소유사량 산정의 개선책

유 동 훈*

1. 서 론

소류사량 산정에 사용되는 제 관련 물리량, 즉 침강속도와 임계마찰력의 정량화를 기하고 기존 소류사량 산정식의 문제점을 도출하였으며, 새로운 소류사량 산정식의 관련변수를 제시하였다. 침강속도 산정을 위하여 두 무차원수, 종말후로이드수와 레이놀즈-후로이드수, 를 제시하며, 임계마찰력은 침강속도의 함수인 종말후로이드수와 비례관계가 성립함을 밝혔다. 기존 소류사량 산정식으로 DuBoys, Einstein, Kalinske 등의 접근방법을 검토하였으며, Brown 식과 Kalinske 식의 결과로부터 새로운 소류사량 산정식의 상관계수의 변이를 도출하였다.

2. 침강속도와 임계마찰력

토사의 침강속도(settling velocity)는 입자의 조도와 모난 특성때문에 매끈한 구형체의 종말속도(terminal velocity) 보다 느린편이나 모난정도와 조도의 영향을 일일히 고려하는 것이 매우 번거롭기 때문에 대체적으로 이들의 영향을 무시하거나 비례관계로 고려한다. 매끈한 구형체의 종말속도는 항력과 부력의 합이 중력과 평형을 이룰때 결정되는 입자의 침강속도이며 이는 다음과 같이 산정된다.

$$F^2 = \frac{4}{3C_D} \tag{1}$$

여기서 C_D 는 항력계수이며 F 는 종말후로이드수로서

$$F = \frac{w_f}{\sqrt{(s-1)gd}} \tag{2}$$

이며 s 는 상대밀도로서 $s = \rho_s/\rho$ 이며 w_f 는 종말속도, g 는 중력가속도, d 는 구형체의 입경이다. 상기식에서 항력계수 C_D 가 결정되면 종말속도가 바로 산정되나, 항력계수도 종말속도의 함수이므로 반복과정을 거쳐야 해를 구할 수 있다.

Rubey는 레이놀즈-후로이드수로부터 종말후로이드수를 바로 산정할 수 있는 양해법근사식을 제시하였으며 다음과 같다 (이하 제 관련식은 윤(1991) 참조).

$$F = \frac{1}{N}\left(\sqrt{\frac{2}{3}N^2+36} - 6\right) \tag{3}$$

여기서 N 는 레이놀즈수대 후로이드수의 비로서 역시 무차원수이며 R-F Number 라고 칭하며

$$N = \frac{R}{F} = \frac{\sqrt{(s-1)gd^3}}{\nu} \tag{4}$$

따라서 비중 s, 입경 d, 점성계수 ν가 주어지면 Rubey식 (3)으로부터 종말속도 w_f 를 바로 산정할 수 있다. 그러나 Rubey식은 N 가 10 이상일 때 상당한 오차를 유발하며, 유(1994)는 광범위한 구간에서 상당한 정도를 유지하는 양해법 근사식을 개발하였으며 다음과 같다.

---

* 아주대학교 토목공학과

$$F = 1.826 \tanh X$$

$$\begin{aligned} X &= 0.030N & N<3.7 \\ X &= 0.043N^{0.76} & 3.7<N<33.7 \\ X &= 0.162N^{0.38} & 33.7<N \end{aligned} \qquad (5)$$

Fig. 1에는 식(3)과 식(5)의 산정결과가 관측결과와 비교되어 있으며, Rubey식 (3) 의 문제점이 뚜렷이 부각되어 있다.

