'94 대한전기학회 추계학술대회 논문집(1994. 11. 18)

드럼형 보일러 시스템의 저차 H_∞ 제어기 설계

최 상 철°, 조 철 형, 서 진 헌
서울대학교 전기공학과

Reduced-order H_∞ controller Design of Drum-type boiler system

S. C. Choi°, C. H. Jo, Jin H. Seo
Dept. of Electrical Eng. Seoul Nat'l University

Abstract

In this paper, reduced-order H_∞ robust controller is designed for the drum-type boiler system. From the known nonlinear dynamic model, a linearized multivariable model is obtained. To reduce order of robust controller, observer-based proper H_∞ compensator is designed. The designed controller has robust property against the influence of sensor noise, system parameter variation and model uncertainty. A good performance of the designed controller is shown by simulation.

1. 서 론

발전소 보일러와 같은 대형 시스템은 다수의 부시스템(subsystem)들이 상태 및 출력변수의 상호연관을 통하여 상호 간섭하고 있다. 또한, 보일러 시스템에는 사양의 부정확성, 주변환경의 변화 등에 기인한 모형계수의 변화에 의해 구조적 불확실성이 상존하게 된다. 따라서 보일러 시스템은 전체를 다변수 시스템으로 취급하여 다변수 제어 방식을 적용하는 것이 적합하며, 이를 위해 강인한 제어 기법인 H_∞ 제어 이론이 적용된다.

지금까지 H_∞ 제어기를 설계하는 방법에 관해서 많은 연구가 진행되어 왔다[1]-[2]. 그런데 H_∞ 제어기를 실제로 적용하는데는 많은 문제가 있다. loop shaping을 위해 첨가된 가중함수 때문에 실제의 플랜트 보다 높은 차수의 첨가된 플랜트(augmented plant)가 만들어지며 이를 대상으로 설계된 제어기는 첨가된 플랜트와 같은 차수가 되어 실제 플랜트 보다 높은 차수가 된다. 따라서 제어 입력의 계산시간 및 제어기의 복잡성 때문에 실제로 구성하기가 어려워진다.

이에 따라 최근 몇 년 동안 낮은 차수의 H_∞ 제어기를 설계하는 방법에 대한 연구가 활발히 전개되었다 [3]-[5]. 참고문헌 [6]에서 보는 바와 같이 선형 행렬 부등식(linear matrix inequality)을 푸는 여러 가지 최적화 기법(optimization method)과 그 알고리즘이 등장함에 따라 선형 행렬 부등식에 바탕을 둔 결과들이 제시되었다. [3]에서는 유계 실수 보조정리(bounded real lemma)를 바탕으로 하여 연관되지 않은 두개의 Riccati 부등식을 풀어서 저차 제어기를 구성하는 방법을 제시하였다.

참고문헌 [9]에서는 강인한 제어 기법인 H_∞ 제어 방식을 사용하여 드럼형 보일러의 수위 제어기를 설계하였다. 그런데 [9]에서는 드럼의 수위 제어만을 고려한 단일변수(SISO)의 경우를 다루었고, 제어기의 차수가 크다는 단점이 있었다.

본 논문에서는 발전소 보일러 시스템을 다변수(MIMO) 시스템으로 보고, 저차의 H_∞제어기를 설계하고자 한다. 이를 위해서 발전소의 각 공정의 제어루프를 이해하고, 그를 토대로 다변수 모형을 얻고 제어기를 설계한다. 제어기의 차수가 커지는 단점을 극복하기 위해 [3]의 결과를 이용하여 저차 관측기를 이용한 H_∞ 제어기를 설계하였다. 설계된 제어기가 동작점의 변화등의 외란(disturbance)에 강인하다는 것을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 보였다.

2. 드럼형 보일러 시스템의 모형

2.1 드럼형 보일러 시스템의 간략화 모형

참고 문헌[10]의 '과열기 부분이 간략화된 드럼-보일러 모델'은 500MW급 보령 화력 1,2호기의 실제 사양과 운전 데이타로부터 얻어진 비선형 모델로서, 넓은 동작 범위에 걸쳐 실제 플랜트와 잘 일치한다.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 \\ a_{31} & 0 & a_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{P}_{dr} \\ \dot{V}_w \\ \dot{X}_r \\ \dot{q}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} \qquad (2.1)$$

여기서 각각의 원소는 참고 문헌 [10]을 참고하였다. 위의 모형에서 P_{dr}, V_w, X_r, q_s 는 상태 변수로서 각각 드럼의 압력[MPa], 드럼내 물의 부피[m^3], 상승관 내의 증기질, 그리고 드럼에서 빠져나가는 증기의 질량 흐름률[Kg/sec]을 나타낸다. 제어 입력으로는 열량 Q[KJ/sec], 급수량 q_{fw}[Kg/sec], 주

증기 제어 밸브의 위치 P_{cv}[%] 가 있다. 드럼 수위 제어 루우프의 출력은 드럼내 물의 부피 V_w이고, 연소제어 루프의 출력은 주증기 압력 P_{ss}[MPa]이다. 발전소 출력은 전력[Mw] 이다.

