

## 적분전개법을 이용한 체적홀로그래프에서의 회절에 관한 연구

이 홍석<sup>o</sup>, 이 혁  
서울대학교 공과대학 전기공학과\*

A study on the diffraction in volume hologram using  
Perturbative integral expansion.

Hong-Seok Lee, Hyuk Lee  
Dept. of Electrical Eng., Seoul Nat'l Univ.

### Abstract

Optical interconnections are more attractive than electronic interconnections because of their higher speed, freedom from planar constraints, immunity to electromagnetic interference effects and higher interconnection capacity. Volume hologram is one of the best way to implement optical interconnections. Diffraction efficiency and crosstalk effect are very important things for ensuring independent interconnections. Recently, a general systematic method that can handle a large number of superposed volume gratings in anisotropic host material is presented. In this study for numerical analysis of diffraction, above method is programmed in general form near Bragg angle. Diffraction orders for variation of grating strength are determined by comparing with the coupled-mode method. The effects of parameter variation are considered. Parameters include vertical and azimuthal incident angle, wavelength and interaction length. Diffraction analyses are also performed for intra-mode and inter-mode diffractions.

### 1. 서론

시스템 상호간의 연결(Interconnection)이나 소자간의 연결에 있어서 지금까지는 전기적인 연결 방법을 채택하였다. 그러나, 전기적인 연결에 있어서는 연결 수가 증가하면 전자기적 간섭(ElectroMagnetic Interference)을 일으키기 때문에 연결밀도를 크게할 수가 없다. 많은 수의 연결을 구현하기 위해서는 전자기적 간섭의 문제가 없고, 병렬구조가 가능하며, 빛의 속도로 연결되므로 속도가 빠르다는 장점을 가진 광학적인 연결방법을 이용할 수 있다 [1].

광학적인 연결 중 연결밀도를 가장 크게 할 수 있는 것이 체적 홀로그래프를 이용하는 방법이다[2,3]. 최근에 비등방성(Anisotropic) 물질이며, 편광혼합(Polarization Mixing)과 파동방정식에서 grad(divE)항까지 고려한 일반적인 식이 발표되었다[4]. 이 식은 많은 수의 연결을 해석할 수 있는 체계적이고 간단한 해석 방법으로 회절효율해석과 연결간의 상호 혼신 해석에 유용하다.

본 논문에서는 위의 회절해석방법을 이용하여 기존의 모드결합방법[5]과 비교하여 격자세기(Grating Strength)의 변화에 따라 몇차의 회절식까지 고려해야 하는가를 보였다. 브라그 조건(Bragg Condition)을 만족하는 부분 근처에서의 n차의 일반식을 구하는 프로그램을 만들어 각 파라미터를 변화 시키면서 그 변화의 경향과 성질을 구했다. 이 경우에 브라그 조건 근처에서의 입사 각도의 변화에 대한 회절효율의 변화는 광연결 구현에 있어서 각선택

도(Angle Selectivity)와 관련하여 중요하다. 또한 비등방성 물질에서 모드내 회절(Intra Mode Diffraction) 뿐만 아니라 모드간 회절(Inter Mode Diffraction)의 경우도 고려하였다. 브라그 앵글의 변화와 물질내부에서의 작용거리(Interaction Length)의 변화, 파장의 변화에 따른 회절효율의 경향도 보였다.

### 2. 본론

#### 2.1. 적분전개법에 의한 회절의 일반식[6]

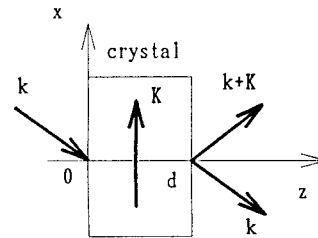


그림1. interaction geometry

그림1.과 같은 구조의 무한 평판의 경우에 입사파와 volume grating사이의 interaction을 고려하는데, 계산의 편의를 위해서 평판 표면에서의(z=0, z=d) 반사는 없다고 가정한다. 구하는 해는 식(2.1.2)의 형태가 된다.

$$(\nabla^2 - \nabla \nabla \cdot + k_0^2 \epsilon)g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -I\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 \exp[i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}] + k_0^2 \int d\mathbf{r}' g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \gamma(\mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}')$$

여기서 I는 unit matrix이고, g는 second-rank tensor이다. Homogeneous solution으로 plane incident wave를 취한다.

$$\mathbf{E}_{inc}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)]$$

이 식과 두번째식을 이용하여 반복해서 계산하면 해를 구할 수 있다.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{E}^{(n)}(\mathbf{r})$$

