

## 산술푸리에변환 필터에 의한 디지털 거리계전알고리즘에 관한 연구

\* 박규현\*, 이기원\*, 박철원\*\*, 김철환\*\*, 신명철\*\*

\* 기인시스템 \*\* 성균관대학교 전기공학과

### A Study on the Digital Distance Relaying Algorithm based on Arithmetic Fourier Transform Filter

Kyu-Hyun Park\*, Gi-Won Lee\*, Chul-Won Park\*\*, Chul-Hwan Kim\*\*, Myong-Chul Shin\*\*

\* Key-In System Co., Ltd.  
\*\* Dept. of Electrical Eng. Sung Kyun Kwan Univ.

#### Abstract

This paper deals with the aliasing problem minimized by using an analog low-pass prefilter have a sampling frequency of 18000 Hz is designed and describes to extract their fundamental frequency components by AFT filter. And then distance relaying algorithm based AFT filter is computational simple, good frequency response and fast convergence in calculation of system apparent impedance. We performed off-line simulation using data from EMTP.

#### 1. 서 론

일반적으로 전력계통 사고에 따른 과도 상태의 계전신호인 전류, 전압파형은 고조파성분과 저수함수적으로 감소하는 직류성분(DC-offset)을 포함하는 왜곡된 신호로 이루어져 있는데 신뢰성있는 계통 보호(power system protection)를 수행하기 위해서는 전압, 전류의 기본파성분(fundamental frequency components)을 추출하기위해 불필요한 과도성분이 제거되어야 한다.[1],[8] 이에 관한 다양한 필터가 연구되어 왔으며, Fourier, Walsh, Harr, Block Pulse함수 등과 같은 직교변환을 이용하는 것들이 그 대표적이다. 그런데 직교변환을 이용할 경우, 고조파나 직류성분에 크게 영향을 받지 않고 전력주파수(power frequency)성분을 얻을 수 있으나 기본파성분에 대한 필터계수(filter coefficient)를 구하기 위해 많은 연산수행이 필요하고 그에 필요한 cos/sin 계수를 저장할 기억장소가 필요하므로, 결국 알고리즘의 연산부담이 결정적인 제한요소로 작용하는 마이크로 프로세서를 이용한 디지털 계전기법의 구현에는 어려움이 있었다.[2]~[7]

본 연구에서는 최근 연구가 활발히 수행되고 있는 산술적 푸리에변환(arithmetic Fourier transform : AFT)을 이용하여 프로세서의 연산부담을 줄일 수 있는 효과적인 디지털 거리 계전 기법을 제시하였다. 산술적 푸리에변환은 기존의 푸리에변환을 수이론적(number theoretic) 측면에서 접근한 새로운 방식으로서 협의대역(narrow band) 필터링에 있어서 효과가 크며, 특히 VLSI 등을 이용, 하드웨어 구현에 의한 병렬연산이 가능하기 때문에 프로세서의 연산부담을 현저하게 감소시킬 수 있다[9]~[11]. 제안된 알고리즘을 입증하기 위해, 전자과도해석 프로그램인 EMTP로 모의한 모델계통을 통해 얻은 사고데이터를 이용하여 검증하였다.

#### 2. AFT의 특성

AFT는 기존의 DFT연산방식을 크게 탈피하여 복소수 승산이 전혀 필요하지 않고 또한 계산의 양에 있어 흡사의 횟수를 상당히 줄일 수 있는 산술적 연산 방식이다.

##### 2-1. 루비우스 역변환

루비우스 역변환(Mobius inversion formula)은 주기함수  $f(n)$ ,  $1 \leq n \leq N$ ,에 대하여 다음식 (1)과 같이 정의된다.

$$g(n) = \sum_{k=1}^{\lfloor N/n \rfloor} f(kn) \quad (1)$$
$$f(n) = \sum_{m=1}^{\lfloor N/n \rfloor} \mu(m) g(mn)$$

여기서,  $\lfloor N/n \rfloor$  이란  $N/n$  보다 작거나 같은 최대의 정수를 의미한다. 식 (1)에서 주기함수  $f(n)$ 은 그 합에 대한 함수  $g(n)$ 에 루비우스 함수를 곱한 형태로 표현할 수 있다. 즉,  $f(n)$ 은  $g(n)$ 의 합과 차만으로 구할 수 있다.

