

鉛直 渦粘性係數의 媒介變數化

이 중 찬*

1. 서론

초기의 동수역학적 수치모형은 유속의 연직구조를 무시한 2차원 모형이었으나, 최근에는 컴퓨터의 성능 향상과 더불어 3차원 수치모형이 실제적으로 행해지고 있다. 이러한 3차원 수치모형에 의한 수평유속의 연직구조는 사용된 연직 와점성계수(A_m)에 따라 다른 결과를 보일 수 있으며, 이 연직 와점성계수의 복잡한 물리성 때문에 이를 단순화하여 사용하거나, 또는 연직와점성계수를 미지수로 간주하여 이를 난류모형으로 계산하기도 한다.

난류모형을 사용하여 계산한 유속의 연직구조는 북해에 대한 수치실험의 경우비교적 타당한 결과를 보였으며(이 최, 1994), 등수심하의 취송류 수리실험 결과와 부합하는 비교적 좋은 결과를(정, 1993), 수심이 변하는 수로에 일정 유량이 주어진 수리실험 결과와도 부합하는 결과를 보인 바 있다(C. Koutitas, 1987).

그러나 난류모형을 도입할 경우 이를 해석하는데 많은 계산시간이 소요되므로 본 연구에서는 난류모형과 거의 유사한 결과를 얻을 수 있는 연직와점성계수의 단순화된 산정식을 검토 제안하였다.

본 연구에서 제안된 A_m 산정식은 등밀도하에서 Mellor and Yamada (1982)의 2.5 level 모형 방정식인 $k-l$ 난류모형과 거의 유사한 유속구조를 얻을 수 있는 식으로, 제안된 산정식을 사용하여 얻은 유속 및 A_m 을 $k-l$ 모형을 사용하여 얻은 유속 및 A_m 과 수치실험을 통하여 비교하였다. 또한 본 연구의 A_m 산정식을 등수심하의 취송류 수리실험과 수심이 변하는 수로에 일정유량이 주어진 수리실험에 적용하여 실험결과와 계산결과를 비교하였다.

2. 연직와점성계수의 매개변수화

본 연구의 목적은 A_m 의 산정식을 보다 간단한 0 방정식으로 표현하고자 하는 것으로, 제안된 산정식에 의한 결과가 $k-l$ 모형을 사용한 결과와 거의 일치하는 식을 얻는데 있다.

본연구에서는 수평방향의 비선형 이류항, 확산항을 무시하고 정수압 조건 및 등해수밀도를 가정한 선형화된 연속방정식과 운동방정식을 연직 무차원 좌표 σ 를 도입하여 해석하였으며, 이와함께 수평방향의 비선형 이류항, 확산항을 무시한 등해수밀도에 대한 Mellor and Yamada(1982)의 $k-l$ 방정식을 해석하였다(Blumberg and Mellor, 1987).

연직와점성계수 A_m 을 단순화 매개변수화하기 위해서 기존 연구가 이루어진 폐쇄된 직사각형 수조(북해)에 북풍이 부는 경우를 $k-l$ 난류모형을 적용하여 수치실험하였으며, 그 결과를 검토하여 이들로부터 A_m 의 단순화를 시도하였다.

$h=65m$, $\tau_y^w=-1.5 N/m^2$ 에 대한 유속의 연직구조 및 $k-l$ 난류모형에서 구한 (l/h) 와 무차원화된 연직와점성계수(\hat{A}_m)의 연직구조는 Fig. 1과 같다. 수심과 바람용력이 변할 경우, 각각의 (l/h) 와 (\hat{A}_m) 의 구조는 $h=65m$, $\tau_y^w=-1.5 N/m^2$ 인 경우와 어떻게 다른가를 보기 위하여 다음과 같이 정의된 변량의 평균값과 표준편차로 Table 1에 나타내었다.