2.2 드럼-보일러 모형의 선형화

앞에서의 모형을 간단히 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(x)^{-1}b(x,u) = f(x,u) \\ y &= g(x,u) \\ x^T &= [\ P_{dr}\ V_w\ X_r\ q_s] \\ u^T &= [\ Q\ P_{cv}\ q_{fw}] \\ y^T &= [\ P_{ss}\ MW\ V_w] \end{aligned} \tag{2.2}$$

드럼-보일러 정격 출력의 95[%]를 공칭 동작점으로 선정하여 선형 모형을 구한 것이 참고 문헌 [10]에 나와 있다.

수위 제어와 관련된 공정과 연소 제어와 관련된 공정은 그 동특성간에 비교적 강한 상호 연관이 있다. 그러나 이들 두 공정은 서로 경쟁 관계에 있지 않고 협조 관계에 있다. 따라서 연소 제어와 수위제어를 동시에 하는 것이 합리적이다. 한편, 수위제어와 연소제어가 잘 되면 출력은 쉽게 제어할 수 있다. 따라서 연소 제어와 수위 제어를 동시에 다변수 제어를 하고, 출력제어를 위해 후에 PID 제어기를 추가하도록 한다.

3. 저차 H_∞ 제어기 설계

3.1 일반화된 플랜트

보일러 선형 모형을 표준 보상기 형태 (standard compensator configuration)로 바꾼다. 일반적으로 외란 제거 문제, 안정도 견실성 문제, 추적 문제, 모델 접합 문제 등은 표준 보상기 형태로 바꿀 수 있다.

보일러 선형 모형으로부터 표준 보상기 형태에서의 일반화된 플랜트(generalized plant)를 얻기 위해서는 가중함수(weighting function)를 첨가시켜야 한다.

주어진 시스템의 전달 함수를 G, 제어기를 K라 하면, 감도 함수와 보조 감도 함수는 다음과 같다.

$$S = (I + GK)^{-1}, \quad T = I - S$$

W_1 과 W_3 를 주파수에 관계된 가중함수라고 하자. 이때, 외란 제거를 위해서는 감도함수가 저주파 영역에서 작아야 한다. 즉,

$$\| S \| \le W_1^{-1} \text{ or } \| W_1 S \| \le 1$$

이고, 강인성을 위해서는 보조 감도함수가 고주파 영역에서 작아야 한다.

$$\| T \| \le W_3^{-1} \text{ or } \| W_3 T \| \le 1$$

T_{zw}를 다음과 같이 정의하면,

$$T_{zw} = \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_3 T \end{bmatrix}$$

혼합 감도 기법(H_∞ mixed sensitivity approach) 은 위의 두 부등식을 하나로 합쳐서

$$\| T_{zw} \|_\infty = \left\| \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_3 T \end{bmatrix} \right\| < \gamma$$

인 최소의 γ를 구하는 것이다.

$$T_{zw} = \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 (I - S) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} W_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} GK[\ I - (-G)K]^{-1} I$$

이고, 따라서 일반화된 플랜트는

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 & -W_1 G \\ 0 & W_2 G \\ I & -G \end{bmatrix} \tag{3.1}$$

이고, P를 상태 방정식으로 나타내면 다음과 같은 형태의 결과를 얻는다.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \\ z = C_1 x + D_{11} w + D_{12} u \\ y = C_2 x + D_{21} w \end{cases} \tag{3.2}$$

참고 문헌 [3]의 결과를 이용하려면 D_{11}이 0이어야 한다. 따라서 참고 문헌 [7]의 보조정리 4.5 와 4.6을 이용하여 D_{11}을 0으로 만든다.

3.2 저차 H_∞ 제어기 설계 과정

앞으로 다음과 같은 시스템을 생각한다.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u \\ z = C_1 x + D_{12} u \\ y = C_2 x + D_{21} w \end{cases} \tag{3.3}$$

여기서 $x(t) \in R^n$ 는 상태 변수이고, $u(t) \in R^m$ 는 제어 입력, $w(t) \in R^q$ 는 외란, $y(t) \in R^p$ 는 관측되는 출력, and $z(t) \in R^r$ 는 제어되는 출력이다.

