려하지 않은 면이 있다.

본 연구에서는 다변수 제어계의 중요한 설계 목적인 강인한 안정성과 성능이 동시에 달성되는 강인한 2자유도 다변수 제어계의 새로운 설계 방법을 제안한다. 강인한 안정성을 위한 피드백제어기의 설계 파라미터는 혼합감도함수에 대한 모델정합 문제의 H_∞ 노음을 이용하여 구한다. 강인한 성능을 위한 피드포워드제어기의 설계 파라미터는 모델의 출력과 실제 제어계의 출력값과의 오차에 대해 H_2 노음을 이용하여 구한다.

제안된 방법으로 구성된 2자유도제어계를 다변수 비선형제인 보일러-터빈시스템에 적용하여 동작점 변화에 따른 파라미터의 변동 및 외란 등의 존재시에도 강인한 안정성과 성능이 동시에 달성됨을 보이고, LQG/LTR 설계 방법과 비교한다.

2. 강인한 2자유도 다변수 제어계의 설계

2. 1 강인한 2자유도 다변수 제어계의 구성

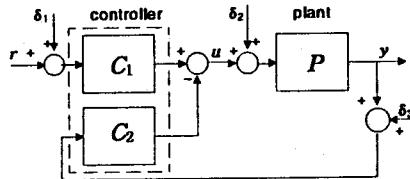


그림 1 피드백형 2자유도 제어계

그림 1의 선형 다변수 제어계 $S(C, P)$ 를 고찰대상으로 한다.

다. 제어기는 $C = [C_1 \ -C_2]$ 이며 $u = C_1 r - C_2 y$ 이다. 제어 대상 P 는 선형 시불변 다변수이고 RL_∞ 에 속한다고 가정한다. RL_∞ 는 허수축상에 극점이 없는 실유리함수 행렬의 공간(space)을 의미하며 RH_∞ 는 $Re s > 0$ 에서 극점이 없는 RL_∞ 에 속하는 전달함수행렬을 의미한다. 여기서, r 은 기준입력, u 는 제어 입력, y 는 출력 신호를 나타낸다.

피드백제어기 C_2 의 파라미터 표현은 식(2. 1)로 구해진다.[4]

$$C_2 = (Y - Q \tilde{N}_p)^{-1} (X + Q \tilde{D}_p) \quad (2. 1)$$

단, $Q \in RH_\infty$, $\det(Y - Q \tilde{N}_p) \neq 0$

P 가 proper인 경우 C_1 의 파라미터 표현은 식(2. 2)로 구해진다.

$$C_1 = (Y - Q \tilde{N}_p)^{-1}, \ K \in RH_\infty \quad (2. 2)$$

그림 1에서 제어 대상의 변동이 있는 공정치 제어 대상에 대한 $r \rightarrow y$ 의 전달함수 G_{yr} 는 식(2. 3)으로 구해진다.[4]

$$G_{yr} = N_p K \quad (2. 3)$$

2. 2 H_∞ 최적화 방법에 의한 피드백제어기 C_2 의 설계

대부분의 1자유도 피드백 시스템의 제어 문제는 기준 H_∞ 최적화문제로 공식화될 수 있으며 (그림 2), 설계 목적에 따라 결정되는 가중함수(weighting function)와 오차 등을 포함하는 일반화된 제어 대상 G 는 $[w \ u]^T$ 에서 $[z \ y]^T$ 로의 전달함수이며 식(2. 4)로 표현된다.

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

여기서, $G_{11} \in \mathbb{R}^{n_1 \times m_1}$, $G_{12} \in \mathbb{R}^{n_1 \times m_2}$, $G_{21} \in \mathbb{R}^{n_2 \times m_1}$, $G_{22} \in \mathbb{R}^{n_2 \times m_2}$ 이고 $\mathbb{R}^{n \times q}$ 는 실계수를 가진 proper 유리함수의 집합을 의미한다.

