

안정한 적응 이중 제어시스템의 설계

°장 정일, 양 해원
한양대학교 전기공학과

A Design of Stable Adaptive Composite Control Systems

°Jeong il Zhang, Hai Won Yang
Department of Electrical Engineering, Hanyang University

ABSTRACT

In this paper, a stable adaptive composite control system, consisting of a PID and a fuzzy controller, is designed to control nonlinear systems. In the fuzzy controller, parameters of membership functions characterizing the linguistic terms change according to some adaptive law. Also, parameters of PID controller change according to some adaptive law. These adaptive laws are based on the Lyapunov synthesis approach. Then, it is proved that the closed-loop system using such an adaptive composite control system is globally stable in the sense that all signals involved are bounded and the tracking error converges to zero. We apply this adaptive composite control system to control a nonlinear system.

1. 서론

퍼지 제어시스템을 적용하여 성공한 사례가 많이 있었다. 하지만 안정도에 관해 근본적으로 보강해 줄 체계적인 방법이 미흡하였다[1][2][3]. 본 논문에서는 Lyapunov Synthesis에 근거한 적응적으로 제어 규칙을 수정하는 퍼지 제어시스템을 구성한다. 보다 빠르게 퍼지 제어시스템이 적응되도록 하고 제어초기에 적절한 제어를 할 수 있도록 적응칙을 갖는 PID 제어시스템을 도입한다. PID 제어시스템의 파라미터 갱신도 Lyapunov Synthesis에 근거하여 만들어진 적응칙을 사용한다. 전체 시스템이 안정하며 출력오차가 점근적으로 0으로 수렴한다. 그래서 본 논문에서 구성한 제어시스템을 안정한 적응 이중 제어시스템이라 한다.

2. 퍼지 제어시스템

퍼지 논리 시스템은 퍼지화부, 제어규칙부, 퍼지추론부 그리고 비퍼지화부로 구성된다. 비퍼지화에는 다음과 같은 무게 중심법이 주로 사용된다[1][2][3].

$$y(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{i=1}^M y^{-i} \left(\prod_{j=1}^n \mu_{F_j^i}(x_j) \right)}{\sum_{i=1}^M \left(\prod_{j=1}^n \mu_{F_j^i}(x_j) \right)} \quad (1)$$

여기서 y^{-i} 은 퍼지규칙 결론부의 언어표현에 대한 중심값이며 $\mu_{F_j^i}(x_j)$ 는 소속함수이다. $\mu_{F_j^i}(x_j)$ 이 고정되고 y^{-i} 을 파라미터로 정의하면 다음과 같다.

$$y(\mathbf{x}) = \mathbf{y}^T \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}) \quad (2)$$

여기서 $\mathbf{y} = (y^{-1}, \dots, y^{-M})^T$, $\boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}) = (\xi^1(\mathbf{x}), \dots, \xi^M(\mathbf{x}))^T$

$$\text{또한 } \xi^i(\mathbf{x}) = \frac{\prod_{j=1}^n \mu_{F_j^i}(x_j)}{\sum_{i=1}^M \left(\prod_{j=1}^n \mu_{F_j^i}(x_j) \right)} \quad (3)$$

3. 안정한 적응 이중 제어시스템의 구성

3.1 설계과정

다음과 같은 n차의 비선형시스템을 고려한다.

$$\mathbf{x}^{(n)} = f(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}} \dots \mathbf{x}^{(n-1)}) + b\mathbf{u}, \quad y_D = \mathbf{x} \quad (4)$$

여기서 f 는 미지의 함수이고 b 는 미지인 양의 상수이며 \mathbf{u} 와 y_D 는 각각 제어대상에 대한 입력과 출력이다. 상태벡터는 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T = (\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, \dots, \mathbf{x}^{(n-1)})^T \in \mathbb{R}^n$ 로 정의되며 이 신호는 측정가능하다고 가정을 한다. 오차신호는 $e = r_d - y_D$ 로 정의되며 r_d 는 원하는 출력값이다. 오차벡터는 $\mathbf{e} = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T \in \mathbb{R}^n$ 로 정의되고 설계해야 할 파라미터 벡터는 $\mathbf{k} = (k_n, \dots, k_1)^T \in \mathbb{R}^n$ 로 정의되며 설계조건은 $h(s) = s^n + k_1 s^{n-1} + \dots + k_n$ 인 다항식의 모든 근이 복소평면의 좌반면에 존재하게 한다. 본 논문에서 제어입력은 다음과 같다.