저차 H_∞제어기의 설계를 위해서 다음과 같은 가정이 필요하다.

가정 :

(1) $\{A, B_2, C_2\}$ 는 가안정화(stabilizable)하고, 가검출(detectable)해야 한다.

(2) $\{A, B_2, C_1, D_{12}\}$와 $\{A, B_1, C_2, D_{21}\}$ 는 $j\omega$축에 불변 영점(invariant zero)을 갖지 않아야 한다.

(3) D_{12} 는 완전 열계수(full column rank), D_{21}는 완전 행계수 (full row rank)를 가져야 한다.

다음과 같은 n-p차의 관측기를 기반으로 한 제어기(observer based compensator)를 생각한다.

$$\begin{aligned} \dot{x_c} &= Fx_c + G_1 y + G_2 u \\ u &= -Hx_c - Jy \end{aligned} \tag{3.4}$$

여기서 $x_c(t) \in R^{(n-p)}$는 제어기의 상태변수이고, 각 행렬들은 적절한 차수를 갖는다.

(3.3)과 (3.4) 로부터 폐루프 시스템을 구성하면 다

음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{cl} &= A_{cl}x_{cl} + B_{cl}w \\ z &= C_{cl}x_{cl} + D_{cl}w \end{aligned} \qquad (3.5)$$

여기서 각각은

$$x_{cl}=\begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix},\ A_{cl}=\begin{bmatrix} A-B_2JC_2 & -B_2H \\ (G_1-G_2J)C_2 & F-G_2H \end{bmatrix},$$

$$B_{cl}=\begin{bmatrix} B_1-B_2JD_{21} \\ (G_1-G_2J)D_{21} \end{bmatrix},\ C_{cl}=\begin{bmatrix} C_1-D_{12}JC_2 & -D_{12}H \end{bmatrix},$$

$$D_{cl} = -D_{12}JD_{21}$$

이다.

상사 변환 행렬(similarity transform matrix) T를 사용하여 다음과 같은 형태로 변환한다.

$$T=\begin{bmatrix} I & 0 \\ -V & I \end{bmatrix},\ T^{-1}=\begin{bmatrix} I & 0 \\ V & I \end{bmatrix}$$

$$\hat{A}=TA_{cl}T^{-1}=\begin{bmatrix} A-B_2K & -B_2H \\ R(V) & F+G_2H \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \hat{A}_{11} & \hat{A}_{12} \\ \hat{A}_{21} & \hat{A}_{21} \end{bmatrix}$$

$$\hat{B}=TB_{cl}=\begin{bmatrix} B_1-B_2JD_{21} \\ -VB_1+LD_{21} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \end{bmatrix} \qquad (3.6)$$

$$\hat{C}=C_{cl}T^{-1}=\begin{bmatrix} C_1-D_{12}K & -D_{12}H \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \hat{C}_1 & \hat{C}_2 \end{bmatrix}$$

$$\hat{D}=D_{cl}= -D_{12}JD_{21}$$

여기서

$$\begin{aligned} K&=JC_2+HV \\ L&=G_1+G_2J \\ G_3&=VB_2-G_2 \\ R(V)&=-VA+G_3K+G_1C_2+FV \end{aligned}$$

이다.

설계변수가 F, G_1, G_2, H, J에서 G_3, L, V, K로 바뀐 것을 알 수 있다.

보조정리 페루프 시스템 $\{\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}\}$ 이 (3.6)과 같이 정의 되어 있고, $\{\hat{A}, \hat{C}\}$가 가검출 하다고 하자.

만일 다음과 같은 조건이 만족되면 페루프 시스템 $\{\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}\}$ 은 안정하고 $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$ 이다.

$$\hat{A}^TP+P\hat{A}+\hat{C}^T\hat{C}+(P\hat{B}+\hat{C}^TD)\Omega^{-1}(\hat{B}^TP+D^TC) \le 0$$

를 만족하는 해 $P=P^T>0$ 가 존재한다.

여기서 $\Omega=\gamma^2I-D^TD > 0$ 이다. ■

이의 증명은 참고 문헌 [5]에 나와 있다.

P가 다음과 같은 블럭 대각 행렬(block diagonal matrix)이고 양 준정치(positive semidefinite)라 가정하자.

$$P=\begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix}$$

그러면 위의 보조정리로 부터 다음의 정리를 얻는다.

