

해저면마찰을 고려한 파랑 Run-up의 수치계산

이동연*, E.N. Pelinovsky**, 최항순*

1. 서론

지진이나 폭풍에 의하여 발생된 장파는 해안선을 범람하여 많은 인명과 재산피해를 가져 오기 때문에 오랫동안 관심의 대상이었다. 천수역에서의 장주기파 문제는 전통적으로 수심 평균된 방정식이 많이 이용되어 왔다. 그러나, run-up 문제에서는 파랑이 맞는 해안선이 시간에 따라 변하게 되므로 이동경계조건(moving boundary)을 적절히 해결하여야 하며, 또한 해저면 마찰을 고려하여야 한다.

본 논문에서는 이동경계조건을 문제를 해결하기 위해서 Pelinovsky(1989)가 제안한 정규화된 좌표로의 변환을 이용하였고, 마찰문제에 접근하기 위하여 1차원 모델에서는 해저면 거칠기에 따른 상수를 도입하였고, 수직분포를 알아보기 위한 2차원 수치모델에서는 와점도(eddy viscosity)를 이용하여 최대 run-up을 구하였다.

2. 1차원 모델

2.1 지배방정식의 변환과 경계조건

일정한 기울기를 갖는 해안에서 파랑 run-up을 해석하기 위하여 Fig.1과 같은 유체영역을 계산영역으로 택하였고, 계산영역의 좌측 경계로부터 일정주기의 입사파가 들어온다고 가정하였다. z-좌표축은 연직상방을 양으로 잡고, 파의 높이는 교란전의 평균수면으로부터의 수직거리로 잡았다. 깊이방향으로 가속도가 적다는 가정을 하고, 운동방정식과 연속방정식을 수심에 대한 적분을 하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial (Hu)}{\partial x} = 0 \tag{1}$$

$$-\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{f}{H} \tag{2}$$

여기서 $H = \zeta + h$ 이고, h_0 =입구의 수심, L_b =해안의 길이, ζ_0 =입사파고, λ =입사파장이다. 식(2)에서 f 는 마찰항을 나타내는데, 해저면의 바닥거칠기와 수면에서 바람속도에 따라 크기가 결정된다. 본 논문에서는 수면에서 마찰은 무시하고, 바닥에서의 마찰만을 고려하여 마찰항을 다음식으로 표시하였다.

$$f = -\frac{1}{2} C_f u |u| \tag{3}$$

* 서울대학교 조선해양공학과

** Russia Academy of Science, Institute of Applied Physics

여기서 C_f 는 마찰계수이다.

위의 문제는 다음과 같은 $Q = \{ 0 \leq x \leq F(t), t \geq 0 \}$ 이동경계조건을 갖는 영역에서 해를 구해야 하는 어려움이 있다. 이러한 경계조건을 처리하는 방법은 Hibberd & Peregrine (1976), Kobayasi et al.(1986)등 많은 사람에 의해 연구되어 왔다. 기존의 연구들은 주로 경계의 이동속도에 따라 계산영역을 계속 바꾸어 주는 어려움을 갖고 있다. 이러한 어려움을 피하기 위하여 본 논문에서는 Pelinovsky(1989)의 방법에 따라 새로운 무차원길이변수 $\xi = x/F(t)$ 를 도입하여 계산영역 Q 를 정규화된 영역 $Q^* = \{ 0 \leq \xi \leq 1, t \geq 0 \}$ 으로 변환하여 문제를 풀었다. 이 방법의 장점은 시간에 따라 정해진 계산영역 ($0 \leq \xi \leq 1$)에서 문제를 풀게 됨으로 수치적으로 취급하기가 편리하다. 이에 따라 새로운 변수를 이용하여 식 (1)과 식(2)를 변환하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + F^{-1} \left(\frac{\partial (Hu)}{\partial \xi} - \xi \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} F_t \right) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + F^{-1} (u - \xi F_t) \frac{\partial u}{\partial \xi} + g F^{-1} \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} = \frac{f}{H} \quad (5)$$

2.2 수치계산 방법

식(4)와 식(5)를 수치적으로 풀기위하여 계산영역을 교차격자체계 (sttaged grid system)로 이산화하고, 초기조건으로 속도와 수면상승을 ' 0 '으로 가정하고 개방경계에서는 다음과 같은 조건을 부과하여 풀어 나간다.

$$\zeta_0(t) = \sin(2\pi \frac{t}{T_0}) \quad (6)$$

여기서 $T_0 = \frac{\lambda}{\sqrt{gh_0}}$ 이다.