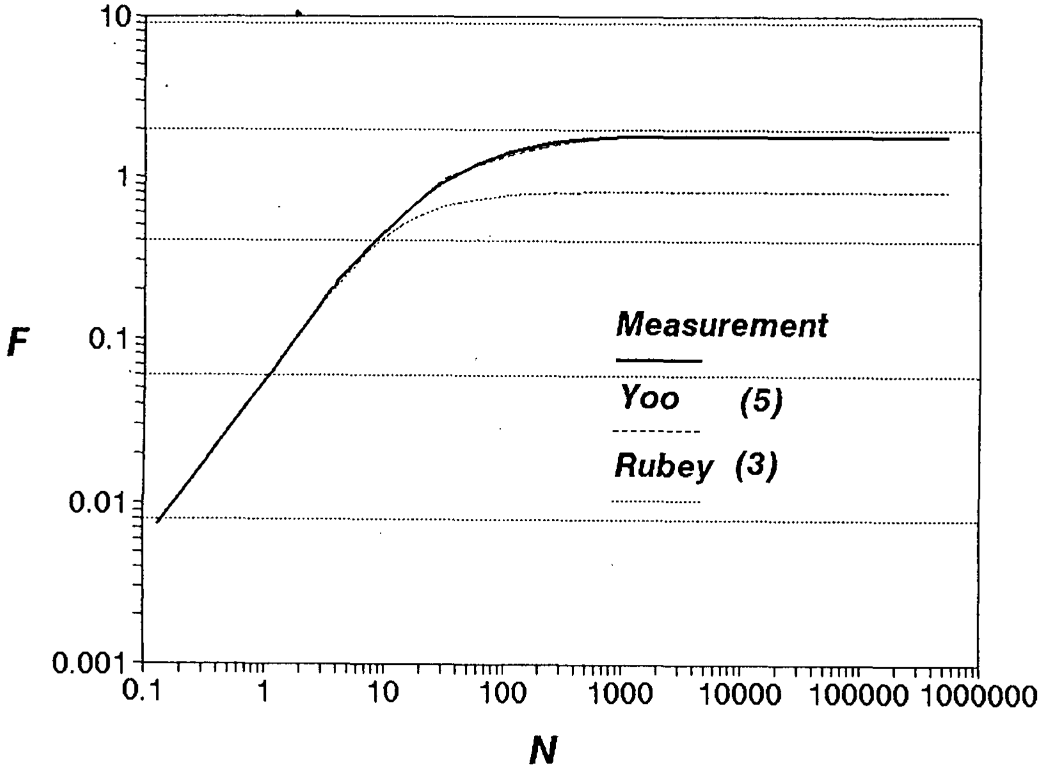

Fig. 1 Terminal Froude Number computed by Rubey Equation and Yoo Equation

임계마찰력은 양력과 부력을 제외한 자중이 평형을 이룰 때 구해지며, 두 힘의 평형은 다음과 같이 표기될 수 있다.

$$\frac{1}{2}\rho C_L \frac{\pi}{4} d^2(\alpha u_{*c})^2 = \frac{\pi}{6}(s-1)\rho g d^3 \mu_s \qquad (6)$$

상기 평형관계식에서 좌변은 양력을 나타내며, 우변은 부력을 제외한 입자의 자중을 나타낸다. $\mu_s = \tan\theta$, θ 는 휴식각, αu_{*c} 는 입자위 경계층상 어느 일점의 유속이며 항력에 직접적으로 영향을 주는 유속이다. 양력계수 C_L 과 항력계수 C_D 간에 비례관계가 성립할 때, 즉 $C_L = \zeta C_D$ 의 관계가 성립할 때 다음과 같은 단순한 관계식을 얻는다.

$$F_{*c} = \beta F \qquad (8)$$

여기서 β 는 임계마찰계수라 칭하며

$$\beta = \frac{1}{\alpha}\sqrt{\frac{\mu_s}{\zeta}} \tag{9}$$

F_{*c} 는 임계마찰후로이드수이고

$$F_{*c} = \frac{u_{*c}}{\sqrt{(s-1)gd}} \tag{10}$$

Shields Number $\psi = F_{*c}^2$ 이다.