* 韓國海洋研究所 海洋工學研究部

$$\Delta_k\left(\frac{l}{h}\right) = \left| \left(\frac{l}{h}\right)_h - \left(\frac{l}{h}\right)_{65} \right| * 100, \quad \widehat{A}_m = \frac{A_m * 100}{l^2 \left| \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} \right|} \quad (1)$$

여기서 k 는 수심을 분할한 층의 번호로 본 실험에서는 전체수심을 40개의 층으로 나타내었으며, 이들 무차원 변량의 값이 작기 때문에 100을 곱하여 나타냈다.

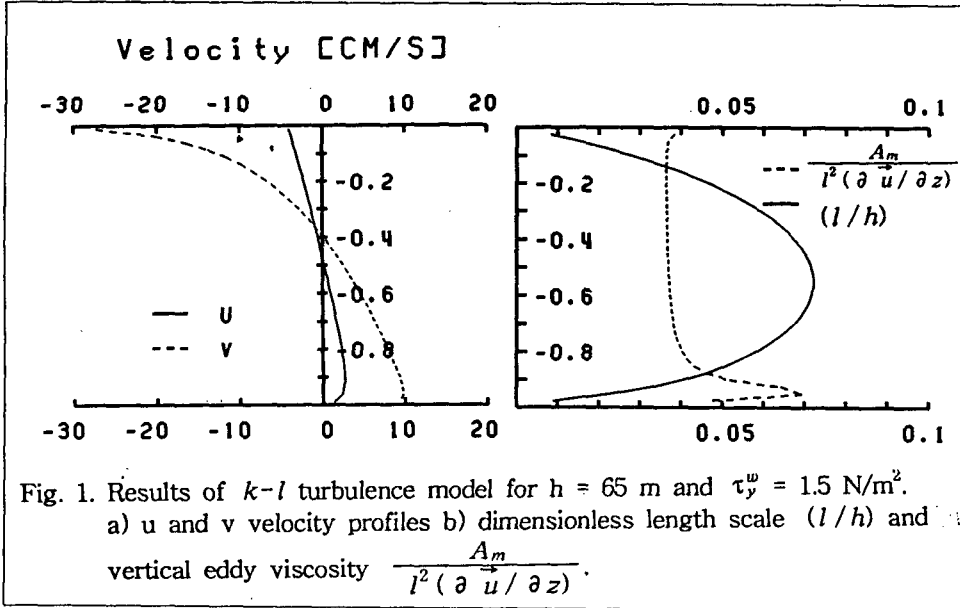


Fig. 1. Results of $k-l$ turbulence model for $h = 65$ m and $\tau_y^w = 1.5$ N/m².

a) u and v velocity profiles b) dimensionless length scale (l/h) and vertical eddy viscosity $\frac{A_m}{l^2 \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial z} \right)}$.

Table 1. Summary of non-dimensionalized length scale (l/h) and vertical eddy viscosity (\widehat{A}_m) for $k-l$ turbulence model.

Depth : m Wind Stress : N/m ²	$\Delta_k(l/h)$		\widehat{A}_m	
	mean	s.d.	mean	s.d.
$h = 30, \tau_y^w = -0.3$	0.23	0.28	8.0	0.17
$h = 30, \tau_y^w = -1.5$	0.09	0.12	8.17	0.51
$h = 65, \tau_y^w = -0.3$	0.12	0.23	3.81	0.20
$h = 65, \tau_y^w = -1.5$	0.0	0.0	3.99	0.71
$h = 260, \tau_y^w = -0.3$	0.41	0.29	1.09	0.35
$h = 260, \tau_y^w = -1.5$	0.14	0.12	1.02	0.20
$h = 500, \tau_y^w = -0.3$	0.32	0.28	0.86	1.91
$h = 500, \tau_y^w = -1.5$	0.33	0.23	0.56	0.15
$h = 1,000, \tau_y^w = -0.3$	0.18	0.21	0.28	0.10
$h = 1,000, \tau_y^w = -1.5$	0.39	0.24	0.31	0.24
$h = 4,000, \tau_y^w = -0.3$	0.33	0.87	0.33	1.21
$h = 4,000, \tau_y^w = -1.5$	0.12	0.14	0.07	0.02

위에서 살펴본 바와같이 정상상태하의 취송류에 대한 l 은 수심의 함수로 나타낼 수 있으며, A_m 은 $|\frac{\partial \vec{u}}{\partial z}|$ 와 관계있음을 보았다. 여기서는 제시되지 않았지만, A_m 과 표면파찰속도(u_{*s})와의 비는 수심과 바람응력에 따라 변화하였으며 특정한 관계식을 찾기 어려웠다.