##### 2-2. 루비우스 함수의 푸리에 해석에의 응용

루비우스 함수(Mobius function)를 푸리에해석에 적용하기 위해 다음과 같은 주기함수를 고려하자.

$$A(t) = a_0 + \sum_{n=1}^N a_n \cos 2\pi n f_0 t + \sum_{n=1}^N b_n \sin 2\pi n f_0 t \quad (2)$$

여기서,  $A(t)$ 는 유한(finite) 푸리에계수를 갖고, 주기  $T = 1/f_0$ 이며  $a_0$ 는 직류성분을 의미한다. 이때,  $A(t)$ 에서 직류성분이 제거된 신호를  $\bar{A}(t)$ 라 하고  $aT$ 만큼 이동하면,

$$\bar{A}(t+aT) = \sum_{n=1}^N c_n(a) \cos 2\pi n f_0 t + \sum_{n=1}^N d_n(a) \sin 2\pi n f_0 t \quad (3)$$

여기서,  $-1 \leq a \leq 1$ 이고

$$c_n(a) = a_n \cos 2\pi n a + b_n \sin 2\pi n a$$

$$d_n(a) = -a_n \sin 2\pi n a + b_n \cos 2\pi n a \text{이다.}$$

$\bar{A}(t)$ 의 한주기를 n등분한 평균을  $S(n,a)$ 라 하면,

$$S(n,a) = \sum_{k=1}^N c_k(a) - \frac{1}{n} \sum_{m=0}^{n-1} \cos\left(\frac{2\pi km}{n}\right) + \sum_{k=1}^N d_k(a) - \frac{1}{n} \sum_{m=0}^{n-1} \sin\left(\frac{2\pi km}{n}\right) \quad (4)$$

$n, k, m$ 은 정수

이 되고,  $k = ln$  이라 놓으면, 결국,

$$S(n,a) = \sum_{l=1}^{\lfloor N/n \rfloor} c_m(a) \quad (5)$$

로 나타낼 수 있다.

상기 식(5)를 뮤비우스 역변환에 적용하면 식(6)과 같이

$$c_n(a) = \sum_{l=1}^{\lfloor N/n \rfloor} \mu(l) S(ln, a) \quad (6)$$

이 되고, 이를 이용하여 식(7)과 같이 푸리에계수  $a_n, b_n$ 를 입력신호의 합과 차만으로 구하게 된다.

$$a_n = c_{n(0)} \quad \text{for } n = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

$$b_n = (-1)^m c_m(1/2^{k+2}) \quad \text{for } n = 2^k(2m+1)$$

### 3. AFT에 의한 거리계전기법

#### 3-1. Anti-aliasing 저역통과 필터

아날로그 신호를 디지털 신호로 변환할 때 샘플링 주파수의 1/2이상의 주파수 성분을 가진 데이터를 샘플링하면 풀딩 오차(folding error)가 생겨서 샘플링 주파수의 1/2이하인 대역의 데이터에 오차가 생긴다. 따라서, 디지털계전기에서 샘플링하는 한 대역제한이 필요하다. 본 연구에서는 필터를 통과한 전압, 전류의 이득변동에 의한 오차를 막기위해 2차버티워스필터를 모의하였다. 또한, AFT를 이용하는 경우, 입력신호의 360[Hz]이상에 존재하는 주파수성분은 어려요인이 되기 때문에 정지대역의 차단주파수를 360[Hz]로 하였다.

EMTP 데이터는 샘플링 주파수가 18000[Hz]인 경우를 사용하였으며, 이는 주기당 샘플수가 300샘플인 경우이다. 이 때 위의 사양을 만족하는 디지털필터의 전달함수는 식(8)과 같다.

$$H(z) = \frac{a_0 (z + 1)(z + 1)}{z^2 + b_1 z + b_2} \quad (8)$$

여기서,

$$a_0 = 0.0001080598$$

$$b_1 = -1.9703826615$$

$$b_2 = 0.9708149007 \text{ 이다.}$$

#### 3-2. AFT 필터

전압,전류의 이산신호가 주기당 60샘플인 경우를 고려하면,

$$\begin{aligned} S(1,0) &= \bar{f}(0) \\ S(2,0) &= \frac{1}{2} \{ \bar{f}(0) + \bar{f}(30) \} \\ S(3,0) &= \frac{1}{3} \{ \bar{f}(0) + \bar{f}(20) + \bar{f}(40) \} \\ S(4,0) &= \frac{1}{4} \{ \bar{f}(0) + \bar{f}(15) + \bar{f}(30) + \bar{f}(35) \} \\ S(5,0) &= \frac{1}{5} \{ \bar{f}(0) + \bar{f}(12) + \bar{f}(24) + \bar{f}(36) + \bar{f}(48) \} \\ S(6,0) &= \frac{1}{6} \{ \bar{f}(0) + \bar{f}(10) + \bar{f}(20) + \bar{f}(30) + \bar{f}(40) + \bar{f}(50) \} \end{aligned} \quad (9)$$

