경계요소법을 이용한 중복파의 재현
Simulation of Standing Wave Using Boundary Element Method

오영민*, 이길성**, 전인식*
Young Min Oh, Kil Seong Lee, In Sik Chun

1. 서론

防波堤나 護岸과 같은 해안구조물을 설계할 때는 가장 먼저 구조물에 작용하는 波壓을 계산해야 한다. 파압을 계산하는 방법에는 Sainflou나 Goda의 파압공식 및 重複波 이론에 의한 파압계산 등 여러가지가 있으나 수치모델에 의한 방법은 파고가 작은 경우에 대해서만 가능할 뿐 설계파 정도의 큰 파랑에 대한 파압계산은 큰 파고를 재현하지 못하기 때문에 지금까지는 할 수 없었다.

해안구조물에 작용하는 파압계산의 전제조건인 重複波를 재현하기 위하여 境界要素法을 이용한 수치모델이 Nakayama[1], 大山[2] 등에 의하여 연구되었으며 최근에는 Leitao 등[3]이 파의 非線形 效果를 좀 더 고려할 수 있는 방법을 제시하였다. 그러나 이 모델들은 모두 파고가 비교적 작은 Stokes 2차 파랑 정도를 재현할 수 있을 뿐 碎波限界에 가까운 큰 파랑의 재현은 불가능하다. 본 연구에서는 이러한 문제점을 해결하기 위하여 큰 파랑을 재현할 수 있는 수치모델을 개발하였다.

2. 境界要素法을 이용한 數値모델의 구성

수치모델을 구성하기 위한 境界積分方程式은 지배방정식인 Laplace 방정식과 경계조건으로부터 도출되었으며 이를 경계요소법을 이용하여 수치적으로 계산하기 위한 離散化 方程式은 다음과 같다(吳榮敏 등[4]). 한편, 이산화 방정식을 풀기 위하여 流體領域을 여러 개의 節点으로 분할하였는데 절점번호와 좌표계는 Fig. 1과 같다.

$$\alpha_i \phi_i + \sum_{J=1}^{N} A_{iJ}^{T} \phi_J - \sum_{J=1}^{N_F-1} (n_z)_J B_{iJ}^{T} (\eta_t)_J + \sum_{J=N_F}^{N_F+N_C-1} B_{iJ}^{T} U_J = 0$$

$$, (i = 1, 2, \cdots, N) \qquad (1)$$

---

* 韓國海洋硏究所 海洋工學硏究部(Korea Ocean Research and Development Institute)

** 서울大學校 工科大學 土木工學科 教授(Civil Eng. Dep. of Seoul National University)

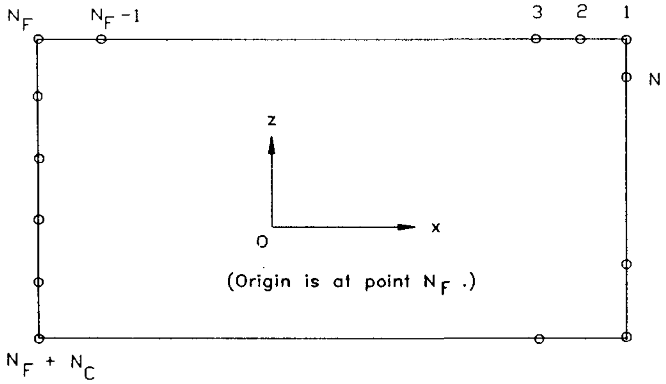


Fig. 1 Discertization of fluid domain for calculating fluid motion and coordinate system.