이산화방정식을 얻기 위하여 공간은 중앙차분을, 시간전개를 위해서는 전방차분을 이용하였다. 운동방정식과 연속방정식을 시간에 따라 푸는 방법으로 먼저 운동방정식을 양해법으로 풀고, 그 결과를 이용하여 식(7)과 같이 새로운 경계값 $F(t)$ 를 구한후, 연속방정식을 푸는 과정을 수행함으로써 다음 단계로 넘어가도록 하였다.

$$F^{k+1} = F^k + \Delta t u_{N-1} \quad (7)$$

이 계산을 수행할때 길이방향으로 등분간격($\Delta \xi$)은 0.01 택하였고,(즉 $NX = 100$) Δt 는 수렴안정성을 위해 CFL 수가 0.1 이 되도록 택하였다.

여기서 CFL 수는 $\Delta t / \Delta x * \sqrt{2gh_0}$ 와 같이 정의한다.

2.3 계산결과 고찰

이상과 같이 차분화된 식을 수치적으로 풀면, 그 결과는 해안선에서 파고가 최대가 되었다가 다시 감소하는 현상을 주기적으로 보여준다. 계산의 예로 해안의 길이에 대한 입구수심의 비가 0.02 ($s = L_b / h_0 = 1/50$)인 지형에 대해서 계산하였다. 마찰계수 C_f 는 해양에서 경험적으로 많이 이용되는 0.0025를 택하였다.

Fig.2는 입사파장이 해안길이의 10배 ($\lambda / L_b = 10$)이고, 진폭이 입구수심의 1/20인 경우

의 계산결과를 보여주고 있다. 시간 t 는 입사파의 주기인 $T_0 = \lambda/\sqrt{gh_0}$ 로 무차원화하였다. $t/T_0 = 0.175$ 일때, 입사파가 해안선에 다다르고(Fig.2 a 참조), 계속해서 올라가던 파가 $t/T_0 = 0.3485$ 일때 다시 내려오기 시작한다. 이때 해안선의 최대높이(run-up height) 는 2.066을 얻었다.(Fig.2 b 참조)

다음으로 바닥마찰계수 C_f 와 입사파장에 대한 해안길이의 비(L_b/λ)를 변화시키며 계산한 결과를 Fig.3 에 나타내었다. C_f 값이 커질수록 run-up 높이는 감소하고, 또한 주어진 해안의 길이에 대해 입사파가 짧을수록 더 높게 해안선으로 올라오는 것을 볼 수 있다. 마찰을 무시하고 선형이론으로 계산한 결과(Pelinovsky,1989)인 식(8)과 비교하면 이론식보다 다소 낮은 결과를 보여주고 있다.

$$\zeta_R / \zeta_0 = p\sqrt{2L_R/\lambda} \quad (8)$$

여기서 선형인 경우 $p = 2\pi$ 이다.

3. 와동점성계수의 수직분포를 고려한 2차원 모델

3.1 2차원 모델과 와동점성계수 도입

앞장에서 천수방정식의 1차원 모델을 수치적으로 푸는 방법에 관해 살펴 보았다. 대체로 좋은 결과를 얻었다고 생각되나, 실제에 좀 더 가까운 유동장을 알기 위하여 수평속도의 연직분포와 와동점성계수를 포함한 2차원 모델을 수치적으로 풀고자 한다.

