

신경 회로망을 이용한 비선형 계통의 제어

이 기상, 박 태건, 임 재형, 이 정동*
 단국 대학교 전기 공학과

Nonlinear System Control using Neural Networks

Kee-Sang Lee, Tae-Geon Park, Jae-Hyung Lim, Jung-Dong Lee*
 Dept. of Electrical Eng. Dankook Univ.

Abstract - In this paper, to alleviate the effect of approximation error and discontinuous variation of the controller parameters, the variable structure control scheme using neural networks is presented. In the proposed method, the variable structure control rules for each local linear models are designed to reject the effect of linearization error caused by linearization of the nonlinear system. And neural network infer approximate controller gains from combination of local linear control gains

The proposed control methods can be used to control nonlinear systems and it has robust characteristic against system parameter variations and external disturbances.

1. 서 론

제어 공학 분야에서 비선형계통의 제어 문제는 1980년대 후반 이후 많은 비중을 두고 연구해 왔으나 계통 유형에 따른 부분적인 제어 기법이 제시되고 있을 뿐, 현재까지도 해석적인 측면에서 일반화된 제어 기법의 개발은 요원하다.

비선형 계통의 제어를 위한 일반적인 방법은 비선형 계통을 선형화하여 선형 제어 기법을 이용하는 것이다. 현재까지 개발된 선형화 기법으로는 개환 선형화를 대표적으로 들 수 있다. [1][2] 그러나 이 선형화 모델에 근거한 제어 기법은 매우 정확한 수학적 계통 모델을 요구하며 외란이나 계통파라미터 변화에 대한 강인성이 보장되지 않는 단점을 안고 있다. 또한 적용 조건이 매우 제한적이기 때문에 모든 비선형 계통에 대한 일반적인 설계 기술은 아니다. [3]

또 다른 선형화 방법으로는 Taylor 급수 전개를 이용하여, 비선형 모델을 극부적인 선형 모델의 군으로 대체하는 근사 선형화 방법을 들 수 있다. 이 방법에 의해 얻어진 계통 모델에 근거하여 설계된 제어기는 그 설계 과정이 간단하기 때문에 개환 선형화 기법의 적용이 곤란한 비선형 계통의 제어에 많이 쓰이고 있다. [4][5][6]

그러나 이 방식의 단점은 계통의 상태 공간 궤적이 선형 모델이 형성된 동작점에서 멀어짐에 따라 제어기의 이득의 선형화 오차가 증가하고, 따라서 제어기 설계시 이 선형화 오차의 영향을 고려하지 않으면 결과적인 극부 선형 모델(local linear model)에 근거하여 설계된 비선형 제어기는 원하는 제어 성능을 보장할 수 없게 된다. [7] 또한 제어기의 각 파라미터는 비선형 계통의 각 동작점에 대하여 설계되었으므로 계통의 동작점의 변화에 따라 불연속적으로 변동한다. 이에 반해 비선형 계통의 상태 공간 궤적은 연속이므로 이와 같은 제어기 파라미터의 불연속적인 변동은 바람직한 제어 성능을 달성할 수 없게 만든다. [8]

본 논문에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해 각각의 극부 선형 모델에 대한 제어기의 설계시 근사화오차의 영향을 보상할 수 있도록 가변 구조 제어 기법을 이용하였으며, 선형 제어기 이득의 조합으로부터 선형 모델이 형성되지 않은 동작점에 대해서도 적절한 제어기의 파라미터를 추출하는 방안으로 신경 회로망을 사용하였다.

제안된 기법의 타당성을 보이고자 비선형계통의 대표적 인 예로써 도입 전자 계통에 대하여 모의 실험을 하였다.

2. 비선형 계통의 극부 선형화

다음과 같은 비선형 계통을 고려하자.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (1)$$

위에서 $x \in R^n$ 는 계통의 상태 벡터, $u \in R^m$ 는 입력 벡터, $y \in R^q$ 는 계통의 출력 벡터이며 $f(\cdot, \cdot) : R^n \times R^m \rightarrow R^n$ 는 연속적으로 미분 가능한 함수 벡터이다.