그러나 A_m 이 $|\frac{\partial \vec{u}}{\partial z}|$ 에만 비례하는 식은 $|\frac{\partial \vec{u}}{\partial z}|$ 이 0이 되는 곳에서 A_m 이 0이 되는 단점이 있으며, 이러한 단점을 해결하기 위해서는 A_m 이 유속에 직접 비례하는 식을 생각할 수 있다. 따라서 A_m 의 산정식을 다음과 같이 선정할 경우,

$$A_m = c_1 \hat{l}^2 |\frac{\partial \vec{u}}{\partial z}| + c_2 h |\vec{u}| \quad (2)$$

이들 c_1, c_2 가 수심 및 바람응력에 비교적 무관한 값을 보일 것인가 하는 문제로 단순화할 수 있다. 여기서 $\lambda = (1 - |\sigma|) |\sigma| h$ 로 $k-l$ 모형의 l 가 유사한 형태를 갖도록 단순화한 것이며, σ 는 연직 무차원좌표(z/h)로 해수표면에서 0, 해저저면에서 -1이다.

이들 c_1, c_2 는 수치실험 결과로부터 결정하였으며, c_1 의 값은 수심이 1,000m 이하인 경우는 0.20, 수심이 1,000m 이상일 경우는 0.17, c_2 는 어느경우나 0.001을 사용한 경우가 $k-l$ 을 사용한 결과와 거의 유사한 결과를 얻을 수 있었으며(Fig. 2), 비교결과는 Table 2와 같다.

비교결과는 다음과 같이 정의된 변량의 평균값과 표준편차로 나타내었으며,

$$\Delta_k(u) = |u_k^1 - u_k^2|, \Delta_k(v) = |v_k^1 - v_k^2|, \Delta_k(A_m) = |A_m^1 - A_m^2| \quad (3)$$

여기서 어깨글자 1은 $k-l$ 모형을 적용하여 얻은 결과이며, 어깨글자 2는 식(2)를 적용하여 얻은 결과이다.

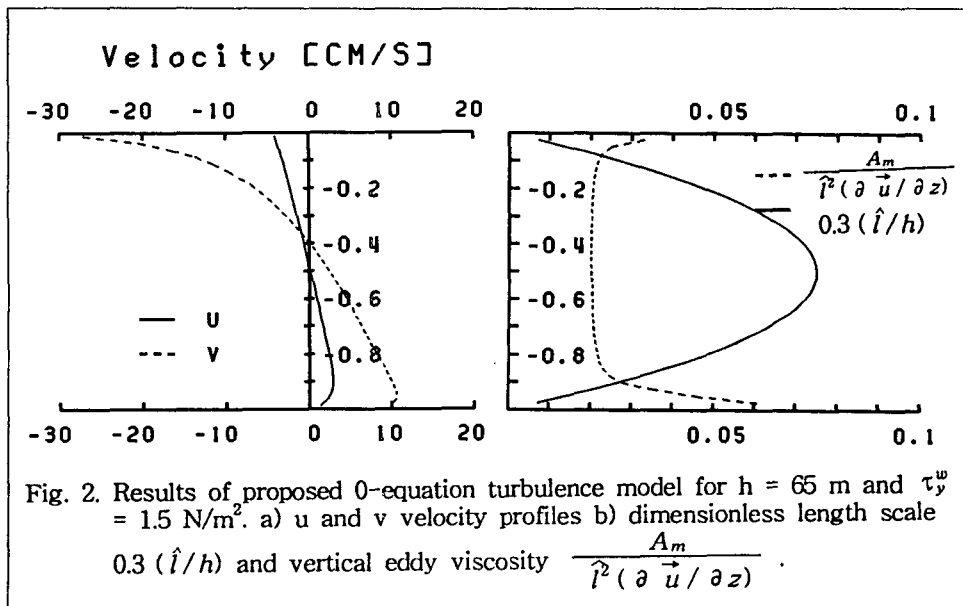


Fig. 2. Results of proposed 0-equation turbulence model for $h = 65$ m and $\tau_y^w = 1.5$ N/m². a) u and v velocity profiles b) dimensionless length scale $0.3(\hat{l}/h)$ and vertical eddy viscosity $\frac{A_m}{\hat{l}^2 (\partial \vec{u} / \partial z)}$.