지배방정식은 다음과 같고,

$$u_t + uu_x + wu_z + g\zeta_x = [(v_t + v_M)u_x]_z + Ku_{xx} \quad (9)$$

$$u_x + w_z = 0 \quad (10)$$

여기서도 계산영역은 $Q = (0 \leq x \leq F(t), -h \leq z \leq \zeta, t \geq 0)$ 로서 이동경계를 갖으므로 $\xi = x/F(t)$ 와 $\theta = (z+h)/H$ 를 도입하여 계산영역을 변환하면 정규화된 계산영역 $Q^* = (0 \leq \xi, \theta \leq 1, t \geq 0)$ 으로 바뀌게 된다. 변환된 운동방정식에서 와동점성계수(v_t)는 Prandtl 식에 따라 다음과 같이 표현한다.

$$v_t = H^{-1} l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial \theta} \right| \quad (11)$$

여기서 eddy scale(l) 은 Montgomery식에 따라 바닥과 수면에서의 거칠기의 관계식으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$l = \kappa (\theta + \theta_h) (1 - \theta + \theta_\zeta) \quad (12)$$

여기서 $\kappa = 0.4$ 이고, $\theta_h = z_h/\zeta_0$, $\theta_\zeta = z_\zeta/\zeta_0$ 로서 바닥과 수면거칠기를 입사파고로 무차원화한 값이다. 실제계산에서 수면거칠기는 무시하였고, 바닥거칠기만을 고려하였다.

3.2 계산결과 고찰

우선 앞장에서의와 같은 경우인 $L_b/\lambda = 10$ 이고, $\zeta_0/h_0 = 1/20$ 일 때의 계산을 수행하였다. Fig.4는 최대 run-up이 발생하고 파가 빠져나갈때 수평방향속도의 수직구조를 보여 주고 있

다. 바닥에서는 빠르게 밖으로 향하고 있고, 수면에서는 해안선쪽으로 향하는 성분이 남아 있음을 알 수 있다.

다음으로 Fig. 5는 바닥 거칠기에 따른 와점도의 차이를 보여준다. $\xi = 0.8$ 이고, $t/T_0 = 0.35$ 인 경우, 바닥이 더욱 거친 경우에 해당하는 $\theta_h = 0.01$ 가 $\theta_h = 0.001$ 인 경우 보다 더욱 큰 와점도값을 갖음을 확인할 수 있다.

4. 결론

이상에서와 같이 본 논문에서는 1차원 모델을 이용하여 입사파장과 해안의 길이, 마찰계수 C_f 등이 run-up height에 미치는 영향을 살펴보고, 정규화된 좌표계를 이용하여 수치적으로 쉽게 이동경계조건을 처리할 수 있음을 보였다.

또한 2차원 모델에서 와동점성계수의 도입으로 run-up 현상이 발생할때 수평방향속도의 연직분포를 관찰하였고, 와동점성계수와 표면거칠기에 관한 관계를 살펴 봄으로써 해저면 마찰을 고려한 run-up 높이를 구할 수 있었다.

참고문헌

- Hibberd, S. , Peregrine, D.H. (1979) " Surf and run-up on a beach : a uniform bore ", JFM Vol. 95 (2), pp. 323-345.
- Kobayashi, N., Otta, A.K. and Roy, L. (1987) " Wave reflection and run-up on rough slopes ", J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE 113(3), pp.282-298.
- Pelinovsky, E.N., Voltzinger, N.E. and Klevanny, K.A. (1989), Long Wave Dynamics of the Coastal Zone, Chap. 7 & 8.