다중지표(multi index) $k, l (k=1, \dots, K, l=1, \dots, L)$ 을 도입하여 식 (1)의 비선형 계통에 대한 동작점의 집합을 (x^k, u^l) 로 표기하자. $f(x, u)$ 를 (x^k, u^l) 에서 Taylor급수로 전개하면 아래와 같이 극부 선형 모델 (A^k, B^k) 을 얻을 수 있다.

$$\Delta \dot{x} = A^k \Delta x + B^k \Delta u + g(x, u) \quad (2)$$

여기서 $\Delta x = x - x^k$, $\Delta u = u - u^l$ 이며, $g(x, u)$ 는 선형화 오차를 나타내는 비선형 잔차(nonlinear residual)이고 $A^k \in R^{n \times n}$ 과 $B^k \in R^{n \times m}$ 은 Jacobian 행렬이다.

전체적인 $f(x, u)$ 의 동특성은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{x} = A^k x + B^k u + d^k + g(x, u) \quad (3)$$

위에서 d^k 는 다음과 같다. [7][8]

$$d^k \triangleq f(x^k, u^l) - (A^k x^k + B^k u^l) \quad (4)$$

3. 극부 선형 모델에 대한 가변 구조 제어기 설계

3.1 가변 구조 제어의 도입 배경

식 (2)는 동작점 (x^k, u^l) 및 그 근처에서의 비선형 계통의 극부적인 동특성을 나타내고 있으며 식 (1)의 비선형 모델은 식 (3)과 같은 극부 선형 모델 (A^k, B^k) 의 조합으로 나타낼 수 있다.

이 극부 선형 모델에 대한 제어기 설계는 일반적인 선형 제어 기법을 적용할 수 있으나 식 (3)에서 알 수 있듯이, 각각의 극부 선형 모델은 비선형 계통의 근사 선형화로 인한 근사화 오차 $g(x, u)$ 를 포함하고 있으며 제어기 설계시 이 영향을 고려하지 않으면 결과적인 비선형 제어기는 바람직한 제어 성능을 보장할 수 없게 된다.

따라서 본 논문에서는, 각각의 극부 선형 모델에 포함된 d^k 와 $g(x, u)$ 를 미지 외란으로 간주하고 계통에 미치는 외란의 영향을 보상함에 있어 뛰어난 성능을 보이는 가변 구조 제어 기법을 이용하여 그 영향을 보상하고자 한다.

3.2 국부 선형 모델에 대한 가변 구조 제어기 설계

편의상 위의 국부 선형 모델을 아래와 같이 표현한다.

$$\dot{x}_1 = A_{11}^{kl} x_1 + A_{12}^{kl} x_2 + D_1^{kl} \quad (5)$$

$$\dot{x}_2 = A_{21}^{kl} x_1 + A_{22}^{kl} x_2 + B_2^{kl} u + D_2^{kl} \quad (6)$$

$$y = C_1 x_1 + C_2 x_2 \quad (7)$$

위에서 $x_1 \in R^{n-m}$ 은 제어입력의 영향을 직접적으로 받지 않는 상태 벡터이며, $x_2 \in R^m$ 은 제어입력의 영향을 직접적으로 받는 상태 벡터이며 $D_1^{kl} \in R^{n-m}$ 과 $D_2^{kl} \in R^m$ 는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} D_1^{kl} \\ D_2^{kl} \end{bmatrix} = d^{kl} + g(x, u) \quad (8)$$

그런데 이는 일반적으로 가변구조제어 기법의 적용시 전체 조건인 정합조건을 만족시키지 못하는 외란이므로 위 계통에 대해 비선형 잔차의 영향을 보상하기 위하여 다음과 같은 형태를 갖는 서보 보상을 도입하도록 하자. [11]

$$\dot{\eta} = e = r - y \quad (9)$$

위에서 $\eta \in R^q$, $e \in R^q$ 이며 $r \in R^q$ 는 기준 입력이다. 식 (9)의 계통을 식 (8)의 서보 보상기와 결합하면 식 (9)과 같이 확장된 계통을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= A_{11}^{kl} x_1 + A_{12}^{kl} x_2 + D_1^{kl} \\ \dot{x}_2 &= A_{21}^{kl} x_1 + A_{22}^{kl} x_2 + B_2^{kl} u + D_2^{kl} \\ \dot{\eta} &= -C_1 x_1 - C_2 x_2 + r \end{aligned} \quad (10)$$