여기서,  $\mathbf{E}^{(0)}$ 는 incident plane wave이고, (n)th-level amplitude는 다음과 같다.

$$\mathbf{E}^{(n)}(\mathbf{r}) = k_0^{2n} \int d\mathbf{r}'_1 g(\mathbf{r}, \mathbf{r}'_1) \gamma(\mathbf{r}'_1) \cdots \int d\mathbf{r}'_n g(\mathbf{r}'_n, \mathbf{r}'_{n-1}) \gamma(\mathbf{r}'_{n-1}) \mathbf{E}_0 \exp[i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}'_1]$$

회절된 빛의 amplitude는 위의 식에서 구한다.

#### 2.2. 적분전개법과 모드결합방법의 비교

적분전개법에 의한 식은 2.1.절에서 보였고 그 wave vector diagram은 그림2와 같다.

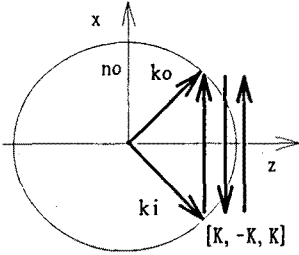


그림2. wave vector diagram

모드결합방법에 의한 output wave amplitude는 다음과 같다.

$$\left| \frac{E_o}{E_i} \right| = |\kappa d| \text{sinc}(sd)$$

여기서,

$$\kappa = \vec{e}_1 \cdot \frac{\omega^2 \mu}{2\sqrt{\beta_0 \beta_1}} \epsilon_1 \vec{e}_0$$

$$s^2 = \kappa^* \kappa + \left( \frac{P^*}{2} \right)^2$$

$\vec{e}_0$ 와  $\vec{e}_1$ 은 각각 입력과 출력파의 단위 편평 벡터이다.

이들 식을 이용하여 grating strength에 대한 회절 효율을 구해서 그림3에 보였다. Grating strength가  $10^{-3}$ 까지는 1차만으로도 해석이 가능하고,  $3 \times 10^{-3}$ 까지는 3차까지 고려해야하며,  $5 \times 10^{-3}$ 까지는 5차까지 고려해야한다. 이보다 큰 경우에는 더욱더 많은 차수의 계산이 요구된다. 그러나, 많은 수의 격자를 해석할 경우에는 grating strength가 작아지므로 낮은 차수의 계산만으로도 정확한 결과를 얻을 수 있다.

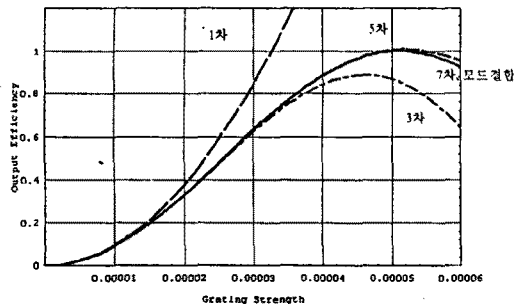


그림3. 격분전개법과 모드결합방법의 비교

### 2.3. 여러가지 파라미터의 변화와 회절효율

#### 2.3.1. 입사각의 변화

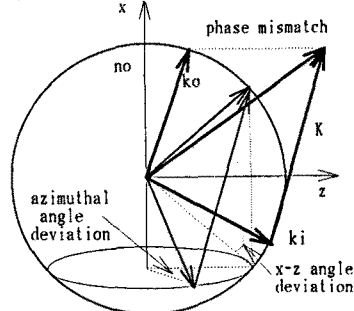


그림4. wave vector diagram for angle deviation

입사각에는 두가지 종류가 있다. 먼저 x-z평면 상에서의 변화에 대한 것과 azimuthal angle의 변화에 대한 것이다. 이것의 wave vector diagram를 그림4에 그리고 그에 따른 회절 효율의 변화를 그림5에 보였다. 그림에서 알 수 있듯이 x-z 평면상의 각 선택도가 azimuthal angle상의 각 선택도보다 좋을 수 있다.

