

## 수요의 불확실성을 고려한 예약 요금제

정 해성◦ 김 성수\* 박 종근\* 최 준영\*\* 홍 준희\*\*\* 임 성황\*\*\*\*  
◦ 서울대학교 \*\* LG 전자 \*\*\* 경원대 \*\*\*\* 한전

## Precontract Pricing considering Stochastic Demand

Hae-Seong Jeong◦ Seong-Su Kim\* Jong-Keun Park\* Joon-Young Choi\*\* Jun-Hee Hong\*\*\*  
Scong-Hwang Rim\*\*\*\*  
◦ Seoul National University \*\*LG Electronics \*\*\*Kyungwon Univ \*\*\*\*KEPCO

### Abstract

When precontract pricing is applied, consumers must reserve expecting the amount of electricity to use. But Consumers expecting demand has stochastic property, expecting demand may be different from real demand. To prepare for this problem, spinning reserve is needed. Now I suggest new pricing system that someone has large variance and large elasticity pays high price by the accumulated penalty factor. And I suggest the accumulated penalty factor for maximizing social welfare.

### 1. 서론

최근에 들어 전력계통에도 환경의 중요성과 효율적인 계통 운영이 강조되면서 새로운 형태의 요금제도가 제안되고 있다.

새로운 형태의 요금제도들은 대부분 전력계통에 시장의 개념을 도입한 요금제도들로 경쟁의 원리에 입각한 방식이다.

전기는 생산과 동시에 소모되어야 하는 저장성이 없는 재화여서 그로 인하여 다른 재화와 다른 성격을 많이 가지고 있다.

이런 비저장성으로 인해 항상 수요량의 변화에 대비한 적절한 공급 예비력을 확보해야 된다. 이러한 특징을 고려한 요금제도로 학률적 예약 요금제가 제안되었다.

학률적 예약 요금제는 시장의 참여자가 자신의 사고 확률에 대해 책임을 지는 형태이다. 그러나 이 요금제는 예약을 여기는 모든 행위를 사고로 간주하는데 이 경우에 이산적인 사고 확률을 적용한 점이 실제 상황에 적용하기 힘든 점으로 생각된다.

그리하여 이 단점을 보완한 새로운 방식을 제안하고자 한다.

실제 전력 시장의 참여자는 수요의 불확실성으로 인해 자기가 사용할 양을 정확히 알 수 없다. 자신의 예약량과 다르게 쓰는 경우는 적당한 penalty factor를 주어 누진 요금제를 적용하여 결국 분산이 큰 효용자가 공급예비력에 더 많은 기여를 하는 방식을 제안한다.

### 2. 본론

예약을 하는 소비자의 수요는 예약시점과 사용시점에 차이가 있을 수 있으므로 다음과 같은 가정을 한다.

1. 수요에는 불확실한 요소가 있어 예상 수요한 수는 일정한 확률 분포를 갖는다.
2. 각 소비자의 수요에 대한 가격의 탄력성은 일정하다.
3. 각 소비자는 자신의 이득을 최대로 하려고 행동한다.
4. 소비자는 위험중립적이다.

### 2.1 제안하는 모델

#### 2.1.1 수요함수

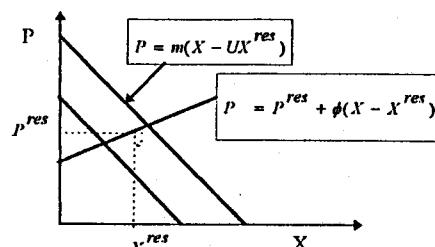
소비자의 수요의 불확실성을 고려하기 위해 다음과 같은 모델을 생각한다. 먼저 예상수요함수를 모델링하기 위해 참가자  $i$ 에 대해 다음과 같은 확률변수를 정의한다.

$$\int_{U_i^{\min}}^{U_i^{\max}} f_i(U_i) dU_i = 1 \quad \dots (1) \quad (f_i \geq 0)$$

$$\int_{U_i^{\min}}^{U_i^{\max}} U_i f_i(U_i) dU_i = 1 \quad \dots (2)$$

이때 소비자의 수요함수는 다음과 같이 생각한다.

$$X_i = \frac{P}{m_i} + U_i X_i^0 \quad \left( -\frac{1}{m_i} : \text{수요에 대한 가격 탄력성} \right) \dots (3)$$



### 2.1.2 가격함수

각 소비자가 예약을 행하면 전체 예약량에 의해 전기 가격이 결정되며 소비자가 예약을 아기는 경우는 다음과 같이 요금을 부가한다.