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{fuzzy}(\mathbf{x} | \mathbf{y}) + \mathbf{u}_{PID}(\mathbf{x} | \mathbf{y}_1) \quad (5)$$

여기서 $\mathbf{u}_{fuzzy}(\mathbf{x} | \mathbf{y})$ 은 식(2)로 표현되는 퍼지 제어시스템이고 $\mathbf{u}_{PID}(\mathbf{x} | \mathbf{y}_1)$ 은 PID 제어시스템으로 다음과 같다.

$$\mathbf{u}_{PID} = k_p e + k_d \dot{e} + k_i \int e dt = \mathbf{y}_1^T \boldsymbol{\xi} \quad (6)$$

여기서 $\mathbf{y}_1^T = [k_p, k_d, k_i]$ 이고 $\boldsymbol{\xi}^T = [e, \dot{e}, \int e dt]$ 이다.

제어대상의 표현에서 오차신호에 관한 표현은 다음과 같다.

$$\dot{\epsilon} = A_c \epsilon + b_c [u' - u_{fuzzy} - u_{PID}] \quad (7)$$

여기서 $A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -k_n & -k_{n-1} & -k_{n-2} & \dots & -k_1 \end{bmatrix}$, $b_c = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ b \end{bmatrix}$

행렬 A_c 가 안정하므로 임의의 행렬 Q 에 대하여

$$A_c^T P + P A_c = -Q \quad (8)$$

을 만족하는 P 가 존재한다. 여기서 $P = P^T > 0$, $Q = Q^T > 0$

3.2 적응법칙

본 논문에서는 다음과 같은 Lyapunov 함수를 정의한다.

$$V = \frac{1}{2} \epsilon^T P \epsilon + \frac{b}{2\gamma} \phi^T \phi + \frac{b}{2\beta} z^T z \geq 0 \quad (9)$$

파라미터 오차벡터들을 다음과 같이 정의하면

$$\phi = \theta^* - \theta, \quad z = \theta^* - \theta_1 \quad (10)$$

오차신호는 다음과 같이 된다.

$$\dot{\epsilon} = A_c \epsilon + b_c \phi^T \xi + b_c z^T \zeta \quad (11)$$

Lyapunov 함수를 미분해서 식(11)를 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{2} \epsilon^T (A_c^T P + P A_c) \epsilon + \epsilon^T P b_c \phi^T \xi \\ & + \epsilon^T P b_c z^T \zeta + \frac{b}{\gamma} \phi^T \dot{\phi} + \frac{b}{\beta} z^T \dot{z} \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 $\epsilon^T P b_c = \epsilon^T \Omega_n b$ 로 쓸 수 있는데 Ω_n 은 행렬 P 의 n 번째 열벡터이다. 위의 열벡터의 표현과 식(8)관계로 식(12)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2} \epsilon^T Q \epsilon + \frac{b}{\gamma} \phi^T (\gamma \epsilon^T \Omega_n \xi + \dot{\phi}) \\ & + \frac{b}{\beta} z^T (\beta \epsilon^T \Omega_n \zeta + \dot{z}) \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 $\dot{V} < 0$ 되게 파라미터 갱신규칙을 정하면 다음과 같다.

$$\dot{\phi} = -\gamma \epsilon^T \Omega_n \xi, \quad \dot{z} = -\beta \epsilon^T \Omega_n \zeta \quad (14)$$

위의 표현은 퍼지 제어시스템과 PID 제어시스템의 파라미터를 갱신하기 위한 관계로 본 논문에서 사용하려는 것이다.