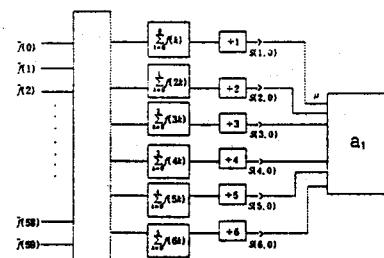
$$\begin{aligned} S(1, \frac{1}{4}) &= \bar{f}(15) \\ S(2, \frac{1}{4}) &= \frac{1}{2} \{ \bar{f}(15) + \bar{f}(45) \} \\ S(3, \frac{1}{4}) &= \frac{1}{3} \{ \bar{f}(15) + \bar{f}(35) + \bar{f}(55) \} \\ S(4, \frac{1}{4}) &= \frac{1}{4} \{ \bar{f}(0) + \bar{f}(15) + \bar{f}(30) + \bar{f}(45) \} \\ S(5, \frac{1}{4}) &= \frac{1}{5} \{ \bar{f}(3) + \bar{f}(15) + \bar{f}(27) + \bar{f}(39) + \bar{f}(51) \} \\ S(6, \frac{1}{4}) &= \frac{1}{6} \{ \bar{f}(5) + \bar{f}(15) + \bar{f}(25) + \bar{f}(35) + \bar{f}(45) + \bar{f}(55) \} \end{aligned} \quad (10)$$

으로 표현된다.

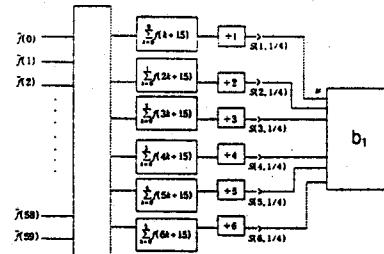
여기서  $\bar{f}(n)$ 은 한주기 데이터 윈도우상에서 안티엘리어싱필터를 통과하고 과도작용분이 제거된 디지털 신호로서 n샘플 전의 데이터를 나타내며,  $S(n,m)$ 은 한 주기를 n등분했을 때 시간영역에서 m만큼 이동한 한주기의 평균을 의미한다. 구해진  $S(n,m)$ 을 이용해서 간단한 멋严重影响만으로 전력주파수 성분을 구할 수 있는데, 기본파의 실수성분(real component)과 허수성분(imaginary component)에 대한 계수는 식(11)과 같이 표현되며 AFT에 의한 기본파 추출의 흐름도는 그림 1과 같다.

$$a_1 = S(1,0) - S(2,0) - S(3,0) - S(5,0) + S(6,0) \quad (11)$$

$$b_1 = S(1, \frac{1}{4}) - S(2, \frac{1}{4}) - S(3, \frac{1}{4}) - S(5, \frac{1}{4}) + S(6, \frac{1}{4})$$

