

橢圓形淺堆에 대한 PCGM과 拋物形近似式 數值模型比較

Comparison of PCGM and Parabolic approximation numerical models for elliptic shoal

徐承男*, 延泳鎭*
Seung Nam Seo, Young Jin Yeon

1. 緒論

淺海域의 波浪變形을 계산하기 위해 緩傾斜波浪式을 직접 差分化하여 反復技法으로 계산하는 PCGM과 반사파를 無視하고 진행파만을 계산하는 拋物形近似式의 결과를 橢圓形淺堆의 水理實驗 結果(Berkhoff 등, 1982)과 比較하였다. 본 論文의 目的은 두 방법을 동일한 入力條件에서 직접 比較함으로써 각 方法의 精密度와 計算時間을 分析하고자 한다. 복잡한 지형인 構造物과 淺堆등이 존재하는 지역에서도 사용할 수 있는 PCGM에 비교적 精밀한 初期條件을 使用함으로써 計算時間을 短縮하기 위해 拋物形近似式의 結果를 利用하려는 것이 또 다른 目的이다.

많은 연구결과 既存의 결과(徐, 1990과 1994)에 밝힌 바와 같이 淺堆實驗은 비교적 非線形性이 뚜렷하므로 본 논문에서는 非線形模型만을 사용하였다. 言及된 두 수치모형은 格子點의 수가 달라 解像度(resolution)에 差異가 있으며 사용된 非線形 波浪分散式이 相異함으로 이에 따른 差異도 豫想된다. 따라서 본 논문에서는 221 x 201개의 격자점으로 構成된 格子網을 사용하고 非線形 波浪分散式(Kirby와 Dalrymple, 1986)으로부터 波數를 계산하였다.

2. 支配方程式

時間成分을 分離한 속도포텐셜 $\bar{\phi}(x,y)$ 로 표시된 緩傾斜 波浪式을 $\phi(x,y) = \bar{\phi}\sqrt{CC_g}$ 를 使用하여 變數變換한 Helmholtz식(1)을 支配方程式으로 사용하였다.

$$\nabla^2 \phi + \kappa^2 \phi = 0, \quad (1)$$

여기서 變換波數인 $\kappa^2 = k^2 - \frac{\nabla^2 \sqrt{CC_g}}{\sqrt{CC_g}}$, 波速 $C = \frac{\sigma}{k}$, 群速度 $C_g = \frac{C}{2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right)$, h

는 水深이고 σ 는 角周波數이다.

식(1)에 附與될 境界條件은 모형에 따라 다르고 拋物形近似式(徐, 1990)과 PCGM(徐, 1994)에 既述되어 있으며 主要 差異를 간략히 記述하면 다음과 같다. 拋物形近似式은 반사파를 무시함으로 外海境界條件(Upwave B.C.)에서는 入射波浪諸元만을 사용하나 PCGM에는 反射波浪에 대한 조건을 考慮해서 附與한다. 拋物線近似式에서는 沿岸境界條件(Downwave B.C.)을 附與치 않으나 PCGM에서는 透過條件을 사용하였다. 側面境界條件은 水理實驗의 條件과 가깝도록 側面に 壁이 있는 것으로 看做하여 境界조건을 부여하였다.

3. 演算方式

拋物形近似式은 파랑의 진행방향으로 段階的으로 계산하며 Crank-Nicolson方法으로 差分化하였다. 본 모형은 계산된 波浪의 進行方向이 主波向과 상당한 차이를 보일 때에 발생되는 誤差를 減少시키기 위해 考案된 廣角 拋物形近似式이다. 그리고 차분화된 식은 三角行列로 주어지며 Thomas演算技法으로 계산하였다. 波數는 非線形 波浪分散式(2)을 사용하였

* 韓國海洋研究所 海洋工學研究部(Ocean Engineering Division, Korea Ocean Research and Development Institute, P.O. Box, 29, Seoul 425-600, Korea)

고 振幅은 前 段階의 波高를 사용하여 近似的으로 구하였다.

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= gk[1+(ak)^2 F_1 \tanh^5 kh] \tanh[kh+ak F_2] \\ F_1 &= \frac{\cosh 4kh+8-2 \tanh^2 kh}{8 \sinh^5 kh} \\ F_2 &= \left(\frac{4kh}{\sinh kh} \right)^2 \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 a 는 振幅이고 g 는 重力加速度이다.