정리 다음 조건이 만족되면 n-p차의 제어기 (3.4)는 플랜트 (3.3) 에 대해서 전체 페루프 시스템을 안정화 시키고 w to z 로의 페루프 전달 행렬(closed loop transfer matrix) $T_{zw}(s)$ 의 H_∞ 노음 $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$. 를 만족시킨다.

$$\begin{aligned} &A^TP_1+P_1A+C_1^TC_1-(P_1B_2+C_1^TD_{12})(D_{12}^TD_{12})^{-1} \\ &(B_2^TP_1+D_{12}^TC_1)+\gamma^{-2}P_1B_1B_1^TP_1^{-1} \le 0 \end{aligned} \qquad (3.7)$$

$$\begin{aligned} &\overline{Q_2}\,\overline{A}^T+\overline{A}\,\overline{Q}_2+B_1B_1^T \\ -&(\overline{Q_2}\,\overline{C_2}^T+B_1D_{21}^T)(D_{21}D_{21}^T)^{-1}(\overline{C_2}\,\overline{Q_2}+D_{21}B_1^T) \\ &\gamma^{-2}\overline{Q_2}\,\overline{K}^T(D_{12}^TD_{12})\overline{KQ_2} \le 0 \end{aligned} \qquad (3.8)$$

을 만족시키는 양 준정치(positive semidefinite) 행렬 P_1과 $\overline{Q_2}$ 가 존재한다.

여기서

$$\begin{aligned} \overline{A}&=A+\gamma^{-2}B_1B_1^TP_1 \\ \overline{C}_2&=C_2+\gamma^{-2}D_{21}B_1^TP_1 \\ \overline{K}&=(D_{12}^TD_{12})^{-1}(B_2^TP_1+D_{12}^TC_1). \end{aligned}$$

제어기의 각 행렬들은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} V\hat{A} &= FV \\ G_1 &= V(\overline{Q_2}\,\overline{C_2}^T+B_1D_{21}^T)(D_{21}^TD_{21})^{-1} \\ G_2 &= V(B_2+\gamma^{-2}\overline{Q_2}(P_1B_2+C_1^TD_{12})) \\ [\ J\ \ H] &= \overline{K}\begin{bmatrix} \overline{C}_2 \\ V \end{bmatrix}^{-1}, \qquad \Omega > 0 \end{aligned}$$

여기서 $\hat{A}$는

$$\hat{A}=\overline{A}+\gamma^{-2}\,\overline{Q}_2\,\overline{K}^TD_{12}^TD_{12}\overline{K}-(\overline{Q_2}\,\overline{C_2}^T+B_1D_{21}^T)(D_{21}D_{21}^T)^{-1}\,\overline{C}_2.$$

■

이의 증명은 참고 문헌 [3]의 부록에 나와 있다.

위 정리를 이용한 제어기의 설계 과정은 다음과 같다.

(1) (3.7)과 (3.8)을 각각 P_1, Q_2 에 대해서 푼다.

(2) F의 고유치가 $\hat{A}$의 고유치의 부분집합이 되도록 F를 잡는다. 그리고 V 를 구한다.

(3) G_1, G_2, J, H를 구한다.

(4) 조건 $\Omega > 0$ 가 만족하는지 검사하고, 만족하지 않으면 γ를 키우고 다시 (1) 부터 반복한다.

3.3 보일러 모형에 대한 제어기 설계

H_∞제어기의 설계를 위해서는 가중함수를 잘 선정하는 것이 중요하다. 이 가중 함수는 페루프 시스템의 원하는 성능(performance)을 얻도록 적절히 조절해야 한다.

본 연구의 경우 다음과 같이 가중함수를 정했다.

$$W_{1(S)}=\begin{bmatrix} w_{11} & 0 \\ 0 & w_{12} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{0.064s+80}{1000s+1} & 0 \\ 0 & \frac{0.8s+100}{1000s+1} \end{bmatrix} \qquad (3.9)$$

$$W_{2(S)}=\begin{bmatrix} w_{21} & 0 \\ 0 & w_{22} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.00001s+1 & 0 \\ 0 & 0.00001s+1 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$W_{3(S)}=\begin{bmatrix} w_{31} & 0 \\ 0 & w_{32} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{2200s+22}{s+1000} & 0 \\ 0 & \frac{2000s+20}{s+1000} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

앞에서 제시한 설계과정을 거쳐 저차 H_∞제어기를 구성 하였다. 원하는 성능을 얻기 위해서는 많은 반복 시행이 필요하였다.

폐루프 시스템의 극점의 위치는 다음과 같다.