Table 2. Comparison of $k-l$ turbulence model and proposed 0-equation for current velocity (cm/s) and vertical eddy viscosity (m^2/s).

Depth : m Wind Stress : N/m^2	$\Delta_k(u)$ cm/s		$\Delta_k(v)$ cm/s		$\Delta_k(A_m)$ m^2/s		A_m^1 m^2/s
	mean	s.d.	mean	s.d.	mean	s.d.	mean
h = 30, $\tau_w^0 = -0.3$	0.03	0.03	0.06	0.05	0.0	0.0	0.03
h = 30, $\tau_w^0 = -1.5$	0.04	0.05	0.26	0.24	0.0	0.0	0.06
h = 65, $\tau_w^0 = -0.3$	0.07	0.05	0.13	0.08	0.0	0.0	0.06
h = 65, $\tau_w^0 = -1.5$	0.07	0.05	0.19	0.23	0.01	0.01	0.13
h = 260, $\tau_w^0 = -0.3$	0.05	0.05	0.10	0.04	0.01	0.01	0.10
h = 260, $\tau_w^0 = -1.5$	0.13	0.07	0.07	0.06	0.03	0.03	0.40
h = 500, $\tau_w^0 = -0.3$	0.05	0.07	0.09	0.06	0.03	0.02	0.16
h = 500, $\tau_w^0 = -1.5$	0.12	0.10	0.33	0.12	0.06	0.05	0.50
h = 1,000, $\tau_w^0 = -0.3$	0.06	0.04	0.22	0.09	0.05	0.03	0.32
h = 1,000, $\tau_w^0 = -1.5$	0.06	0.08	0.63	0.24	0.09	0.09	0.70
h = 4,000, $\tau_w^0 = -0.3$	0.17	0.04	0.14	0.06	0.20	0.08	1.25
h = 4,000, $\tau_w^0 = -1.5$	0.05	0.07	0.46	0.18	0.41	0.19	2.86

3. 실험결과와의 비교

제안된 A_m 의 산정식은 $k-l$ 모형의 결과에 거의 부합하는 만족스런 결과를 보였으므로, 이 산정식을 사용한 결과와 수리실험 결과를 비교하였다. 고려된 수리실험은 길이 13m, 수심 0.328m인 수조에 바람이 6.1 m/s ($u_{s*} = 0.875$ cm/s)로 부는 경우에 대한 Bains와 Knapp(1965)의 수리실험(Pearce and Cooper, 1981)과 동일한 조건을 선정하였다. Fig. 3은 실험결과와 일부와 모형의 결과를 도시한 것으로 전반적인 유속구조는 실험결과와 비교적 비슷함을 알 수 있다. 그러나 실험결과는 수면하 약 25%에서 유속이 0이 되었으나 모형결과는 수면하 약 40%에서 0이 되었으며, 수치모형에 의한 유속이 표면을 제외하고는 실험치보다 조금 큰 값을 보이고 있다. 이러한 경향은 $k-l$ 모형을 적용한 결과나 $k-\epsilon$ 모형을 적용한 결과에도 나타남을 알 수 있다 (정, 1993).