전개의 편의상 식 (9)의 계통은 완전 가제어, 완전 가관측이라 가정한다. 식 (9)의 각각의 국부 선형 모델의 상태가 슬라이딩 운동을 하는 기준 스위칭 평면 방정식은 다음과 같다.

$$\sigma = P_x^{kl} x + P_\eta^{kl} \eta = 0 \quad (11)$$

위에서 $P_x^{kl} \in R^{(m \times n)}$, $P_\eta^{kl} \in R^{(m \times q)}$ 는 스위칭 함수 행렬이다.

식 (9)의 계통이 식 (10)의 스위칭 평면상에서 슬라이딩 모드가 달성되면 국부 선형 동가 제어기는 다음과 같이 $(n-m+q)$ 차의 계통이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= [A_{11}^{kl} - A_{12}^{kl} P_2^{-1} P_1^{kl}] x_1 - [A_{12}^{kl} P_2^{-1} P_\eta^{kl}] \eta + D_1^{kl} \\ \dot{\eta} &= [C_2 P_2^{-1} P_1^{kl} - C_1] x_1 + [C_2 P_2^{-1} P_\eta^{kl}] \eta + r \end{aligned} \quad (12)$$

이 국부 선형 동가 제어기는 국부 선형 계통에 대한 스위칭 평면 설계시 사용되며, 스위칭 함수행렬은 위의 국부 선형 동가 제어 계통의 $(n-m+q)$ 개의 고유치가 미리 선정된 부의 실수부를 갖도록 설정되어야 한다. [10]

국부 선형 가변구조 제어기의 슬라이딩 모드 존재를 보장해 주기 위한 제어입력은 다음의 형태이다. [11][12]

$$u^{kl} = -[k_x^{kl} x + k_\eta^{kl} \eta + k_\sigma^{kl} \text{sgn}(\sigma)] \quad (13)$$

여기서 제어기의 파라미터는 각각 $k_x^{kl} = (P_x^{kl} B^{kl})^{-1} P_x^{kl} A^{kl}$, $k_\eta^{kl} = (P_x^{kl} B^{kl})^{-1} P_\eta^{kl}$, $k_\sigma^{kl} = (P_x^{kl} B^{kl})^{-1} K_s^{kl}$ 이다.

슬라이딩모드의 존재조건 $\sigma^T \dot{\sigma} < 0$ 을 만족시키기 위해 K_s^{kl} 을 다음이 성립되도록 선정한다. [12]

$$K_s^{kl} > |P_x^{kl} D^{kl}|_{\max} \quad (14)$$

결과적으로 식 (13)의 이득을 갖는 식 (12)를 제어입력으로 사용하면 식 (5)과 식 (8)로 구성된 국부 가변 구조 제어기는 식 (10)의 스위칭 평면 상에서 슬라이딩모드를 발생하며, 일단 슬라이딩모드가 달성되면 선형화 오차의 존재에도 불구하고 국부 선형 계통의 출력은 점근적으로 기준입력에 수렴하게 된다. [11][12]

4. 신경 회로망을 이용한 제어기 파라미터의 추론

4.1 신경 회로망의 도입 배경

제 3 절에서 다룬 가변 구조 제어기는 어떤 동작점 (x^k, u^l) 에 대한 국부 선형 모델에 근거하여 설계된 것으로 비선형 계통의 제어는 여러 동작점에 대해 이와같은 제어 이득을 설계한 후 현재의 계통 상태에 대응되는 동작점에 대해 설계된 제어 이득을 사용하는 것이다. 그러나 계통의 상태 궤적이 선형 모델이 형성된 동작점에서 떨어질 경우 제어기의 이득은 편차를 수반하게 되고, 또한 제어기 이득의 불연속적인 변동은 필연적으로 발생하기 때문에 그 변동폭이 클 경우 바람직한 제어 성능을 달성할 수 없게 된다. [8]