-6.6181e+003	-9.9999e+002
-2.7705e+001	-4.1903e+000
-9.7951e-003	-1.9971e-004
-4.8034e-001	-3.1553e-001
-3.0043e-001 +2.6323e-001i	
-3.0043e-001 -2.6323e-001i	
-2.2499e-002 +6.9757e-002i	
-2.2499e-002 -6.9757e-002i	
-2.1460e-002 +7.0582e-002i	
-2.1460e-002 -7.0582e-002i	

그림 3.1과 3.2는 감도 함수와 보조 감도 함수의 그래프이다.

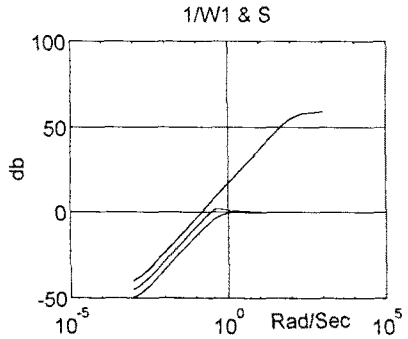

그림 3.1 가중함수와 감도함수

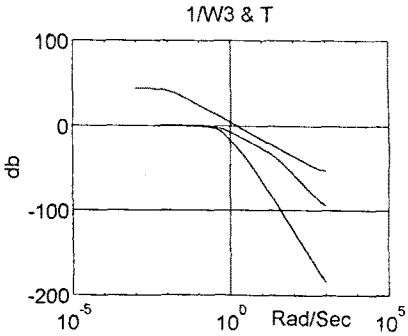

그림 3.2 가중함수와 보조 감도함수

4. 시뮬레이션

제안된 제어기의 유용성을 보이기 위해 2.3절에서의 '과열기 부분이 간략화된 드럼-보일러 모형'에 적용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 제어 밸브의 위치를 전체 시스템의 외란으로 생각하고 수위 제어와 연소 제어를 수행하였다. 그림 4.1은 계단파 전력 요구를 가상하여 제어 밸브의 위치가 계단파로 변할 때의 응답 특성을 보여준다.

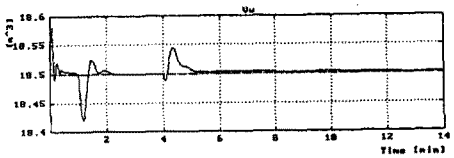

그림 4.1 제어 밸브의 위치가 계단파로 변할 때의 응답

5. 결론

본 논문에서는 500MW급 보령 화력 1,2호기의 '과열기 부분이 간략화된 드럼-보일러 모델'에 대해서 강인한 H_∞제어기를 설계하였다. 제어기의 차수가 커지는 단점을 극복하기 위해 [3]의 결과를 이용하여 저차 관측기를 이용한 H_∞ 제어기를 설계하였다.

설계된 제어기가 동작점의 변화등의 외란(disturbance)에 강인하다는 것을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 보였다.

참고문헌

[1] B.A. Francis, *A course in H_∞ control theory*, Springer-Verlag, 1987.

[2] J.C. Doyle, K. Glover, P.P. Khagonekar and B.A. Francis, "State-space solution to H_2 and H_∞ control Problem", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.34, No.8, pp.831-847, August 1989.

[3] C.S. Hsu, Xiangang Yu, H.-H. Yeh, and S.S. Banda, "H_∞ Compensator Design with Minimal Order Observers", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.39, No.8, pp.1679-1681, August 1994.

[4] Eric Campbell, Chin Hsu and Xianggang Yu, "Reduced Order H_∞ Compensator Design for an Inverted Pendulum Control Problem", in Proc. IEEE American Control Conference, Baltimore, Maryland, June 1994.

[5] W. Haddad and D. Bernstein, "Generalized Riccati equations for the full and reduced-order mixed-norm H_2/H_∞ standard problem", System & control Letters, vol.14, pp. 185-197, 1990.

[6] Carolyn Beck, "Computational Issue in Solving LMIs," in Proc. IEEE Conference on Decision and control, Brighton, England, pp.2705-2709, December, 1991.

[7] Anton Stoorvogel, *The H_∞ Control Problem*, Prentice Hall, 1992

[8] Richard Y. Chiang, Michael G. Safonov, *Robust Control Toolbox User's Guide*, The Mathworks Inc., August 1992

[9] 조철형, "드럼 수위 제어를 위한 강인한 제어기 설계", 서울대학교 전기공학과 석사학위 논문, 1993.

[10] 한국전력공사 기술연구원, *보일러 계수 추정에 의한 최적 보일러 제어기 개발(I)*, 1993.