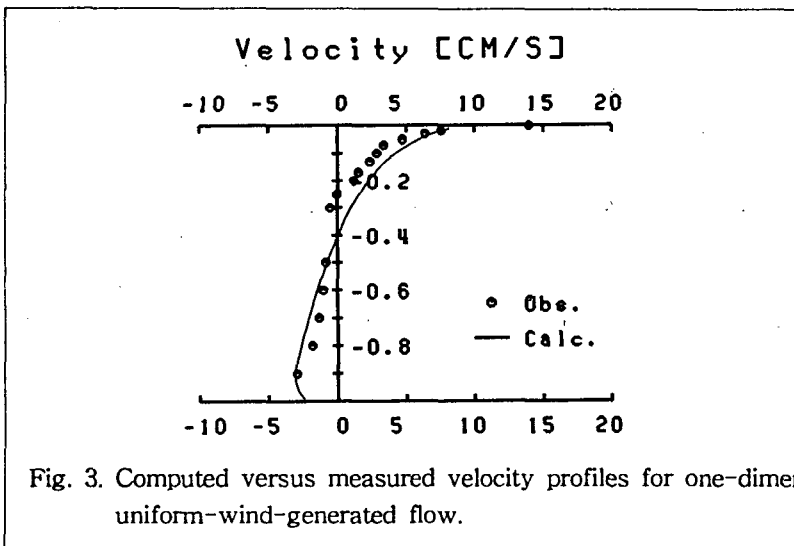
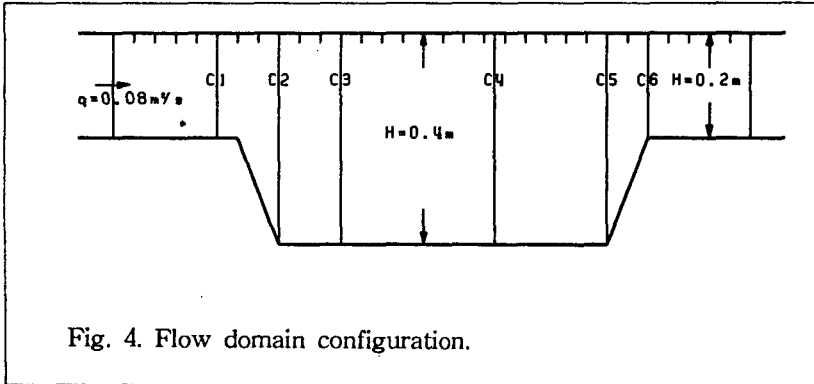


Fig. 3. Computed versus measured velocity profiles for one-dimensional uniform-wind-generated flow.

이제까지는 등수심하의 취송류에 대한 경우였으며, 제안된 A_m 산정식은 비교적 만족스런 결과를 보였다. 이와는 달리 수심이 변하는 수로에 유량이 일정하게 주어진 경우에 대한 유속구조를 실험결과와 비교하였다. 이 경우 비선형 효과를 무시할 수 없기 때문에 비선형 항을 포함하는 방정식을 해석하였으며, 수심에 대한 조건을 정확히 알 수 없기 때문에 본 수치실험에서는 정상상태에 도달한 총수심이 각각 0.2m, 0.4m가 되도록 하였다(Fig. 4).



안정된 결과를 얻기 위하여 C. Koutitas(1987)와 동일한 방법으로 시간미분항을 처리하였으며, 한쪽 개방경계에는 일정유량을, 다른 한쪽 개방경계에는 free transmission 조건 ($hu_n = \zeta\sqrt{gh}$)을 사용하였다. Fig. 5는 선정된 단면에서의 유속을 비교한 것이며, Fig. 6은 산정된 A_m 의 연직분포도이다. 계산된 유속과 관측유속과는 약간의 차이를 보이고 있으나, 전체적인 형태는 비교적 좋은 결과를 보이고 있다. 특히 유속의 경우는 Koutitas의 $k-\epsilon$ 모형 결과와 거의 유사한 결과를 보이고 있다. 그러나 산정된 A_m 의 분포는 Koutitas의 A_m 값과는 비교적 큰 차이를 보이고 있다.