식(1)과 關聯 境界條件을 유한차분화한 聯立方程式을 반복기법으로 계산한 PCGM은 收斂速度를 加速시키기 위한 實數行列인 Preconditioner를 S.S.O.R(Symmetric Successive Over Relaxation)方法에 基礎하여 구성하였고 Relaxation parameter는 1.5를 사용하였다. 이 방법에서는 계산된 속도포텐셜을 사용하여 波浪의 振幅을 구하고 이로부터 식(2)에서 波數를 구해 PCGM을 사용하여 30번씩 反復하여 解를 구한 후 새로운 波數를 다시 계산하였다. 이러한 過程을 反復하여 계산된 誤差가 許容誤差보다 작을 때까지 反復하여 數值解를 구하였다.

4. 數值模型 結果比較

제 3절에 既述된 方法에 따라 수치모형 結果를 橢圓形淺堆에 대한 水理實驗 結果와 比較하기 위해 그림 1에 圖示하였다. 그림에서 符號는 수치모형 實驗結果이고 點線은 拋物形近似式結果 그리고 實線은 PCGM結果이다. 數值模型의 結果는 같은 수의 격자점과 파랑분산식(2)를 사용하여 계산하여 同一한 解像度를 가지도록 하였다.

수치모형들의 계산결과를 選定된 8개의 斷面의 모든 수치모형 結果에 매우 잘 附合한다. 특히 淺堆에 의해 集中된 파랑이 回折에 의해 再編되는 過程을 精確하게 나타낸다. 두 結果는 既存의 精確한 數值模型으로 평가되는 拋物形近似式의 Kirby(1986)模型과 PCGM의 Panchang 등(1991)模型과 比較하여 볼 때 거의 對等하거나 보다 優秀한 精確도를 갖는 것임을 알 수 있다.

그림 1의 斷面 4-5에서 波浪이 집중되어 파고가 가장 큰 부분의 PCGM結果는 수치모형 結果와 拋物形近似式 모형결과 보다 작게 나타났다. 斷面 2에서는 拋物形近似式 모형결과가 보다 精確하나 斷面 6에서는 PCGM結果가 좋다. 그러나 回折에 의한 波浪變化의 細密한 形態는 PCGM結果의 結果가 나은 것으로 판단된다. 한편 波浪進行方向인 斷面 6-8의 PCGM結果에 나타난 빠른 振動形態의 原因은 아직 不分明하나 波浪進行方向에 直交한 斷面에는 이러한 형태가 나타나지 않고 그림의 橫軸 크기 1에는 16개의 格子點이 存在함을 勘案하면 PCGM의 有限差分法에 의한 數值誤差에 基因하는 것으로 規定하는 것은 精確한 判단이라 사료된다.

본 結果에 所要된 計算時間은 拋物形近似式 모형은 30.5초가 걸렸으나 PCGM모형은 13,367초가 소요되었다. 그러나 이렇게 많은 계산시간에도 불구하고 PCGM모형은 반사파를 고려할 수 있기 때문에 沿岸構造物의 設計波 推定 및 靜穩度 檢討를 위한 자료산정에는 매우 유용한 방법임을 看過해서는 안된다. 한편 PCGM모형의 初期條件으로는 파랑진행 直교방향의 수심을 평균하여 Snell법칙으로 구한 속도포텐셜이 사용되었다. 따라서 拋物形近似式 모형결과를 PCGM모형의 초기조건으로 사용하면 計算時間이 短縮될 것으로 判斷되며 이에 대한 연구가 進行중이다.

5. 結論

拋物形近似式의 수치모형과 緩傾斜波浪式에 대한 PCGM모형에 동일한 入力資料를 사용하여 계산한 非線形 結果를 橢圓形淺堆의 水理實驗 結果와 比較하였다. 두 모형의 結果는 수치실험 자료와 매우 잘 부합하였다. 波浪의 集中에 의해 파랑이 가장 큰 부분에서는 拋物

形近似式 결과가 더 좋고 계산시간이 매우 적게 소요되는 것으로 밝혀졌다. 그러나 PCGM 모형은 緩傾斜 波浪式을 직접 差分化하기 때문에 반사파를 고려할 수 있으며 본 비교에서 나타난 것과 같이 回折에 따른 細密한 變化는 PCGM모형의 결과가 더 나은 것으로 判斷된다.

따라서 拋物形近似式의 계산결과를 PCGM모형의 初期條件으로 사용하는 것이 PCGM모형의 計算時間을 줄일 수 있는 것으로 推定되며 이 모형은 반사파의 영향이 뚜렷한 沿岸構造物의 設計波 推定 및 靜穩度 檢討를 위한 資料算定에는 매우 有用한 方法으로 판단된다.