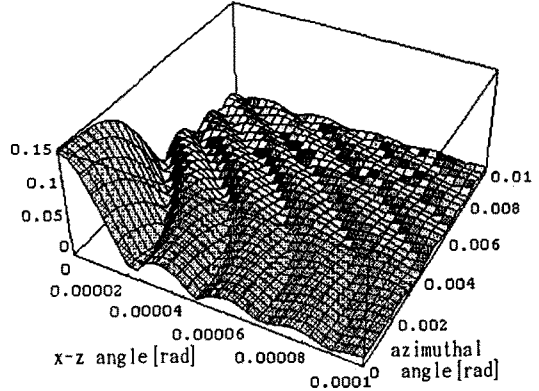


그림5. 작은 입사각 변화에 따른 회절효율

#### 2.3.2. 브라그 각도의 변화

Bragg angle을 변화시키면서 각선택도를 살펴본다. Ordinary와 extraordinary wave모두 Bragg angle이 커질수록 회절효율이 0이되는 곳의 간격이 줄어드는 것을 알 수 있다. Ordinary TE wave의 경우는 Bragg angle에서의 값이 점차 커지고, sidelobe도 같이 커진다. TM wave의 경우에는 Bragg angle에서의 값과 sidelobe가 작아진다. 이를 그림6에 보였다.

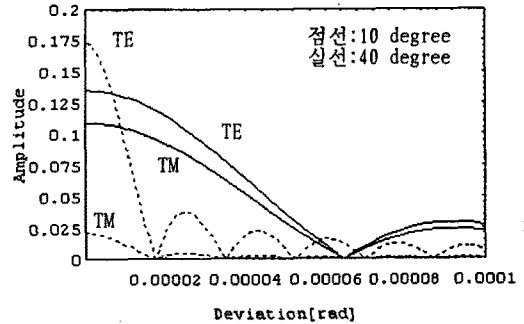


그림6. Bragg angle 변화에 따른 회절효율

#### 2.3.3. 입사 파장의 변화

파장 변화에 따른 회절 정도는 그림7에 보였다. 파장의 아주 작은 변화에 민감하게 반응함을 알 수 있는데 이는 파장의 선택도가 크다는 것을 의미하고 이는 파장에 의한 multiplexing의 가능성을 제시한다.

#### 2.3.4. 작용거리의 변화

작용거리는 crystal내에서 간섭을 일으키는 두 빛의 크기와 관련된다. 사실 주어진 일반식은 무한 평판의 crystal에서 평면파의 간섭을 다룬것이기 때문에 정확한 해석이 되지는 못한다. 하지만, 평면파의 경우를 해석해보면 그 경향을 알 수는 있다. 즉, 작용거리는 식에서 phase mismatch와 관련되어 있어서 회절이 줄어드는 저점과 회절의 크기에 그림8과 같은 변화를 준다.

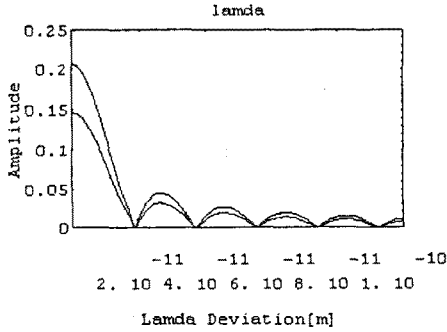


그림7. 파장변화에 대한 회절효율  
파장은  $6.85E-7$  [m]를 중심으로

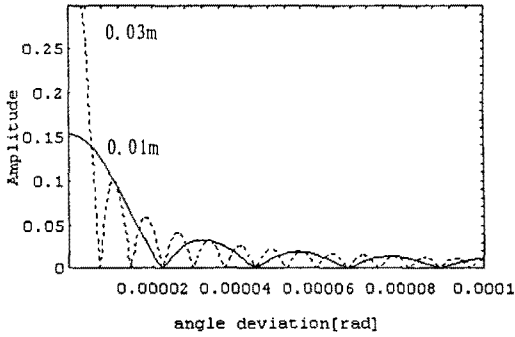


그림8. 작용거리와 회절효율의 변화

### 2.3.5. 편광에 따른 회절

지금 고려하고 있는  $LiNbO_3$ 와 같은 uniaxial crystal의 경우에는 입사광이 crystal내에서 가질 수 있는 모드가 ordinary wave와 extraordinary wave의 두가지이다. 그림10과 같은 x-z평면상의 입사광의 경우에는 TE wave인 ordinary wave와 TM wave인 extraordinary wave의 두가지 경우가 있다. 따라서, 회절된 빛도 모드내 회절인 ord->ord, extra->extra와 모드간 회절인 ord->extra, extra->ord의 경우가 있다. 이 중에서 ord->ord는 2절 앞부분의 그림들에서 많이 보였고, 나머지 3가지는 wave vector diagram을 그림9에, 각변화에 대한 회절을 그림10에 보였다.