이와 같은 문제점은 비선형 계통의 제어기가 국부 선형 모델에 근거하였기 때문에 발생하는 것이므로, 동작점을 보다 세밀하게 고려하여 보다 많은 선형 모델을 구성함으로써 해결될 수 있을 것이다. 또 다른 해결책은 그림 1에서와 같이, 각각의 국부 선형 모델에 근거한 제어기 이득의 조합으로 부더 고려되지 않은 동작점에 대해서도 적절한 제어기 이득을 추론하는 다음과 같은 방법을 고려할 수 있다. [8]

$$v = h(v^k; k=1, \dots, K, l=1, \dots, L) \quad (14)$$

위에서 v 는 추론된 제어 이득이고, v^k 은 (x^k, u^l) 의 동작점에 대한 제어 이득이다. $h(\cdot)$ 는 국부 선형 모델에 근거한 제어 이득의 조합으로부터 근사적인 제어 이득을 출력하는 임의의 근사화 함수이며, K, L 은 제어기의 설계시 고려한 동작점의 수이다. 근사화 함수 $h(\cdot)$ 로는, 곡선 근사화[9], 퍼지 논리[8] 및 신경 회로망의 응용등을 고려할 수 있으며, 본 논문에서는 신경 회로망을 이용하여 이를 구현하도록 한다.

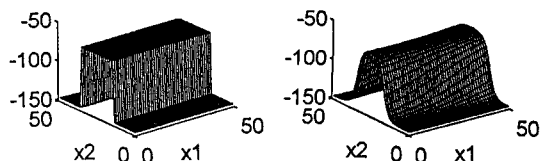
4.2 신경 회로망을 이용한 비선형 계통 제어기의 설계

신경 회로망(neural network)은 학습능력, 적응능력 및 병렬 처리 등의 특성을 지니므로 인해 패턴인식, 음성인식, 영상처리 등에 적용되고 있을 뿐만 아니라, 최근에는 동적 계통의 제어에도 많이 이용되고 있다. [13] 또한 신경망은 입력력 패턴을 학습함으로써 비선형 사상(mapping)의 구현에 매우 우수한 성능을 보이고 있기 때문에 본 논문에서는 각각의 동작점에 대한 국부 선형 모델에 근거한 제어 이득을 신경망을 통하여 학습시킴으로써 위의 $h(\cdot)$ 를 구현하고자 한다.

신경망은 선형 모델이 형성된 동작점의 집합 (x^k, u^l) 을 입력으로 받아들이고, 이에 대응되는 국부 선형 모델에 근거한 가변 구조 제어기의 이득 v^k 을 출력하도록 학습된다.

신경망은 동적 계통의 제어를 위해 많이 이용되고 있는 다층 퍼셉트론을 사용하였으며, 학습 알고리즘으로는 오차 역전파 알고리즘을 사용하였다. [13]

일단 신경망의 학습이 끝나면, 학습된 신경 회로망은 동작점의 집합 (x^k, u^l) 으로부터 제어기 이득 v^k 으로 사상되는 비선형 함수로 간주될 수 있으며, 비선형 계통의 제어를 위하여 실시간으로 운영시 (x^k, u^l) 에 대하여 대응되는 v^k 을 발산하는 물론 신경망이 지니는 적응 능력으로 인해 선형화가 수행되지 않은 동작점에 대해서도 적절한 제어 이득을 추론하게 된다.