Van Rijn(1985)은 R-F Number 로부터 Shields Number를 바로 구할 수 있는 양해법 산정식을 개발하였는데 임계마찰후로이드수를 사용하여 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
F_{*c} &= 0.49N^{-1/3} && N<8 \\
F_{*c} &= 0.37N^{-1/5} && 8<N<40 \\
F_{*c} &= 0.20N^{-1/30} && 40<N<90 \\
F_{*c} &= 0.11N^{+1/10} && 90<N<1980 \\
F_{*c} &= 0.235 && 1980<N
\end{aligned} \tag{11}$$

식 (5)와 식 (11)을 사용하면 식 (8)로부터 β 를 구할 수 있다. 이상의 계산된 결과는 Fig. 2 에 제시되어 있으며, 다음과 같은 약산식으로 간단히 산정할 수도 있다.

$$\begin{aligned}
\beta &= 8.95N^{-4/3} && N<1 \\
\beta &= \exp(5.04N^{-0.4}-2.85) && 1<N<100 \\
\beta &= 0.129 && 100<N
\end{aligned} \tag{12}$$

도시된 바와 같이 레이놀즈-후로이드수가 작을 때, 즉 입자 크기가 작을 때 임계마찰계수 β 는 매우 큰 수가 되는데, 이는 항력계수 대 양력계수의 비 ζ 가 아주 작기 때문인 것으로 판단된다.

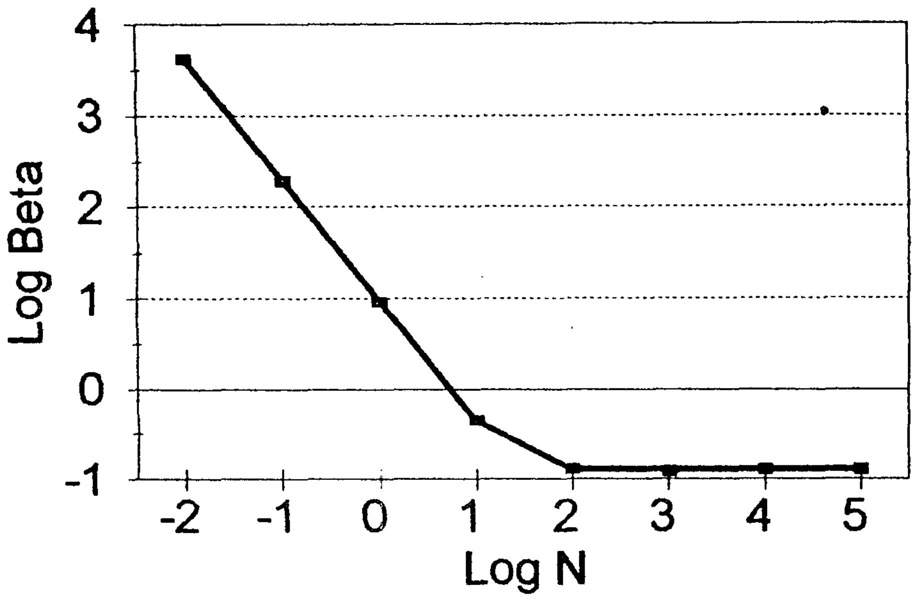

Fig. 2 Critical friction factor (β) against Reynolds-Froude Number (N)

3. 소류사량 산정의 개선방안

DuBoys의 소류사량 산정식은 n 개층의 토사가 선형비례로 이동한다는 가정하에 유도되었으며 다음과 같이 최종식이 도출되었다.

$$q = \delta\tau(\tau-\tau_c) \tag{13}$$

여기서 q 는 단위폭당 소류사 이동량, τ 는 저면마찰력, τ_c 는 임계마찰력이며 δ 는 비례상수이나 무차원수는 아니다. 여러 연구자들이 비례상수 δ 의 관계식을 도출하고자 노력하였으나 일반성을 확보하는데는 성공치 못한 것으로 판단된다.