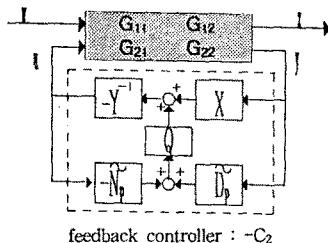


그림 2 Q파라미터에 의한 기준문제의 불러선도

제어 입력 u 와 제어기의 출력 y 는 식(2. 5)이다.

$$u = -C_2 y \quad (2.5)$$

T_{12} 가 비정방이고 T_{21} 이 정방인 경우 혼합감도함수에 대한 모델 정합 문제는 다음의 식(2. 6)과 같이 2불러의 Hankel 근사화문제로 된다.[5]

$$\begin{aligned} \text{minimize} \| F(T, Q) \|_\infty &= \| \begin{bmatrix} w_1 S(s) \\ w_2 T(s) \end{bmatrix} \|_\infty \\ &= \| T_{11} + T_{12} QT_{21} \|_\infty \leq 1 \\ &= \| (R_{11} + Q) M^{-1} \|_\infty \leq 1 \\ &= \| \bar{R} + \bar{X} \|_\infty \leq 1 \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\text{단}, T_{11} = \begin{bmatrix} w_1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} w_1 P \\ -w_2 P \end{bmatrix} D_p X, \quad T_{12} = -\begin{bmatrix} w_1 P \\ -w_2 P \end{bmatrix} D_p,$$

$$T_{21} = D_p, \quad R_{11} = T_{12}^* T_{11} T_{21}^*, \quad R_{21} = T_{21}^* T_{11} T_{21}^*$$

여기서, M 은 $M^*M = I^2 - R_{21}R_{21}^*$ 을 만족하는 스펙트럴 요소(spectral factor)이며, w_1 과 w_2 는 감도함수 S 와 상보감도함수 T 에 대한 가중함수이다. 최적해 Q 는 식(2. 6)에서 $Q = \bar{X}M$ 으로 구할 수 있다.

2.3 H₂최적화 방법에 의한 피드포워드 제어기 C_1 의 설계

H_2 의 가격함수(cost function)는 식(2. 7)로 선택할 수 있다.

$$J = \left\| \frac{\rho w_p [G_{opt} - N_p K]}{\rho D_p K} \right\|_2 < r \quad (2.7)$$

여기서, ρ 는 강인한 안정성과 성능의 상대적 중요성을 고려하는 가중 상수(constant)이다.

식(2. 7)을 일반화된 제어 대상으로 구성되는 기준 H₂문제로 나타내면 다음의 식(2. 8)과 같다.

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_p G_{opt} & & -w_p N_p \\ 0 & \ddots & \vdots & \rho D_p \\ \vdots & \vdots & \ddots & \rho D_p \\ I & & & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

제어입력 u 와 y 의 관계는 식(2. 9)과 같다..

$$u = Ky \quad (2.9)$$

일반화 제어 대상 G 의 상태공간표현은 식(2. 10)으로 구해 진다.

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

여기서, 각 요소는 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} A_{opt} & 0 & 0 \\ -B_{opt} C_{opt} & A_{opt} & B_{opt} C_{opt} \\ 0 & 0 & A_{opt} \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{opt} D_{opt} \\ B_{opt} \end{bmatrix},$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} -B_{opt} D_{opt} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} -D_{opt} C_{opt} & C_{opt} & D_{opt} C_{opt} \\ \rho C_{opt} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{opt} \end{bmatrix},$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{11} = \begin{bmatrix} D_{opt} D_{opt} \\ 0 \\ D_{opt} \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} D_{opt} D_{opt} \\ \rho D_{opt} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$D_{21} = [I], \quad D_{22} = [0]$$

식(2. 7)을 최소로 하는 최적의 설계파라미터 K_{opt} 의 상태공간표현은 식(2. 10)의 상태공간표현을 이용하면 다음과 같다.

$$K_{opt} = \begin{bmatrix} A - F C_2 - B_2 H - F D_{22} H \\ \vdots \\ H \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

여기서, F 와 H 는 식(2. 12)와 식(2. 13)로 구해진다.

$$F = (\Sigma C_2^T + B_2 D_{22}^T (D_{22} D_{22}^T)^{-1}) \quad (2.12)$$

$$H = (D_{22}^T D_{22})^{-1} (B_2^T Z + D_{22}^T C_1) \quad (2.13)$$

최적의 설계파라미터 K_{opt} 가 구해지면 피드포워드제어기 C_1 는 식(2. 2)에 의하여 구할 수 있다.