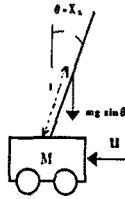


Gain Scheduling의 경우 신경 회로망의 경우

그림 1. 계통의 상태에 따른 제어 이득의 분포 예

5. 수치예

본 절에서는 비선형 계통의 대표적인 예로서 그림 2의 도립 진자(Cart Pole)계통에 대한 모의 실험을 통하여 제안된 비선형 제어기의 타당성을 보이고자 한다. 이때 계통의 동특성은 아래와 같다. [13]



$g = 9.8 [m/s^2]$
 $l = 0.5 [m]$
 $m = 0.1 [kg]$
 $M = 1.0 [kg]$

그림 2. 도립 진자

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \frac{g \sin x_1 - \frac{mlx_2^2}{(M+m)} \sin x_1 \cos x_1 - \frac{\cos x_1}{(M+m)} u}{\left(\frac{4}{3}l - \frac{ml \cos^2 x_1}{(M+m)}\right)}$$

여기서 $[x_1 \ x_2]^T = [\theta \ \dot{\theta}]^T$ 이며, θ 는 수레의 법선방향으로 부터 막대의 기운 각도[deg]이다. 계통의 제어 목적은 막대 가 원하는 각도를 유지하는 것이다. 신경 회로망의 학습용 입력으로 사용된 각 동작점과 이에 대응되는 학습목표인 스위칭 함수 행렬, 제어기 이득은 표 1, 표 2와 같다.

표 1. 각 동작점과 스위칭 함수 행렬

상태	x_2^k [deg/sec]						
	-100		0		100		
x_1^k [deg]	동작점	P_x	P_y	P_x	P_y	P_x	P_y
	-50	-100	30.3	1.7	100	30	1.7
	0	-70	10.5	0.8	70	10	0.8
	50	-100	30.3	1.7	100	30	1.7

표 2. 각 동작점과 제어기 이득

상태	동작점	x_2^k [deg/sec]					
		-100		0		100	
x_1^k [deg]	검	k_x	k_y	k_x	k_y	k_x	k_y
	-50	-147	27	31	57	-147	27
	0	-70	18	15	27	-70	19
	50	-147	27	34	59	-147	27

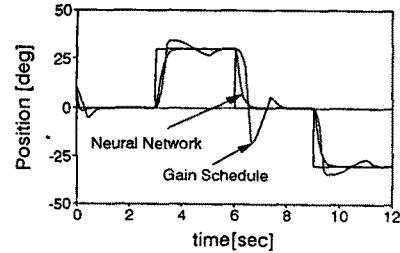
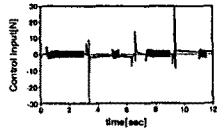


그림 3. 도립 진자 계통의 각도 응답



gain scheduling 기법

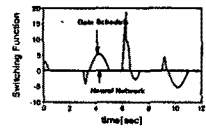
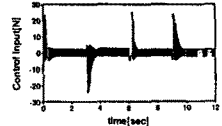
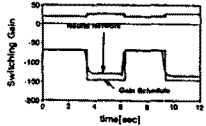


그림 5. 스위칭 평면



신경 회로망 제어기 그림 4. 제어 입력



6. 스위칭 함수 행렬

여기서 스위칭 함수 행렬은 극부 동작 제어 계통의 극점이 -12, -7에 위치하도록 참고문헌 [10]을 이용하여 선정하였다. 모의 실험시 사용한 신경망의 입·출력 뉴런수는 각각 2, 7이며, 은닉층의 수는 2층으로써 각각 5개와 3개의 뉴런으로 구성하였다.

제안된 방법과의 비교를 위해 gain scheduling 기법을 사용하였다. 그림 3, 그림 4, 그림 5는 상태변수의 초기치를 (10 5)로 하고 3, 6, 9 [sec]에 막대의 기준각도를 각각 30, 0, -30[deg]로 설정하였을 경우 신경 회로망과 gain scheduling 을 이용한 가변구조 제어를 적용한 계통의 출력, 입력 및 스위칭 함수의 시간궤적이며, 그림 6은 각각의 경우 추론된 스위칭 함수 행렬 $[P_x \ P_y]$ 의 변동 양상을 나타낸 그림이다.