Einstein은 토사입경 d 대 이동거리 L 가 일정한 상수이며, 즉 $L/d = \lambda$, 토사가 세굴되어 상향이동할 때 상향이동속도가 침강속도에 비례한다, 즉 w_L - w_f, 는 가정하에 다음과 같은 무차원수를 도출하였다.

$$\Phi_E = \frac{q}{\rho_s g w_f d} \tag{14}$$

마찰후로이드수가 작을 때 Brown은 실험관측결과로부터 다음과 같은 식을 도출하였다.

$$\Phi_E = 40F_*^{-6} \tag{15}$$

이에 반하여 Kalinske는 상향이동속도가 마찰속도 u_* 에 비례한다, 즉 w_L - u_*, 고 가정하였으며 다음과 같은 무차원수를 도출하였고

$$\Phi_K = \frac{q}{\rho_s g u_* d} \tag{16}$$

실험자료로부터

$$\Phi_K = 10F_*^{-4} \tag{17}$$

Einstein식이나 Kalinske식은 무차원수를 도입하여 수식이용에 편의성과 일반성을 제공하였으나 1차적인 모순은 두 식 모두 임계마찰력에 관계없이 토사이동량이 산정된다는 점이다. 즉, 저면마찰력이 임계마찰력 보다 작더라도 식 (15) 또는 식 (17)은 소류사 이동량을 산정한다. 더욱이 마찰력이 작을수록 소류사량을 크게 산정하는 경향이 있다. 이는 물론 식 (15) 또는 (17)을 적용하기 전에 식 (11)을 사용하여 마찰력이 임계마찰력을 초과하는지 여부를 판단하여 이러한 단점을 극복할 수 있으나 모순된 관계식으로부터 도출된 관련수치가 일반성을 유지할 수 있을 지 많은 의문점이 대두된다. 이에 반하여 DuBoys식은 비례상수가 무차원수가 아닌 단점은 있으나 토사이동의 임계점 즉 임계마찰력이 뚜렷이 수식에 포함되어 있기 때문에 보다 일반성을 유지할 수 있으리라 판단된다.

Einstein식과 Kalinske식이 내포하고 있는 모순의 근본원인은 여러 가정중 두가지 가정에서 발견된다. 하나는 토사이동거리가 입경에 단순비례한다는 가정이며, 다른 하나는 상향이동속도가 침강속도 또는 마찰속도에 비례한다는 가정이다. 본 연구자는 상기 모순의 개선책으로 다음과 같은 관계식을 제시한다.

$$\frac{L}{d} = f(F_* - F_{*c}) \tag{18}$$

$$w_L = \gamma(u_* - u_{*c}) \tag{19}$$

여기서 γ 는 비례상수이다. 이상의 가정을 이용하면 다음과 같은 무차원수가 도입된다.

$$\Phi = \frac{q}{\rho_s g(u_* - u_{*c})d} = f_1(F_*)\, f_2(F_* - F_{*c}) = f_3(F_*,\ F_{*c}) \tag{20}$$

함수 f_3 는 실험자료와의 비교로서 관계식을 도출할 수. 있는데 1차로 Brown식 (15)와 Kalinske식 (17)을 이용하고 식 (8)의 관계로부터 다음과 같은 식이 유도된다.

$$\Phi = \frac{40}{F_*^4(4-\beta F_*^2)} \tag{21}$$

상기식은 $(4-\beta F_*^2)$이 영에 가까울 때는 성립하지 않는다. 특히 무차원수 N 가 작을 때 β 는 매우 커지므로 식 (21)의 관계가 타당치 않음이 역력하게 나타난다. 여러가지 형태의 ϕ 관계식이 고려될 수 있으며,, 제 관계식은 실험 원자료를 이용하여 구해야할 것이다.

4. 결론 및 토의

소류사량 또는 부유사량 산정식의 기본 변수인 침강속도와 임계마찰력의 비례관계를 밝혔으며, 기존 소류사량 산정식의 모순점을 제기하고 이의 개선책과 적절한 무차원수를 제시하였다. 제 관련함수는 실험자료를 재 분석하여 도출하여야 하겠으며, 1차로 기존 소류사량 산정식으로부터 관련함수의 성향을 파악하고자 하였다.

5. 참고문헌

1. 유동훈, 1994, 구형체의 종말속도, 대한토목학회 논문집, (제출).
2. 윤용남, 1991, 수리학, 청문각.
3. Van Rijn, L.C., 1984, Sediment pickup functions, J. Hydraulic Eng., ASCE, Vol. 110, No. 10, pp. 1494-1502.