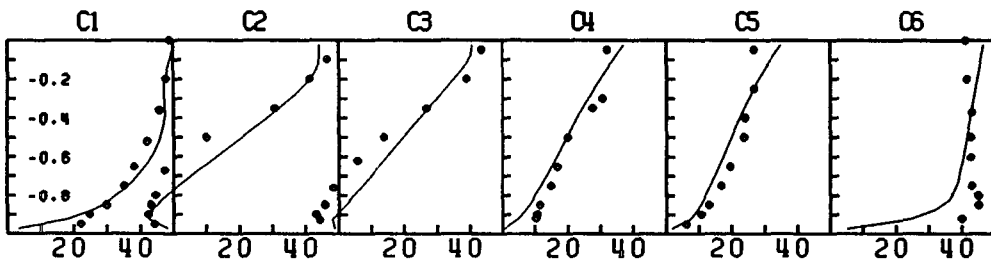


Fig. 5. Computed versus measured velocity profiles along channel depicted in Figure 4.

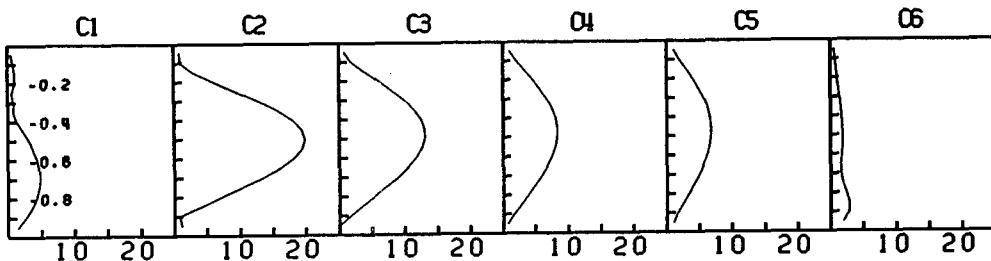


Fig. 6. Computed vertical eddy viscosity profiles along channel depicted in Figure 4.

실험결과와 비교한 두 경우 모두 A_m 산정식의 c_1 값은 0.1을 사용하였으며, 이는 복해에 적용하였던 경우의 1/2으로써, $c_1 = 0.2$ 를 사용한 경우는 실험결과와 다른 결과를 보였다. 이것의 이유는 정확히는 파악되지 않았으나, 수리실험의 경우, 수평방향 크기와 연직방향 크기의 비가 실제 해양과는 많이 다르기 때문에 수리실험의 대한 수평유속의 연직변화율이 크게 나타나지 않으나 추측된다.

4. 결론

3차원 수치모형의 결과를 좌우할 수 있는 연직와점성계수의 산정식을 등밀도하에서 난류모형을 통하여 살펴보았다. 난류모형에 의한 l 과 A_m 을 검토하여 A_m 의 0 방정식을 개발하였으며, 수치실험을 통하여 A_m 의 단순화에 따른 계수의 선정 및 선정된 계수를 사용한 결과를 비교하였다.

제안된 A_m 의 산정식은 $k-l$ 모형과 거의 부합하는 결과를 보였으며, 등수심하의 취송류에 대한 수리실험 및 수심이 변하는 수로에 일정 유량이 주어진 수리실험의 경우에도 비교적 좋은 결과를 보였다.

참고문헌

- 이종찬, 최병호, 1994. 연직와점성계수가 유속의 연직구조에 미치는 영향 - 난류모형에 의한 경우 - 준비중.
- 정태성, 1993. 연안 해수유동 및 온배수 확산에 관한 3차원 수치모형, 서울대학교 박사학위 논문.
- Blumberg, A. F., and Mellor, G. L., 1987. A description of three-dimensional coastal ocean circulation model, *Three-dimensional coastal ocean models* (N. S. Heaps, ed.), AGU, 1-16.
- Koutitas, C., 1987. Three-dimensional models of coastal circulation: an engineering viewpoint, *Three-dimensional coastal ocean models* (N. S. Heaps, ed.), AGU, 107-123.
- Mellor, G. L., and Yamada, T., 1982. Development of a turbulence closure model for geophysical fluid problems, *Rev. of geophys. and space phys.*, Vol. 20, No. 4, 851-875.
- Pearce, B. R. and Cooper, C. K., 1981. Numerical circulation model for wind induced flow, *J. of the hyd. div.*, ASCE, Vol. 107, No. HY3, 285-302.