이로부터 gain scheduling 기법이 적용된 경우, 불연속적으로 변동하는 스위칭 함수 행렬과 제어기 이득으로 인해 과도 기간중 슬러잉 모드가 이루어지지 않고 따라서 그 응답도 오버슈트의 크기가 코드 정상상태 까지의 도달시간도 긴 반면 신경망을 이용한 경우에는 가동과 동시에 슬러잉모드가 이루어지고 기준입력이 변하는 경우에도 이를 유지하며 과도기간의 응답특성도 상당히 우수함을 볼 수 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 Taylor 급수 전개에 의한 근사 선형화에 의해 비선형 계통을 제어할 경우 발생하는 선형화 오차 및 제어기 파라미터의 불연속적인 변동 문제를 해결하기 위해 신경 회로망을 이용한 비선형 제어기의 설계 방법을 제시하였다. 제안된 신경망을 이용한 가변 구조 제어기는 비선형 계통의 대표적인 예인 도립 진자의 제어에 적용하였으며 모의 실험 결과는 기존의 gain scheduling 기법을 적용한 경우에 비해 우수한 제어능능을 가짐을 보였다.

각각의 극부 선형 모델에 대한 가변 구조 제어기는 비선형 계통의 선형화 오차의 영향을 제거하기 위해 설계되었으며, 선형 모델이 형성되지 않은 동작점에 대해서도 적절한 제어기 이득을 추론할 수 있도록 신경 회로망을 이용하였다.

이 접근 방식은 선형화가 이루어 지지 않은 운전 영역에서도 좋은 성능을 가지며 제한 선형화를 적용할 수 없는 비선형 계통에 적용될 수 있다는 특징을 가진다.

참 고 문 헌

- [1] Michel Fliess, "Generalized controller canonical forms for linear and nonlinear dynamics", IEEE trans. AC, Vol. 35, No. 9, pp. 994-1001, Sep. 1990.
- [2] K. S. Shanmugam, M. Lal, "Analysis and synthesis of a class of nonlinear system", IEEE Trans. CAS, Vol. 23, No. 1, pp. 17-25, Jan. 1976.
- [3] J. Hauser, S. Sastry, P. Kokotovic, "Nonlinear control via approximate input-output linearization: The ball and beam example", IEEE Trans. AC., Vol 37, No 3, pp. 392-398, March 1992.
- [4] K. J. Åström, B. Wittenmark, Adaptive Control, Addison-Wesley, 1989.
- [5] D. A. Lawrence, W. J. Rugh, "Gain scheduling dynamic linear controllers for a nonlinear plant", Proc. IEEE Conf. Dec. and Contr., pp. 1024-1029, San Antonio, 1993.
- [6] R. T. Reichert, "Dynamic scheduling of modern-robust-control autopilot designs for missiles", Journal of IEEE, Control and Systems, Oct 1992.
- [7] S. S. Farinwata, "On the stability of fuzzy control rulebase for a nonlinear process", Proceed. IEEE Conf. Fuzzy and Systems, pp 924-929, 1994.
- [8] C. K. Chak, G. Feng, "Nonlinear control system with fuzzy logic design", Proceed. IEEE Conf. Fuzzy and Systems, pp. 1592-1597, San Antonio, 1994.
- [9] 이장규, 이연석, "곡선 근사화를 이용한 비선형 계통의 통계적인 선형화 방법", 대한 전기 학회 학제학술대회논문집, pp. 1202-1204, 1994.
- [10] O. M. E. El-Ghezawi, et. al., "Analysis and design of variable structure systems using a geometric approach", Int. J. Contr., Vol. 38, No. 3, pp. 657-671, 1983.
- [11] A. J. Calise and K. V. Ramman, "A servo compensator design approach for variable structure systems", '82 ACC, pp. 1014-1019, 1982.
- [12] 이기상, 임재형, "전력 계통의 동태 안정도 개선을 위한 분산형 가변구조 안정화기", '94 KACC, pp. 842-847.
- [13] Li-Xin Wang, Adaptive Fuzzy Systems and Control, Prentice Hall, 1994.