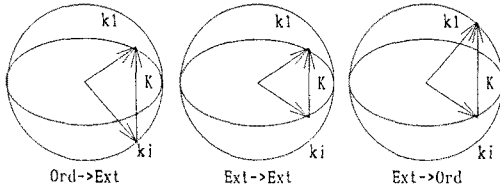


그림9. 모드간, 모드내 회절의 wave vector diagram

### 3. 결론

적분전개법을 이용하여 여러 변수들의 변화에 대한 경향과 그 영향을 살펴보았다. 프로그래밍화하기 위하여 Bragg 각도 근처에서 계산하였다. 기존의 모드결합방식과의 비교에서 grating strength가 커지면 오차가 많아지는데 이는 diffraction order를 조절함으로써 극복된다. 제시된 방법은 많은 수의 격자가 있을 경우에 대한 해석에서 유리하므로 grating strength가 아주 작은 경우이다. 따라서, 많은 격자의 경우에는 diffraction order가 작아도 정확한 값을 얻을 수 있다.

독립된 연결을 위해서 어느정도의 각선택도가 필요하지

를 계산했으며, 그 밖의 여러 파라미터에 대한 영향을 살펴보았다. Ordinary와 extraordinary wave의 대하여 각각 intra-mode, inter-mode diffraction의 경우를 계산했다. 제시된 결과들은 연결밀도를 높이는 방법으로 활용될 수 있다. 즉, 정해진 crystal에서 회절 효율을 높이기 위해서는 어떤 파장으로 얼마의 작용거리를 갖게하며, 그러한 경우에 연결의 각 선택도는 어떤지를 파악할 수 있다.

Photorefractive crystal을 이용한 체적 홀로그램에서의 회절효율에 대해서만 계산했지만 일반적인 체적홀로그램에서도 perturbation이 sinusoidal하다면 적용이 가능하다. 향후, Grating strength를 구하는 방법을 찾는 연구와 위의 결과들을 실험을 통해 확인하는 절차가 필요할 것이다. 또한, 지금의 방법은 무한 평판의 경우에 대해서 유도된 식이기 때문에 실험결과와 완전히 일치하지는 않을 것이다. 유한한 크기를 가진 crystal에 대한 일반식도 유도되어야 할 것이다.

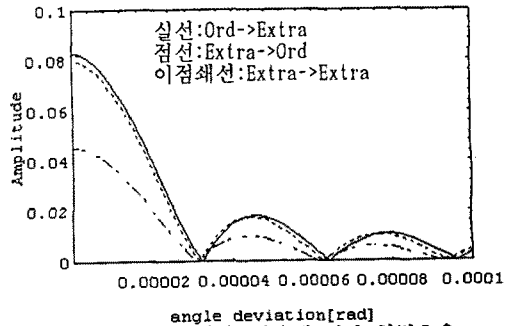


그림10. 각 경우(그림9)에 대한 회절효율

### 4. 참고 문헌

1. H.M.Gibbs, G.Khitrova, N.Peyghambarian(Eds.), *Nonlinear Photonics*, Springer-Verlag(1990)
2. Hyuk Lee, "Crosstalk effects in multiplexed volume holograms", *Opt.Lett.*, Vol.13, No.10, 874-876(1988)
3. H.Lee, X.G.Gu and D.Psaltis, "Volume holographic interconnections with maximal capacity and minimal crosstalk", *J.Appl.Phys.*, Vol.65, No.6, 2191-2194(1989)
4. 진 상규, "Multiple Light Diffraction Analysis in Volume Hologram and New Interconnection Scheme Using Irregular Pattern", 서울대학교 공학박사 학위논문(1994)
5. H.Kogelnik, "Coupled wave theory for thick hologram gratings", *Bell.Sys.Tech.J.*, Vol.48, No.9, 2909-2947(1969)
6. K.Y.Tu, T.Tamir, and H.Lee, "Multiple-scattering theory of wave diffraction by superposed volume gratings", *J.Opt.Soc.Am.A7*, No.8, 1421-1435(1990)
7. H.Lee, "Perturbative integral expansion analysis of acousto-optic effect", *Acustica*, Vol.78, 163-169(1993)
8. A.Yariv and P.Yeh, *Optical waves in crystals*, John Wiley & Sons, N.Y(1984)
9. G.R.Fowles, *Introduction to modern optics*, Holf, Reinhart & Winston, N.Y(1968)
10. G.Afken, *Mathematical Methods for Physicists*, John Wiley & Sons, N.Y(1970)