여기서, $A^T_{iJ} = \int_0^{l_J} N^T_J \frac{\partial G}{\partial n} ds$, $B^T_{iJ} = \int_0^{l_J} N^T_J \, G \, ds$

N_J = 線形 內挿函數, J = i 번째 節点과 i+1번째 節点이 이루는 線要素의 번호, G = Green 함수, α = 경계상의 한 점의 兩側이 이루는 內角, ϕ = 速度포텐셜, η = 水面變位, N = 전체 절점의 수, N_F = 自由表面의 절점의 수, N_C = 入射境界의 절점의 수, U = 입사경계에서의 流速, n_z = 外向 法線벡터의 z방향 成分

$$\sum_{J=1}^{N_F-1} \omega^T_J \Big[\int_0^{l_J} N_J N^T_J \, ds \, (\phi_t)_J + \frac{1}{2}\Big\{ (n_z)^2_J \int_0^{l_J} N_J N^T_J (\eta_t)_J N^T_J \, ds \, (\eta_t)_J$$

$$+ \frac{1}{l^2_J} \int_0^{l_J} N_J \, ds \, E^T \phi_J \, E^T \phi_J \Big\} + g \int_0^{l_J} N_J N^T_J \, ds \, \eta_J \Big] = 0 \qquad (2)$$

여기서, ω = 加重殘差變數(Weighted residual parameter), l_J = 要素의 길이,

g = 重力加速度, E^T = (-1, 1)

離散化 方程式 (1)과 (2)에서 η, ϕ를 시간 Step에 의한 增分 $\Delta\eta^{(n)}$, $\Delta\phi^{(n)}$에 의하여 다음과 같이 표현하였다.

$$\eta^{(n)} = \eta^{(n-1)} + \Delta\eta^{(n)} \qquad (3)$$

$$\phi^{(n)} = \phi^{(n-1)} + \Delta\phi^{(n)} \qquad (4)$$

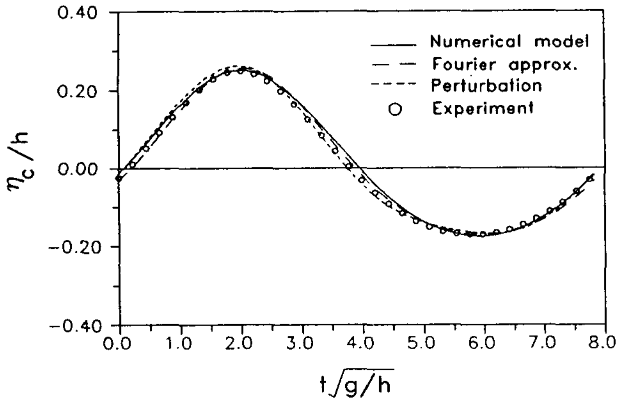
또한, η, ϕ의 時間 偏微分値 $\partial\eta/\partial t$, $\partial\phi/\partial t$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial t}\right)^{(n)} = \frac{2\Delta\eta^{(n)}}{\Delta t} - \left(\frac{\partial \eta}{\partial t}\right)^{(n-1)} \qquad (5)$$

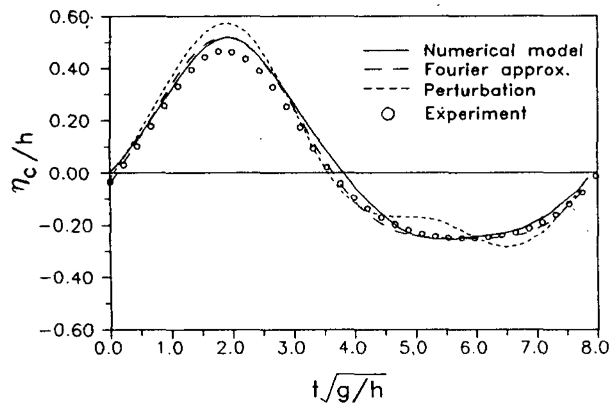
$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right)^{(n)} = \frac{2\Delta\phi^{(n)}}{\Delta t} - \left(\frac{\partial \phi}{\partial t}\right)^{(n-1)} - \frac{\Delta\eta^n}{\Delta t} \left\{ 2\left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^{(n-1)} + \Delta(\phi_z)^{(n)} \right\} \qquad (6)$$

식 (3)-(6)을 離散化 方程式 (1), (2)에 대입하면 未知數 $\Delta\eta_j^{(n)}$, $\Delta\phi_i^{(n)}$에 관한 2차

연립방정식을 얻을 수 있는데 大山[2] 등에서는 2차항을 생략하고 線形 聯立方程式으로 변환하여 해를 구하였다. 그러나 이럴 경우 큰 파랑을 재현할 수가 없기 때문에 본 연구에서는 2차항을 포함하는 2차 연립방정식을 구성하여 Newton 방법을 이용하여 풀었다.