$$P = P^{res} + \phi(X - X^{res}) \quad \dots \dots \dots (4)$$

$P^{res}$  : 예약 가격       $X^{res}$  : 예약량  
 $\phi$  : 누진 penalty factor

### 2.2 문제의 정식화

각 소비자는 자신의 이익을 최대화 하려 한 것이다. 즉 자신의 이익을 최대로 하기 위한 예약량을 구하게 된다. 문제의 정식화는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Max} W_i &= \text{Max}_{X_i^{res}} \int_{U_i^{\min}}^{U_i^{max}} f_i(U_i) \\ &\int_0^{\frac{m_i X_o U + P^{res} - \phi X_i^{res}}{m_i - \phi}} (m_i X - Um_i X_o) dX - \\ &\int_{X_i^{res}}^{\frac{m_i X_o U + P^{res} - \phi X_i^{res}}{m_i - \phi}} (P^{res} + \phi(X - X_i^{res})) dX] dU \\ &- X_i^{res} P^{res} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (5)$$

먼저 윗 식의 큰 괄호부분을 계산하자.

$$\begin{aligned} &\int_0^{\frac{m_i X_o U + P^{res} - \phi X_i^{res}}{m_i - \phi}} (m_i X - Um_i X_o) dX \\ &- \int_{X_i^{res}}^{\frac{m_i X_o U + P^{res} - \phi X_i^{res}}{m_i - \phi}} (P^{res} + \phi(X - X_i^{res})) dX] \\ &= \frac{-m_i \phi}{2(m_i - \phi)} X_i^{res 2} + \frac{m_i U X_o \phi + P^{res} m_i}{m_i - \phi} X_i^{res} \\ &- \frac{(m_i X_o U + P^{res})^2}{2(m_i - \phi)} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (6)$$

(6)을 (5)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} W_i &= \int_{U_i^{\min}}^{U_i^{max}} f_i(U_i) \left( \frac{-m_i \phi}{2(m_i - \phi)} X_i^{res 2} \right. \\ &\left. + \frac{m_i U X_o \phi + P^{res} m_i}{m_i - \phi} X_i^{res} - \frac{(m_i X_o U + P^{res})^2}{2(m_i - \phi)} \right) dU \\ &- X_i^{res} P^{res} \\ &= \frac{-m_i \phi}{2(m_i - \phi)} X_i^{res 2} + \frac{m_i X_o \phi + P^{res} m_i}{m_i - \phi} X_i^{res} \\ &- \int_{U_i^{\min}}^{U_i^{max}} f_i(U) \frac{(m_i X_o U + P^{res})^2}{2(m_i - \phi)} dU - X_i^{res} P^{res} \end{aligned}$$

$W_i$ 를 최대로 하기 위해  $\frac{\partial W_i}{\partial X_i^{res}}$ 를 계산하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial W_i}{\partial X_i^{res}} = \frac{-m_i \phi}{m_i - \phi} X_i^{res} + \frac{m_i X_o \phi + P^{res} m_i}{m_i - \phi} - P^{res} = 0$$

$$\therefore X_i^{res} = X_o + \frac{P^{res}}{m_i} \quad \dots \dots \dots (7)$$

즉 소비자는 가격이 주어지면 자신의 평균 수요곡선상에서 주어진 가격에 대한 수요량을 예약하는 것이 자신이 이익을 최대로 하는 것이 된다.

실제 소비자의 전기가는  $P^{res}$ 에  $\phi$ 의 영향까지 반영 되므로 평균 가격을 구해보면 다음과 같다.

$$P_i^{\exp} = \frac{E(\text{이익})}{E(\text{사용량})} \quad \dots \dots \dots (8)$$

$E(\text{이익}) = :$

$$\begin{aligned} &\int_{U_i^{\min}}^{U_i^{max}} f_i(U) \left[ \int_0^{\frac{m_i X_o^{\sigma}(U-1) + X_i^{res}}{m_i - \phi}} (m_i X - Um_i X_o^{\sigma}) dX \right. \\ &\left. + \int_{X_i^{res}}^{\frac{m_i X_o^{\sigma}(U-1) + X_i^{res}}{m_i - \phi}} (P^{res} + \phi(X - X_i^{res})) dX \right] dU + X_i^{res} P^{res} \\ &= \frac{\phi}{2} \left( \frac{m_i X_o}{m_i - \phi} \right)^2 V_i(U) + X_i^{res} P^{res} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (9)$$

$$E(\text{사용량}) = E\left(\frac{m_i X_o^{\sigma} U + P^{res} - \phi X_i^{res}}{m_i - \phi}\right)$$

$$= E\left(\frac{m_i X_o^{\sigma}(U-1) + X_i^{res}}{m_i - \phi}\right) = X_i^{res} \quad \dots \dots \dots (10)$$

$$P_i^{\exp} = \frac{\phi}{2} \left( \frac{m_i X_o}{m_i - \phi} \right)^2 V_i(U) / X_i^{res} + P^{res} \quad \dots \dots \dots (11)$$

이제 누진요금제에 의해 소비자의 수요의 평균과 분산이 어떻게 변하는지 살펴보자.