參考文獻

- 徐承男, 1990. 拋物形·近似式에 의한 淺海波 算定모델, 韓國 海岸·海洋工學會誌, 2(3): 134-1421.
- 徐承男, 1994. 緩傾斜 波浪式에 대한 PCGM 數值模型, 韓國 海岸·海洋工學會誌, ???.
- Berkhoff, J.C.W., N. Booy and A.C. Radder, 1982. Verification of numerical wave propagation models for simple harmonic linear water waves, Coastal Eng., 6: 219-232.
- Kirby, J.T., 1986. Higher-order approximations in the parabolic equation method for water waves, J. Geo. Phys. Res. 91(C1): 933-952.
- Kirby, J.T. and R.A. Dalrymple, 1986. An approximate model for nonlinear dispersion in monochromatic wave propagation models, Coastal Eng., 9: 545-561.
- Panchang, V.J., B.R. Pearce, G. Wei and B. Cushman-Roisin, 1991. Solution of the mild-slope wave equation by iteration, Applied Ocean Res., 13:187-199.

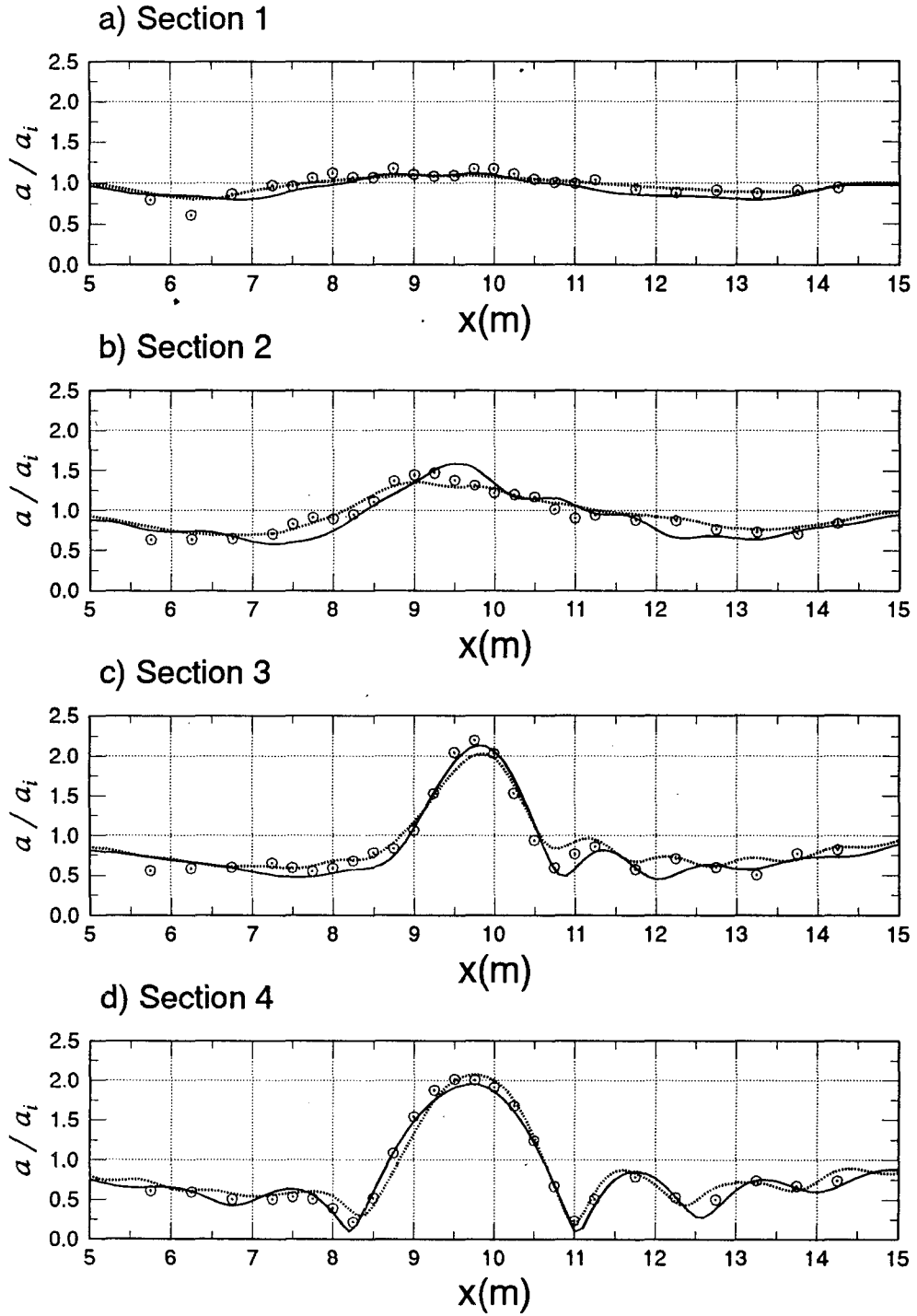


Fig. 1.a. Comparison of laboratory data and numerical results for elliptic shoal: \odot Data ; \cdots Parabolic ; $—$ PCGM