3. 보일러-터빈시스템에 대한 적용 및 시뮬레이션

3. 1 보일러-터빈시스템의 선형화 모델

보일러-터빈시스템의 동특성의 비선형모델은 Bell 등에 의해 신뢰도가 입증된 160MW 화력발전기용 보일러-터빈 시스템의 동특성 모델을 채택하였다.[6]

비선형모델은 다음과 같이 주어진다.

$$\dot{x}_1 = -0.0018 u_2 x_1^{9/8} + 0.9 u_1 - 0.15 u_3$$

$$\dot{x}_2 = (0.073 u_2 - 0.016) x_1^{9/8} - 0.1 x_2$$

$$\dot{x}_3 = (141 u_3 - (1.1 u_2 - 0.19) x_1) / 185$$

$$y_1 = x_1, \quad y_2 = x_2$$

$$y_3 = 0.05 (0.13073 x_3 + 100 a_o + (qe/9 - 67.975)) \quad (3.1)$$

여기서, 상태변수 x_1 은 드럼증기압(kg/cm³), x_2 은 전기적 출력(MW), x_3 은 드럼내의 유체의 농도(kg/cm³)이고 u_1 은 보일러 연료조절기의 위치, u_2 은 터빈으로 가는 증기의 양을 조절하는 벨브의 위치, u_3 은 급수(feedwater)조절기의 위치를 각각 나타낸다. 출력 y_3 은 드럼의 수위[m]를 나타내며 a_o 는 증기의 절을 나타내는 계수이고, qe 는 증발률(kg/sec)을 나타낸다.

보일러-터빈시스템의 비선형 모델은 식(3. 1)로 주어지고 Taylor급수 근사를 이용하여 동작점에서 선형화시킨다. 얻어진 선형모델은 식(3. 2)의 상태방정식으로 표시될 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\delta x} &= A \delta x + B \delta u \\ \delta y &= C \delta x + D \delta u \end{aligned} \quad (3.2)$$

여기서, $\delta x = x - x^0$, $\delta u = u - u^0$, $\delta y = y - y^0$ 이고 x^0, u^0, y^0 는 동작점에서의 값이다. 중간부하점(half load point)을 공정 동작점으로 하여 선형화시킨다.

외관이나 추종명령에 의하여 동작점이 공정동작점의 70%에서 130%사이에서 변화한다고 가정하였으며, 일곱개의 동작점에서의 시스템 행렬 (A_i, B_i, C_i, D_i) 들은 공정 동작점에서와 같은 방법으로 얻어지며 행렬 A_i 의 각 요소의 값들은 표 1과 같다. 여기서, $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ 이다.

표 1 각 동작점에서의 시스템 행렬 A의 값

동작점		1(20%)	2(20%)	3(20%)	4(100%)	5(10%)	6(20%)	7(130%)
행	열	-0.017	-0.002	-0.0022	-0.0005	-0.0028	-0.0031	-0.0034
w ₁₁	w ₁₂	0	0	0	0	0	0	0
w ₂₁	w ₂₂	0.0072	0.0477	0.0695	0.0934	0.0905	0.0818	0.1033
w ₃₁	w ₃₂	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1
w ₄₁	w ₄₂	0	0	0	0	0	0	0
w ₅₁	w ₅₂	-0.024	-0.0049	-0.0038	-0.0037	-0.0078	-0.0085	-0.0094
w ₆₁	w ₆₂	0	0	0	0	0	0	0

3. 2 간인한 2자유도 다변수 제어계의 설계

보일러-터빈시스템은 매우 느리게 동작하므로 외관의 우세한(dominant)주파수는 저주파수이며 0.01 rad/sec으로 가정한다. 또한, 모델링 오차의 우세한 주파수는 일반적으로 고주파수이며 20 rad/sec로 가정한다.

1) 피드백제어기 C₂의 설계

피드백제어기 C₂의 설계는 식(2. 6)의 혼합감도함수에 대한 모델정합문제의 H_∞-노음률을 최소화하고 폐루우프계를 안정화시키는 제어기를 찾는 문제이다. 여기서, w₁과 w₂는 설계사양에 따라 선택되는 기증함수이다. w₁은 0.01 rad/sec이하의 외관을 고려하고 w₂는 20 rad/sec이상의 고주파수에서의 동작점 변화에 따른 모델링오차를 고려하여 다음으로 구하였다.

$$W_1 = r \begin{vmatrix} \frac{0.025s+100}{10 \times 10^3 s+1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{0.025s+100}{10 \times 10^3 s+1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{0.025s+100}{10 \times 10^3 s+1} \end{vmatrix}, \quad W_2 = \begin{vmatrix} \frac{47.7s+300}{s+1000} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{47.7s+300}{s+1000} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{47.7s+300}{s+1000} \end{vmatrix} \quad (3. 3)$$

여기서, r은 성능의 조정을 위한 파라미터이며 r의 값을 8.67에서 16.7로 변화시켜 16.56으로 하였으며, Hankel근사화문제의 최대값은 0.457이었다.