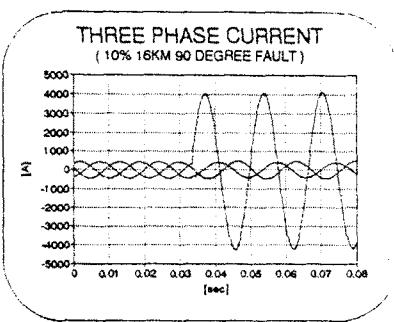


a) 우수계수



a) 기수계수

그림 1 AFT를 이용한 기본파 성분의 추출



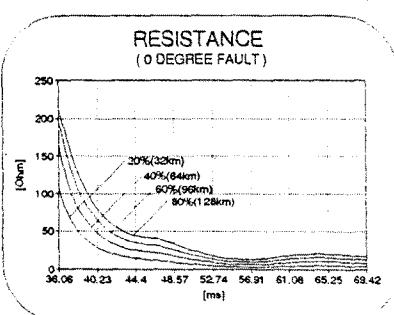
(b) 삼상 전류 파형

그림 5 A상 지라고장시 계전신호

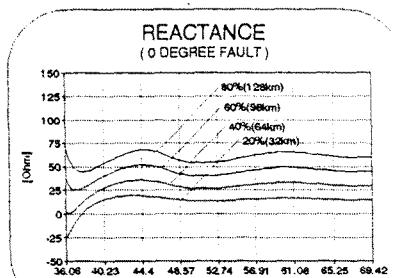
#### 4-2 결과 및 고찰

본 연구에서 제시한 거리계전 알고리즘은 계전기 설치점으로부터 고장발생지점까지의 임피던스를 신속, 정확하게 산출해내고, 아울러 임피던스의 수렴에 의해 산출되는 값과 대상 송전선에서 고장점까지의 거리에 따라 결정되는 임피던스를 비교, 분석하므로써 고장이 발생한 위치의 거리를 구하는 것이다. 따라서, AFT에 의해 구해진 전압, 전류의 기본파 성분을 입력으로 임피던스의 수렴여부를 검토하였으며, 기준의 방법인 DFT와 비교, 분석하였다.

그림 6은 고장이 발생한 반주기 후(36.06[ms])의 저항성분과 리액턴스성분을 나타낸 것으로, 고장 발생각  $0^\circ$ 에서 현저하게 발생하는 전류의 DC offset의 영향으로, 진동이 나타남을 알 수 있다. 또한, 고장거리 20%(32km)인 경우 사고 발생 33.41[ms] 후에 수렴한 임피던스 값은  $3.8242 + j 14.806$ 으로서 실제값( $4.2944 + j 15.248$ )과는 약간의 오차를 보이고 있다.



(a) 저항 성분



(b) 리액턴스 성분

그림 6 임피던스의 수렴특성 (고장 발생각  $0^\circ$ )

그림 7은 고장발생각이  $90^\circ$ 인 경우에 저항성분의 수렴 특성을 나타낸 것으로 고장이 발생하고 반주기가 지난 후 (41.66[ms])의 임피던스를 나타내고 있다. 또한, 고장발생각  $0^\circ$ 의 경우보다 그 수렴특성이 일정히 뛰어남을 알 수 있는데 이는 DC offset에 의한 영향을 거의 받지 않기 때문이다. 고장거리 20%(32km)인 경우를 살펴보면,  $90^\circ$  사고 시 계전기가 신출한 임피던스는  $4.3378 + j 15.199$ 로서 실제값 ( $4.2944 + j 15.248$ )과 비교했을 때 그 신뢰도는 99%를 넘는 뛰어난 결과를 보였다.

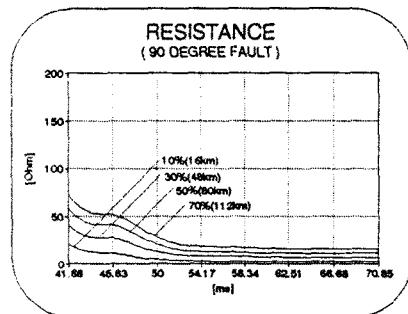


그림 7 임피던스의 수렴특성 (고장 발생각  $90^\circ$ )

그림 8과 그림 9는 전압사고각이 각각  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ 인 경우의 임피던스 궤적(impedance loci)을 나타낸 것으로  $0^\circ$ 인 경우보다  $90^\circ$ 인 경우가 수렴특성이 뛰어남을 나타내고 있다. 또한, 전압사고각  $0^\circ$ 에서 사고가 발생했을 때는 임피던스 명면상의 우측으로부터 수렴하게되고, 전압사고각  $90^\circ$  부근에서는 위로부터 수렴함을 알 수 있다.

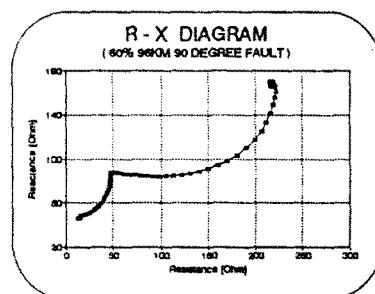


그림 8 임피던스 궤적(고장발생각  $0^\circ$ , 고장거리 60%(96km))

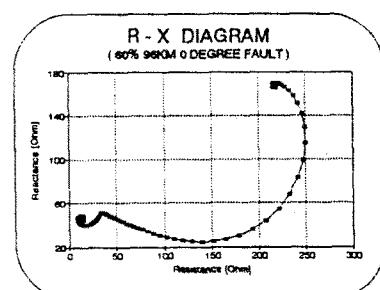


그림 9 임피던스 궤적(고장발생각  $90^\circ$ , 고장거리 60%(96km))