먼저 소비자의 가격이 예약가격  $P^{res}$ 에서 변하지 않는다면 소비자의 사용량과 평균과 분산은 다음과 같이 된다.

$$P = m_i(X - UX_i^{\sigma}) = P^{res} \quad \therefore X = \frac{P^{res}}{m_i} + UX_i^{\sigma} \quad \dots \dots \dots (12)$$

$$E_i(UX_i^{\sigma} + \frac{P^{res}}{m_i}) = X_i^{\sigma} + \frac{P^{res}}{m_i} \quad \dots \dots \dots (13)$$

$$V_i(UX_i^{\sigma} + \frac{P^{res}}{m_i}) = X_i^{\sigma 2} V_i(U) \quad \dots \dots \dots$$

( $V_i(U)$ : i 번째 소비자의 확률변수  $U_i$ 의 분산)

누진가격이 적용되면 소비자의 사용량과 평균, 분산은 다음과 같다.

$$P = m_i(X - UX_o) = P^{res} + \phi(X - X_i^{res})$$

$$\therefore X = X_i^{res} + \frac{m_i(U-1)X_i^{\sigma}}{m_i - \phi} \quad \dots \dots \dots (14)$$

$$E_i(X_i^{res} + \frac{m_i(U-1)X_i^o}{m_i - \phi}) = X_i^o + \frac{P^{res}}{m_i} \quad (15)$$

$$V_i(X_i^{res} + \frac{m_i(U-1)X_i^o}{m_i - \phi}) = (\frac{m_i}{m_i - \phi})^2 X_i^{o2} V_i(U)$$

결국 누진 factor에 의해 소비자의 평균 사용량은 변하지 않으나 분산은 줄어들 수 있다. 또 소비자의 각각 탄력성이 작을수록 분산이 변하지 않음을 알 수 있고 또한 분산이 크며 가격탄력성이 큰 소비자가 상대적으로 비싼 요금을 태우 알 수 있다.

이제 사회적 이익(social welfare)를 W라고 하고 평균 사회적 이익을 최대로 하기 위한 penalty factor를 구해보자.

$$E(W) = \sum_{i=1}^n \int_{U_i^{min}}^{U_i^{max}} f_i(U) \left[ \int_0^{\frac{m_i X_i^o (U-1)}{m_i - \phi} + X_i^{res}} (m_i X - U m_i X_i^o) dX \right] dU - E(C(Y))$$

$$(Y = \sum_{i=1}^n X_i)$$

$$= \sum_{i=1}^n \left[ \frac{-m_i^3 X_i^{o2} + 2\phi(m_i X_i^o)^2}{2(m_i - \phi)^2} V_i(U) \right. \\ \left. + \frac{m_i}{2} X_i^{res2} - m_i X_i^o X_i^{res} \right] - E(C(Y)) \quad (16)$$

$$\frac{\partial E(W)}{\partial \phi} = \sum_{i=1}^n \frac{(m_i X_i^o)^2 \phi}{(m_i - \phi)^3} V_i(U) - \frac{\partial E(C)}{\partial \phi} = 0 \quad (17)$$

이때 비용곡선을 다음과 같이 생각하자.

$$C(Y) = aY^2 + bY + c \quad (18)$$

$$E(C) = aE(Y^2) + bE(Y) + c \\ = aV(Y) + a(E(Y))^2 + bE(Y) + c \\ = a \sum_{i=1}^n V_i(U) X_i^{o2} \left( \frac{m_i}{m_i - \phi} \right)^2 + a \left( \sum_{i=1}^n X_i^{res} \right)^2 \\ + b \sum_{i=1}^n X_i^{res} + c \quad (19)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \phi} = \sum_{i=1}^n \frac{V_i(U) (X_i^o m_i)^2}{(m_i - \phi)^3} (\phi - 2a) = 0 \quad (20)$$

$$\therefore \phi = 2a \quad (21)$$

결국 사회적 이익을 최대로 하는 penalty factor는 한계비용곡선의 기울기가 된다.

### 3. 결론

시장의 개념이 전력계통에 적용되면서 계통의 효율을 높이기 위해 모든 계통의 구성원이 능동적으로 시장에 참여하는 방식인 예약요금제에 소비자의 수요의 불확실성을 고려한 때 소비자의 불확실한 수요정보에 대한 대가로 누진 요금

제를 적용하였다. 그 결과 분산이 크며 가격 탄력성이 큰 소비자가 비싼 요금을 내게 된다. 즉 분산과 가격 탄력성이 큰 소비자가 공급 예비력의 비용에 더 많은 비용을 내게 된다. 또 이때의 누진 penalty factor가 한계 공급 곡선의 기울기가 됨을 밝혔다.

### 4. 참고문헌

[1] R. John Kaye, Felix F. Wu, Pravin Varaiya, "Pricing for System Security", IEEE 92 WM 100-8 PWRS

[2] Caramanis M.C., Bohn R.E., Schwerpe F.C., "Optimal Spot Pricing : Practice and Theory", IEEE Trans. on PAS, Vol. 101, No 9, 1982.

[3] 임 성황, 최준영, 박 종근, "전력계통 안정성 확보를 위한 화물적 예약 요금제", 전기학회, 제 43 권, 제 2 호, 1994.