(a) H/h = 0.21



(b) H/h = 0.37

Fig. 2 Comparison of the standing wave profile by numerical model with one given by Fourier approximation, perturbation method and experiment.

3. 重複波 理論

非線形 重複波에 대한 연구는 Tadjbakhsh 등[5]에 의하여 처음으로 시작되었다. 이들은 섭동법을 이용하여 진폭에 대하여 3차까지 전개한 重複波形과 速度포텐셜을 제시하였다. 이후 Goda[6]는 이에 대하여 4차까지 전개하여 그 결과를 混成 防波堤에 작용하는 파압공식을 도출하는데 이용하였다. 한편, Vanden-Broeck 등[7]는 Fourier 展開 技法을 이용하여 해를 구하는 방법을 처음으로 시도하였다.

4. 水理實驗

수치모델에 의하여 재현된 중복파를 檢證하기 위하여 수리실험을 실시하였다. 실험에 사용된 수조는 韓國海洋硏究所에서 보유하고 있는 2차원· 파랑-흐름 複合水槽(길이 53.0m, 높이 1.25m, 폭 1.0m)이다.

實驗條件은 水深 h = 50cm로 하였으며 無次元 週期, $T\sqrt{(g/h)}$ = 7.83에 대하여 무차원 파고, H/h = 0.21, 0.37의 두 가지 조건을 실험하였다. 실험시간은 연직벽에 반사된 파가 造波板에 부딪혀서 발생하는 再反射波가 다시 鉛直壁에 도달하기 전까지로 하였다.

5. 數値모델의 檢證

본 수치모델의 결과를 다른 방법과 비교하기 위하여 水理實驗과 같은 조건을 사용하여 계산하였다. 또한, 수치모델의 결과를 重複波 이론에 의한 결과와 비교하기 위하여 수치모델에서 계산된 重複波高를 입력자료로 하여 중복파 이론을 적용하였다. 波形을 직접 비교하기 위하여 실험파랑조건에 대하여 안정된 중복파의 時系列 중에서 한 주기를 골라서 Fourier 展開 技法을 이용한 방법과 4차 攝動法을 이용한 방법 및 實驗値와 함께 Fig. 2에 제시하였다.

참고문헌

1. Nakayama, T., "Boundary element analysis of nonlinear water wave problems", *Int. J. for Numerical Methods in Eng.*, Vol.19, 1983, pp.953-970.
2. 大山巧, "境界要素法による非線形孤立波の反射および作用波力の解析", 第32回海岸工學講演會論文集, 1985, pp.555-559.
3. Leitao, J.C. and Fernandes, J.L.M., "On a model to propagate surface waves-a second order approach", *Coastal Eng.*, Vol.18, 1992, pp.315-352.
4. 吳榮敏, 李吉成, 全仁植, "境界要素法을 이용한 非線形波의 再現", 한국해안 · 해양공학회지, 제5권 제3호, 1993, pp.204-211.
5. Tadjbakhsh, I. and Keller, J.B., "Standing surface waves of finite amplitude", *J. Fluid Mech.*, Vol.8, 1960, pp.442-451.
6. Goda, Y., "The fourth order approximation to the pressure of standing waves", *Coastal Eng. in Japan*, Vol.10, 1967, pp.1-11.
7. Vanden-Broeck, J. and Schwartz, L.W., "Numerical calculation of standing waves in water of arbitrary uniform depth", *Phys. Fluids*, Vol.24, No.5, 1981, pp.812-815.