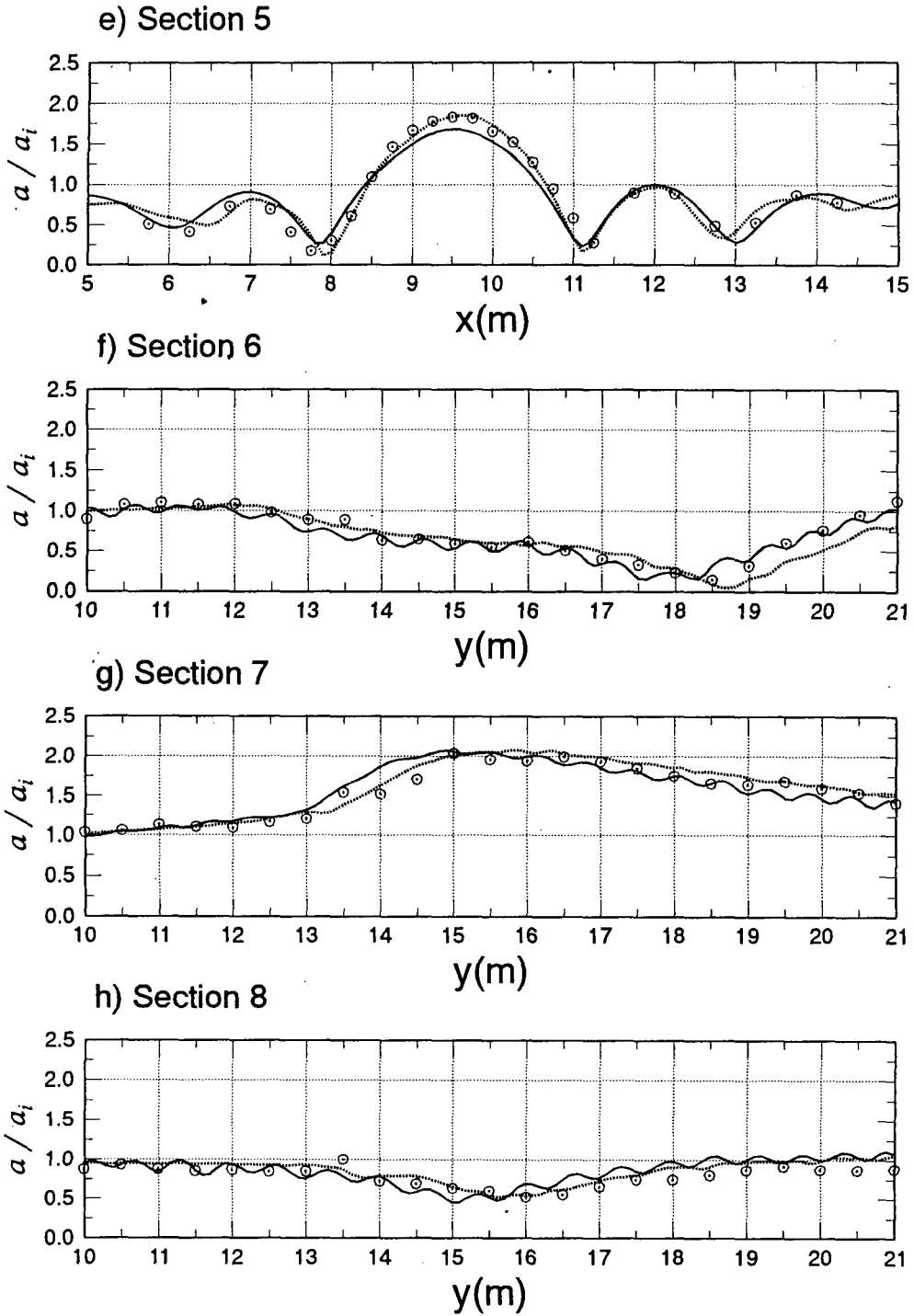


Fig. 1.b. Comparison of laboratory data and numerical results for elliptic shoal: \odot Data ; \cdots Parabolic ; $—$ PCGM