3.3 제어시스템의 구조

본 논문에서 제시한 안정한 적응 이중 제어시스템의 구조는 그림 1.과 같다. 전체적인 구조는 PID 제어시스템과 퍼지 제어시스템을 함께 사용한 구조로 대역적인 안정성을 보장하면서 제어목적 달성을 위해 각각의 제어시스템내의 파라미터를 갱신하기 위한 적응법을 사용한다. 그리고 종전에 널리 사용되어 온 퍼지 제어시스템인 PI, PD 형식의 퍼지 제어시스템을 사용하면 발산의 가능성이 있는 큰 오버슈트와 정상상태 오차의 존재에 관한 문제가 있기 때문에 본 논문에서는 그림 2.와 같은 변형된 PID 형식의 퍼지 제어시스템을 구성했다.

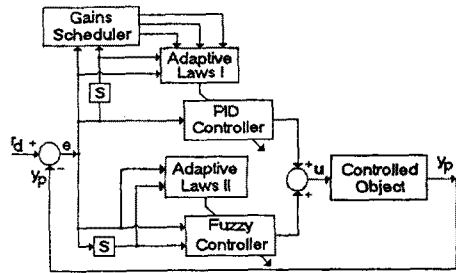


그림 1. 안정한 적응 이중 제어시스템의 구조

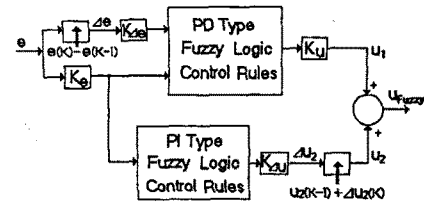


그림 2. 변형된 PID 형식의 퍼지 제어시스템

u_1, u_2 는 각각 PD 와 I 형식 퍼지 제어시스템의 출력이며 $k_e, k_{\Delta e}, k_u, k_{\Delta u}$ 는 스케일링 요소들[1]을 의미한다.

3.4 적응법을 갖는 PID 제어시스템

임의의 규칙으로 퍼지 제어시스템이 구성되는 경우, 제어 초기에 발생할 수 있는 좋지 못한 특성을 개선하고 퍼지 제어규칙이 보다 올바른 값으로 빠르게 수정되도록 하기 위해서 PID 제어시스템을 도입을 하였다. 본 논문에서 사용한 PID 제어시스템의 적응법을 다시 정리를 하면 다음과 같다.

$$k_p = \beta_1 \epsilon^T \Omega_n e, \quad k_d = \beta_2 \epsilon^T \Omega_n \dot{e}, \quad k_i = \beta_3 \epsilon^T \Omega_n \int e dt \quad (15)$$

여기서 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ 는 이득값들로 PID 제어시스템의 파라미터인 k_p, k_d, k_i 를 동조시키는 원리와 같기 때문에 퍼지 이득스케줄러 방법을 사용해서 자동튜닝하도록 하여 보다 빠르게 PID 제어시스템이 적응토록 하였다. 여기서는 참고문헌[2]의 퍼지 이득 스케줄러 방법을 사용했다.

4. 컴퓨터 모의실험

안정한 적응 이중 제어시스템을 Single Link Rigid Joint Manipulator에 적용한다. 제어대상 표현은 다음과 같다.

$$(1 + J) \ddot{q}(t) + B \dot{q}(t) + Mg l \sin q(t) = u(t) \quad (16)$$

제어대상에 대한 파라미터로 l 는 0.31 kgm^2 , J 는 0.004 kgm^2 , B 는 0.007 Nmsec/rad , Mgl 은 0.8 Nm 이다. 퍼지 제어시스템의 초기규칙은 제어대상에 대한 스텝 응답특성을 토대로 하였고 삼각형의 소속함수를 사용했다. 모의실험에서 원하는 출력값의 주기는 10이고 크기는 +1과 -1사이의 값이다.