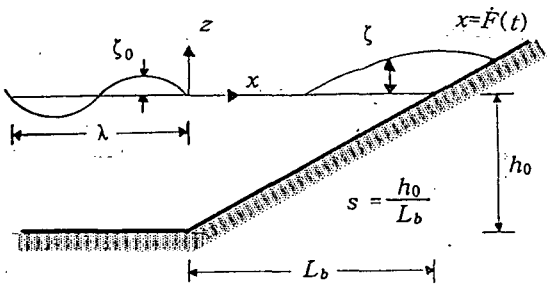


Fig. 1 Definition sketch

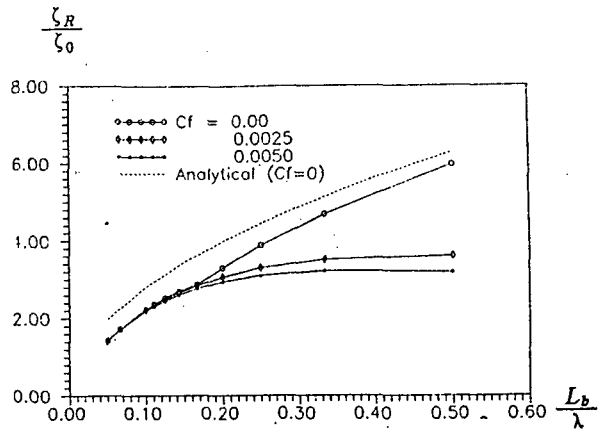
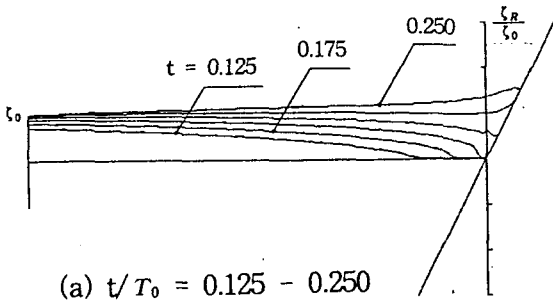
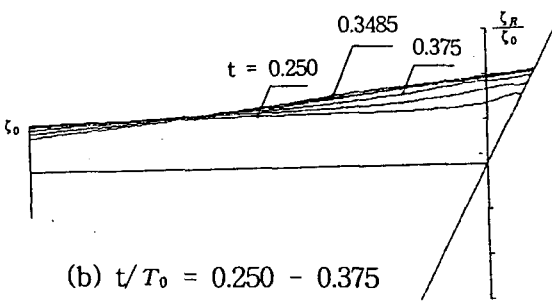


Fig.3 Run-up height for various Cf



(a) $t/T_0 = 0.125 - 0.250$



(b) $t/T_0 = 0.250 - 0.375$

Fig.2 Wave patterns near beach

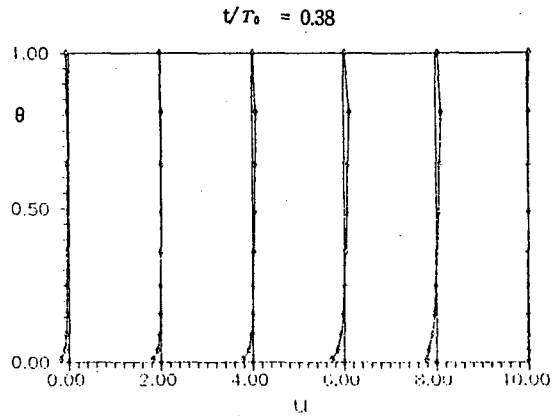


Fig.4 Vertical distribution of horizontal velocity

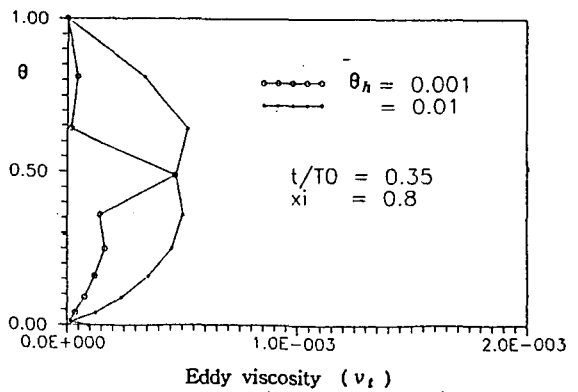


Fig.5 Vertical distribution of eddy viscosity