또한, 기본파성분에 대한 크기와 위상각은 식(12)과 같으  
며

$$M_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} \quad : magnitude \quad (12)$$

$$P_1 = \tan^{-1}\left(\frac{a_1}{b_1}\right) \quad : phase$$

여기서 구해진 각 상의 전압, 전류에 대한 기본파 페이저를 이용하고 잉여전류보상률 고려하여 임피던스 계전 알고리즘을 수행하게 된다. 다음 그림 2는 기본파성분에 대한 AFT 알고리즘의 주파수 응답 특성을 나타내었으며 AFT에 의한 디지털거리계전기법의 전체적인 흐름도는 그림 3과 같다.

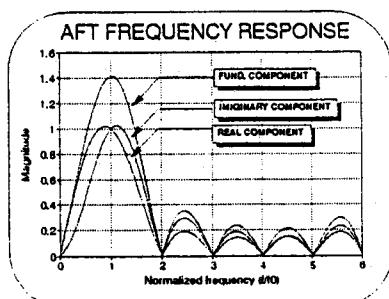


그림 2 AFT필터의 주파수 응답 특성

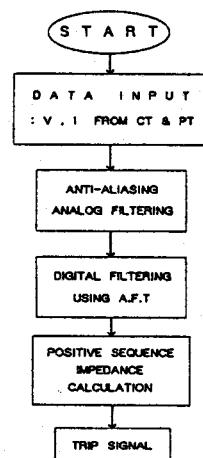


그림 3 AFT필터에 의한 거리계전기법의 흐름도

#### 4. 시뮬레이션 결과 및 고찰

##### 4-1. 모델 전력계통

알고리즘의 타당성을 입증하기 위한 데이터는 그림 4와 같은 모의계통에서 EMTP를 이용하여 시뮬레이션을 하였으며 모델 계통의 전원은 154[kV]이고 1회선 송전선로로서 160[km]의 궁장을 갖고 선로 및 전원 정수는 표 1과 같다.

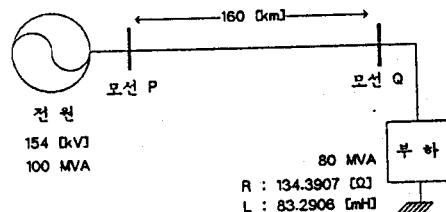


그림 4 모델 계통도

표 1 선로 및 전원 데이터

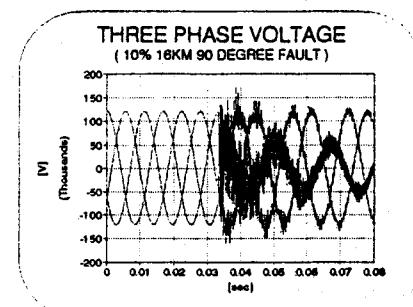
	영상분	정상분	역상분
선로정수	R [ $\Omega/km$ ]	0.3434	0.1342
	L [ $\Omega/km$ ]	1.3158	0.4765
	C [ $\mu F/km$ ]	0.0052	0.0090
전원데이터	전원용량	100 MVA	
	역률(p, f)	0.85	
차고도	차고도		7.71 %
리액턴스	(X'')		
부하용량	부하용량	80 MVA	

모의 계통에 사용한 선선의 규격은 ACSR 477MCM 240°(AI 30/3.2, St 7/3.2)이고, 가공지선은 ACSR 97이며, 전선 간의 등가간격은 5256[mm]이다. 대지고유저항은 100[ $\Omega \cdot m$ ]로 가정하였다. 사고는 1선 지라고장을 모의하였으며 사고는 A상에서 발생한 것으로 하였다. 표 2는 본 논문에서 모의한 고장의 종류를 나타내었다.

표 2 모의한 고장형태 및 고장조건

고장 종류	A상 1선 지락 사고	10% (16 KM)		0° (29.16 [ms])	
		계전기 설치점 으로 부터	20% (32 KM) 30% (48 KM) 40% (64 KM) 50% (80 KM) 60% (96 KM) 70% (112KM) 80% (128KM)	전압위상각 (고장 발행한 거리)	30° (30.56 [ms]) 45° (31.25 [ms]) 60° (31.94 [ms]) 90° (33.33 [ms])

그림 5는 전압사고각 90°, 계전기로부터 16[km]떨어진 지점에서 A상 지라고장이 33.3[ms]에서 발생했을 때 전압, 전류파형이다.