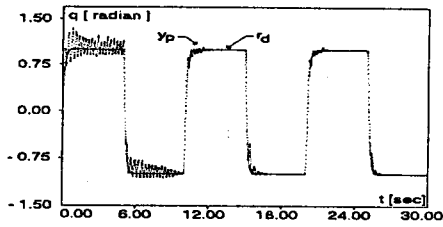


그림 3. 적응칙을 갖춘 퍼지 시스템의 응답특성

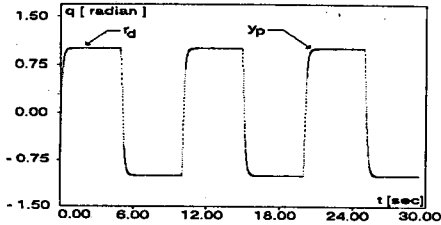


그림 4. 안정한 적응 이중 제어시스템의 응답특성

그림 3.은 본 논문에서 제시한 적응칙을 갖춘 퍼지 제어시스템만을 사용했을 경우의 응답특성으로 제어초기에 큰 진동을 하지만 점점 작아지면서 제어목적에 달성하려 하고 있음을 알 수 있다. 이러한 초기 진동현상은 제어초기에 설정된 파라미터들은 제어대상이 제어목적에 달성하는데 적절치 못하므로 적응칙이 사용되어서 보다 올바른 제어규칙으로 수정을 해가고 있는 과정이다. 그림 4.는 안정한 적응 이중 제어시스템을 사용하였을 때의 응답특성으로 PID 제어시스템의 도입으로 제어초기에 퍼지 제어시스템을 도와서 초기 제어목적이 달성되며 퍼지 제어시스템의 파라미터 갱신 과정도 보다 빠르게 제어목적에 달성키 위한 파라미터로 수정된다.

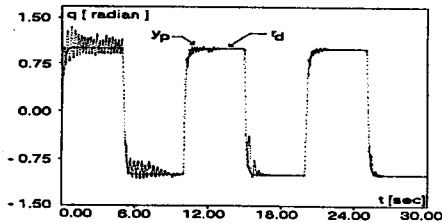


그림 5. 적응칙을 갖춘 퍼지 시스템의 응답특성

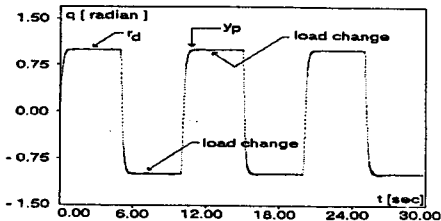


그림 6. 안정한 적응 이중 제어시스템의 응답특성

그림 5.와 그림 6.은 부하변동이 존재하는 경우에 대한 모의 실험결과로 MgI 값을 7초에서 15초 사이에 두번 100%의 변화를 주었다. 그림 5.의 모의실험 결과에서는 초기 진동 때문에 부하변동에 대한 특성을 자세히 확인 할 수는 없지만 퍼지 제어시스템은 부하변동에 매우 둔감한 특성이 있다. 이러한 특성은 그림 6.의 응답특성을 보면 알 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 안정한 적응 이중 제어시스템의 설계에 관하여 다루었다. Lyapunov 함수에 근거를 둔 적응칙을 설계하여 퍼지 제어규칙을 수정토록해서 초기에 설정된 제어규칙에 관계없이 보다 적절한 규칙으로 수정되어 제어목적에 달성 하였다. 또한 PID 제어시스템을 사용하여 과도상태에 퍼지 제어시스템을 도와서 제어목적에 충실히 달성했고 퍼지 제어규칙이 제대로 수정되어 가는 과정을 빠르게 하였다. 이때 쓰인 PID 제어시스템의 파라미터도 Lyapunov 함수에 근거하여 바뀌게 하였다. 그리고 시스템내의 신호들이 유계가 된다는 의미에서 대역적으로 안정성을 보장하였다. 본 제어 방식을 비선형시스템에 적용하여 좋은 응답특성을 얻었음을 보였다.

6. 참고문헌

- [1] J. Lee, " On Method for Improving Performance of PI-Type Fuzzy Logic Controllers," IEEE Trans. Fuzzy System, vol.1, no.4, pp.298-301, Nov. 1993.
- [2] Z.Y. Zhao, M. Tomizuka, and S. Isaka, " Fuzzy Gain Scheduling of PID Controllers," IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., vol.23, no.5, pp.1392-1398, 1993.
- [3] L.X. Wang, " Stable Adaptive Fuzzy Control of Nonlinear Systems," IEEE Trans. on Fuzzy Systems, vol.1, no.2, May, pp.146-155, 1993.