2) 피드포워드제어기 C₁의 설계

피드포워드제어기의 설계식 식(2. 8)에서 고려한 w_{3r} 및 최적의 모델 G_{opt}은 다음과 같다. 또한, ρ의 값을 1.1로 하였다.

$$w_{3r} = \begin{vmatrix} s^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & s^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & s^{-1} \end{vmatrix}, \quad G_{opt} = \begin{vmatrix} \frac{0.623}{s+0.623} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{0.623}{s+0.623} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{0.623}{s+0.623} \end{vmatrix} \quad (3. 4)$$

3. 시뮬레이션

그림 3은 130%의 동작점 변화의 영향을 나타내는 그림이다. LQG/LTR과 식(3. 4)의 모델 및 TDF에 대해 계단입력(step input)에 대한 드럼수위의 응답을 나타낸다. 그림으로 부터 제안된 방법에 의한 2자유도제어계의 응답은 모델과 거의 일치함을 알 수 있다.

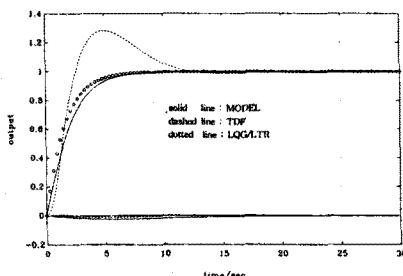


그림 3 130%의 동작점 변화에 대한 드럼수위의 계단응답

그림 4는 LQG/LTR과 TDF에 대해 계단 외란(disturbance)에 대한 외관제거특성을 나타내는 그림이다. 그림으로 부터 제

안된 2자유도제어계는 약 5초 후에 거의 외관의 영향이 없어지나, LQG/LTR의 경우는 약 20초 후에 영향이 없어지며 상태의 변화에 민감한 드럼수위에 대해서는 외관의 미소한 영향이 계속됨을 알 수 있다.

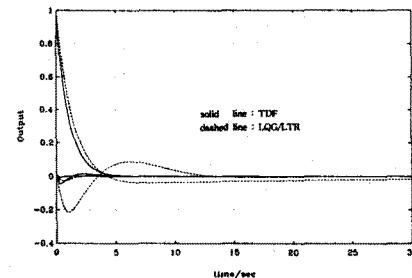


그림 4 드럼수위에 대한 외관제거특성의 비교

4. 결 론

본 연구에서는 간인한 안정성 및 목표치특성을 동시에 달성할 수 있는 H₂/H_∞-최적화방법에 의한 간인한 2자유도 다변수제어계의 설계방법을 제안하였다. 제안된 설계방법은 제어기의 구조가 명확하여 단체적인 설계가 가능하였다. 또한, 제어기의 설계파라미터를 H₂ 및 H_∞-최적화방법을 이용하여 독립적으로 구할 수 있으므로 설계의 범위가 넓어지는 장점이 있음을 알 수 있었다.

제안된 방법에 의해 구성된 간인한 2자유도 다변수제어계를 비선형 및 동작점변화에 의한 모델링 오차가 존재하는 보일러-터빈시스템에 적용하여 LQG/LTR과 비교한 결과 간인한 안정성과 목표치 특성 및 외관제거특성이 뛰어남을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

- [1] G. Zames, "Feedback and optimal sensitivity: Model reference transformation, multiplicative seminorms and approximate inverses," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-26, pp. 301-320, 1981.
- [2] X. P. Li, B. C. Chang, S. S. Banda, and H. H. Yeh, "Robust control systems design using H_∞-optimization theory," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 15, no. 4, pp. 944-952, 1992.
- [3] I. Yaesh and U. Shaked, "Two-degree-of-freedom H_∞-optimization of multivariable feedback systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 36, no. 11, pp. 1272-1276, 1991.
- [4] T. Sugie, T. Yoshikawa, "General solution of robust tracking problem in two-degree-of-freedom control systems," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-31, pp. 552-554, 1986.
- [5] M. G. Safonov, E. A. Jonckheer, M. Verma and D. J. N. Limebeer, "Synthesis of positive real multivariable feedback systems," *Int. J. Contr.*, vol. 45, no. 3, pp. 817-842, 1987.
- [6] W. H. Kwon, S. W. Kim, P. G. Park, and E. K. Kim, "Design of a Boiler-Turbine control system using a modified LQG/LTR method," *KIEE*, vol. 39, no. 2, pp. 199-209, 1990.