(a) 삼상 전압 파형

또한 그림 10 으로 부터 제시한 알고리즘은 기존의 직교변환 중 가장 정확한 DFT와 비교하여 그 신뢰도면에서 뛰어남을 보였고, 복소곱셈연산을 줄이고, 덧셈과 곱셈연산만으로 알고리즘을 수행하므로써 디지털 계전기의 연산부담을 현저히 감소시켰음을 알 수 있었다.

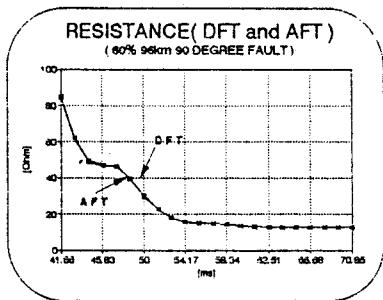


그림 10 DFT와 AFT에 의해 연산된 임피던스성분의 비교

6. A.G. Phadke, M. Ibrahim, T. Hlibka, M.G. Adamak, "A Microcomputer Based Symmetrical Component Distance Relay," Power Industry Computer Applications Conf., pp47~55, 1979.

7. Mitsubishi Electric, "Instruction Manual Digital Distance Relay Scheme Type MIDT-A2".

8. 강상희, 박종근 et al. "제동사고시 저수함수 형태로 감소하는 DC-Offset 성분을 계전신호에서 제거하는 디지털 필터 디자인", 대한전기학회 하계 학술대회 논문집(A), pp.59~62, 1992.

9. D.W. Tufts and G. Sadasiv, "The Arithmetic Fourier Transform," 60 IEEE Acoust. Speech. Signal Processing Mag., Vol. 5, pp.13~17.

10. I.S. Reed et al., "Fourier Analysis and Signal Processing by Use of the Möbius Inversion Formula", IEEE Trans. on ASSP, Vol.38, No.3, pp.458~469, March 1990.

11. N.M. Wigley and G.A. Jullien, "On Implementing the Arithmetic Fourier Transform," IEEE Trans. on Signal Processing, Vol.40, No.9, pp.2233~2242, Sep. 1992.

## 5. 결 론

기존의 직교변환을 이용한 거리계전기법은 기본주파수성분을 추출함에 있어 필연적으로 복소승산이 필요하게 되고, 그에 따른 계산 부담으로 신속하고 정확하게 계전 알고리즘을 수행하는 데는 어려움 있었다. 본 논문에서는 신속한 AFT를 필터로 적용 임피던스 거리계전기법을 연구하였으며 EMTP를 이용한 송전선에 적용한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다. AFT는 고장거리와 고장발생각의 변화에 관계없이 완벽한 필터로 입증되었으며 연산된 임피던스 수렴성으로부터 연산시간 및 신뢰도측면이 개선되었다. 본 연구에서는 AFT 연산을 마이크로 프로세서의 S/W적 연산에 의해서만 모의를 하였지만, 향후로 VLSI 설계 등에 의한 하드웨어 병렬처리에 의해 구현된다면 그 효과는 더욱 큼 것으로 기대된다.

## 참 고 문 헌

1. G.D. Rockfeller, "Fault Protection with Digital Computer," IEEE Trans. on PAS, Vol.PAS-88, pp.438~464, 1969.
2. D.B. Frakruddin and K. Parthasarathy, L. Jenkins, K.S. Ramanjaneyulu, "Microprocessor-Based Algorithm for Symmetrical Component Calculation," Proc. of the IEEE, Vol.71, No.12, pp.1463~1464, 1978.
3. D.B. Frakruddin and K. Parthasarathy, "Simplified Algorithms Based on Haar Transforms for Signal Recognition in Protective Relays," Proc. of the IEEE, Vol. 73, No.5, pp.940~942, May 1985.
4. G.W. Swift, "The Spectra of Fault-induced Transients", IEEE Trans. on PAS, Vol.98, No.3, pp.940~947, May/June 1979.
5. A.G. Phadke and M. Ibrahim, T. Hlibka, "Fundamental Basis for Distance Relaying with Symmetrical Components," IEEE Trans. on PAS, Vol.PAS-96, No.2, pp.635~646, March/April 1977.